

VĚDECKÝ ČASOPIS



LESNICTVÍ

10

ROČNÍK 35 (LXII)
CENA 12 Kčs
PRAHA
ŘÍJEN 1989

ČESKOSLOVENSKÁ AKADEMIE ZEMĚDĚLSKÁ
ÚSTAV VĚDECKOTECHNICKÝCH INFORMACÍ
PRO ZEMĚDĚLSTVÍ

Vědecký časopis LESNICTVÍ

Redakční rada: akademik ČSAV prof. Dr. Ing. Miroslav Vyskot, DrSc. (předseda), prof. Ing. Mirjam Čech, CSc., doc. Ing. Jaroslav Bergl, CSc., Ing. Zdeněk Bludovský, DrSc., prof. Dr. Ing. Václav Douša, CSc., Ing. Igor Chudík, CSc., Ing. Ján Ilavský, CSc., doc. Ing. Jan Kouba, CSc., Ing. Jan Materna, CSc., prof. Dr. Ing. Josef Pelíšek, DrSc., člen korespondent ČSAV prof. Ing. Adolf Priesol, DrSc., prof. Ing. Miroslav Stolina, DrSc.

Za vedení časopisu odpovídá akademik ČSAV prof. Dr. Ing. Miroslav Vyskot, DrSc.

© Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství, Praha 1989

CS ISSN 0024-1105

OBSAH

Úvod — Úkoly a perspektivy výzkumu v oblasti lesnické biometrie a hospodářské úpravy lesů	865
Petráš R.: Matematický model tvaru kmeňa ihličnatých dřevin	867
Černý M., Pařez J.: Dynamický model vývoje porostní výšky smrku	879
Priesol A.: Produkcia smrekových porastov poškodzovaných imisiami	899
Mecko J.: Rubná zrelost smreka a jedle so zreteľom na náhodné ťažby spôsobované abiotickými činiteľmi	911
Kouba J.: Teorie odhadu vývoje kalamit a řízení procesu vyrovnání lesa na normální les	925

Matematická příloha

Páv B., Machek J.: Metody zakládání a vyhodnocování pokusů v lesnictví	1
--	---

СОДЕРЖАНИЕ

Коуба Я.: Задачи и перспективы исследования в области лесной биометрии и лесоустройства	865
Петраш Р.: Математическая модель формы ствола хвойных древесных пород	867
Черны М., Паржез Я.: Динамическая модель развития высоты насаждения ели	897
Приесол А.: Продукция еловых насаждений повреждаемых спадом	909
Мецко Й.: Спелость насаждения к рубке ели и пихты с учетом случайных рубок, вызванных абиотическими факторами	923
Коуба Я.: Теория оценки развития бедствий и управления процесса выравнивания леса в нормальный лес	942

Математическое приложение

Пав Б., Махек Й.: Методы закладки и статистической оценки опытов в лесоводстве I	1
--	---

Úkoly a perspektivy výzkumu v oblasti lesnické biometrie a hospodářské úpravy lesů

Dlouhou řadu let je v časopisu Lesnictví zvykem, věnovat každý druhý rok desáté číslo časopisu výsledkům československého lesnického výzkumu dosaženým v oblasti lesnické biometrie a hospodářské úpravy lesů. U zrodu této tradice stál dlouholetý člen redakční rady Lesnictví prof. ing. dr. Václav Korf, DrSc. a letošní desáté číslo potvrzuje i úmysl redakční rady v této tradici pokračovat.

Teoretické základy uvedených dvou lesnických vědeckých disciplín jsou předmětem základního výzkumu, soustředěného v hlavním úkolu VI-6-5 „Biometria lesných dřevin a teoretické základy hospodářské úpravy lesů“, který koordinuje člen korespondent ČSAV, akademik SAV, prof. ing. Adolf Priesol, DrSc., rektor VŠLD ve Zvolenu. Problémy spíše aplikovaného výzkumu jsou řešeny v rezortních ústavech. Na řešení všech úkolů se podílí řada vědeckých pracovišť v ČSSR a některá témata jsou řešena i dle aktuální potřeby. Při této příležitosti je třeba poukázat na význam mezinárodní spolupráce v řešení výzkumných úkolů, která je nejrozsáhlejší v rámci zemí RVHP. Toto se týká i realizace některých výsledků našeho výzkumu především v těchto zemích, s pozitivními ohlasy v Evropě i ve světě.

V současné době stojíme před dokončením úkolu nynějšího pětiletého plánu výzkumu a v období intenzivních příprav plánu vědecké práce na další pětiletku a i časově delších perspektivních úvah. Postup naší práce ovlivňuje zásadním způsobem proces přestavby naší socialistické společnosti. Tyto okolnosti se nutně musí projevit i v zaměření disciplín lesnické biometrie a hospodářské úpravy lesů, jako disciplín inženýrských, ovlivňujících zásadním způsobem lesní hospodářství, ale i jeho hospodářské výsledky podporujících a z jeho hospodářského poslání vycházejících.

Prvním nejdůležitějším úkolem uvedených disciplín je podpora poznání a rozvoj nových poznatků o vývoji reality, která je jejich předmětem, tj. lesa a uchopení výsledků rozvoje poznání v oblasti přírodovědeckých základů lesnictví. Bude tedy naším úkolem, vycházejí ze zkušeností uplatňování našich lesních hospodářských soustav, dojít k moderní lesní hospodářské soustavě (soustavám) v pojetí analogickém zemědělským soustavám, jak je u nás řadu let rozvíjí akademik K u d r n a. Obecně vychází takové pojetí z prací V e r n a d s k é h o (viz též K u d r n a, Biosféra a lidstvo, 1988), které vrcholí v pojmu noosféry. Zvláště v lesnictví má zásadní význam, fenomén dlouhodobosti růstového procesu lesů, vývoje a vlivu lesního prostředí, vývoje lesních ekosystémů, ekologické sukcese lesů atd. Obecně vývoj v přírodě, tedy i lesních ekosystémů je zásadně usměrněný a neopakovatelný. Zatím ne dosti hluboká a časově omezená znalost těchto procesů působí základní obtíže při studiu, vyjadřování a zejména prognózování přírodního vývoje lesů, přičemž v oblastech lesů ovlivněných negativní činností člověka jsou tyto obtíže ještě mnohonásobně větší. Nelze tedy předpokládat, že dnešní lesy rostou tak, jako rostly v minulém či předminulém století. Některé výsledky z pokusných ploch (např. v NSR Schmidt, 1969; Pretzsch, 1985; v MLR Solymos, 1982 a u nás Řehák, 1980; Sequens, 1985), ukazují na růst bonit. Autor v závěrečné zprávě Kouba a Kašparová, 1985, ukázal na rozdíl přírůstkových křivek ze zásob podle věkových stupňů v určité inventarizaci a křivek získaných ze zásob vždy sousedních věkových stupňů mezi inventarizacemi (přirůst v reálném čase), který ukazuje také na zvyšování přírůstu. K obdobným výsledkům došli i pracovníci Lesprojektu (Malík a Žlábek, 1988). K těmto úvahám a rozborům vedl i trend zvyšování zásob projevující se nejen u nás, ale i v dalších zemích střední Evropy či Skandinávie. Tyto jevy bývají vysvětlovány mj. i rostoucím obsahem CO₂ v atmosféře a počínající dobou tzv. skleníkového efektu. Klasickým důkazem toho, že může i v poměrně kratším období docházet na větších územích k podstatným změnám klimatu, je vzestup hladiny Kaspického moře o 1,1 m v letech 1977–85, přes efekt přehrad na Volze a rozsáhlé využití jejich vod k zavlažování. Tyto příklady jasně ukazují smysl zaměření budoucích výzkumů v obou našich disciplínách na dynamické studium procesů v lesích a lesních ekosystémech.

Druhým důležitým úkolem je zvládnutí a rozpracování moderního teoreticko-matematického aparátu našich vědních disciplín. Jedná se především o systémovou teorii, resp. obecnou teorii řízení systémů. Užití tohoto aparátu umožní řešit otázky řízení procesu produkce lesů, ale i vyjádření a popisu vývoje lesů a lesních ekosystémů samotných. V současné době je třeba přejít ve všech směrech od často jen slovních vyjádření, grafických schemat a slovních či klasifikačních optimali-

zaci k rozpracování aplikací matematické teorie řízení, numerických metod a vypracovávání konkrétních algoritmů, k jejich teoretickému a praktickému ověřování.

Třetím úkolem je zvládnutí moderní výpočetní techniky. Tento úkol není zatím u nás plně v moci vědeckých pracovníků i přes značné zlepšení v posledních letech. K využití této techniky je třeba přistupovat především z hlediska její účel-
nosti a potřeby pro řešení konkrétních vědeckých úkolů a ne obráceně. Přesto je třeba uvažovat i v lesnictví o využití nejvýkonnější techniky, včetně superpo-
čítačů (viz např. Leary, 1986), neboť právě rozsáhlé ekosystémy, jakými lesy
jsou, jsou vhodnou oblastí jejího využití. Je samozřejmé, že takové aplikace vy-
žadují zvládnutí obrovského množství dat, jejich zpracování, generace velkých
systémů rovnic či nerovností, které takové úkoly představují. Výraznou podporou
využití výpočetní techniky je kvalitní softwarové vybavení, umožňující využívat
tuto techniku pracovníkům neznalým programování, ale i dosahovat výrazných
časových úspor a zvyšovat kvalitu vědecké práce užitím dokonalých programových
systémů, zpracovaných pro celé vědní oblasti, např. operační výzkum, matematic-
kou statistiku atd. Konečně moderní užití výpočetní techniky není myslitelné bez
pokročilé počítačové grafiky, obecně metod zpracování obrazu. Vzhledem k výraz-
nému prostorovému charakteru a rozmístění lesů je její význam evidentní.

Další pokrok v biometrii a hospodářské úpravě lesů tedy závisí i na zvládnutí
postupu založeného na vývoji přírodovědecky založených hypotéz, teoreticky systé-
mově formulovaných, včetně zvládnutí matematického základu a procesu pořizo-
vání a zpracování informací, od současného obrazu lesa vycházející a novým, žá-
doucím obrazem lesa končící. Jednotlivé části takového postupu musí být teoreticky
zdůvodněny a vzájemně vyváženy. Při úvahách o dalším rozvoji vědy v uvedené
oblasti, je samozřejmě nutno zvažovat naše specifické možnosti a ty rozvíjet. Myslím,
že můžeme hovořit o skoro třístaleté tradici střeoevropského lesnictví, na jehož
rozvoji se naše země výrazně podílely a z toho snad i plynoucí určité teoretické
zdůvodnění a čistoty našich prací. To na druhé straně vyžaduje sledovat veškerý
pokrok ve světě, především v rozvoji systémových metod a informatiky, aby si tak
naše lesnictví zachovalo své přední místo ve světě, na které bezesporu stále patří.
Je možné vyjádřit naději, že do budoucna bude naší snahou prostřednictvím takto
zaměřených tématických čísel i určitým dílem k rozvoji našich disciplín v nazna-
čeném smyslu přispět.

Práce publikované v tomto tématickém čísle jsou součástí naznačených snah
a hledají cesty k řešení některých uvedených problémů. V první části jsou uvedeny
některé biometrické práce jejichž využití lze očekávat především při zdokonalování
metodiky konstrukce československých růstových tabulek. Petrášův příspěvek
je věnován tvaru kmenů v porostech jehličnatých dřevin. Černý a Pařez se
zabývají novými možnostmi vyjádření vývoje porostní výšky smrku na základě
Chapmannovy-Richardsovy růstové funkce. Společným jmenovatelem prací v druhé
části tohoto čísla jsou otázky vyjádření procesu poškozování a ničení lesů škodli-
vými činiteli a jejich důsledky. Článek akademika Priesola uvádí výsledky
produkčních šetření z oblastí lesů Slovenska poškozovaných imisemi, kde se tato
poškození začala velmi výrazně plošně projevovat vlastně až v posledních deseti
letech. Velmi cenné je porovnání vývoje přírůstu v těchto lesích se základními
meteorologickými údaji. Meckův příspěvek se snaží vyjádřit vliv nahodilých
těžeb, vyvolaných abiotickými škodlivými činiteli na dobu obměny porostů smrko-
vých a jedlových. Cena příspěvku je i v tom, že se opírá o dosti rozsáhlý pokusný
materiál. Předmětem Koubovy práce jsou základy teorie vyjádření a odhadu
vývoje kalamit způsobovaných různými činiteli v lesích a mající za následek vznik
redukováné holiny produktivní. Druhá část jeho práce je věnována počátkům
teorie optimálního řízení procesu vyrovnání skutečné věkové struktury lesů na
strukturu normální, definovanou dříve autorem v návrhu nové teorie normálního
lesa, založené na úvaze kalamit užitím teorie náhodných procesů.

Na závěr čísla je uvedena první část zvláštní přílohy časopisu Lesnictví, vě-
nované tentokrát aplikaci matematicko-statistických metod při zakládání a vyhod-
nocování pokusů v lesnictví, autorů Páva a Machka. Cílem přílohy je zpří-
stupnit novější metody používané v této oblasti širokému okruhu pracovníků les-
nického oboru. Redakce tak pokračuje v dříve započatém úsilí — rozšiřovat znalosti
a užití metod aplikované matematiky pro rozvoj teoretických základů lesnické vědy
a praxe.

Doc. ing. Jan K o u b a, CSc.

R. Petráš

PETRÁŠ, R. (Výskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen): *Matematický model tvaru kmeňa ihličnatých drevín*. Lesnictví, 35, 1989 (10): 867–878.

V práci sa uvádza postup odvodenia a vlastné matematické modely pozdĺžneho profilu kmeňa bez kôry ihličnatých drevín smrek, jedľa, borovica a smrekovec. Matematický model je odvodený podľa vzťahu (2), kde hrúbka kmeňa v ľubovoľnej výške je funkciou výšky na kmeni h_i , hrúbky a výšky stromu d a h . Základom matematického modelu je funkcia (3), ktorej parametre b_1 a b_2 sa vypočítajú z podmienok, že funkčná čiara musí prechádzať cez dva pevné body. Týmto je prsná hrúbka a výška stromu. Zvyšný parameter b_3 sa stanoví z regresného vyrovnávania priemerných empirických kmeňových profilov. Odvodením závislosti (4) podľa rovnice (5) a jej dosadením do rovnice (3) dostaneme požadovaný matematický model podľa vzťahu (2). Pre odvodenie matematických modelov a ich kvantifikáciu sa použil československý empirický materiál zozbieraný za účelom konštrukcie domácich objemových a sortimentačných tabuliek. Pre smrek to bolo 3381, jedľu 1376, borovicu 3096 a smrekovec 1424 stromov. Presnosť odvodenia matematických modelov sa posudzovala na priemerných kmeňových profiloch strednými kvadratickými odchýlkami podľa vzťahu (10) a priemernými odchýlkami v sekciách podľa vzťahu (11). Stredné kvadratické odchýlky vyjadrené v percentách k hrúbke stromu dosahujú hodnoty 1,0 až 2,4 %. Priemerné odchýlky nevykazujú systematické trendy a ich hodnoty sú do 10 mm so striedavým znamienkom. Len pri výškach stromov nad 40 m dosahujú 10 až 20 mm a majú určitý náznak systematického trendu.

V práci sú popísané matematické modely a postupy odvodenia kmeňových profilov bez kôry ihličnatých drevín smrek, jedľa, borovica a smrekovec. Modely sú odvodené regresnou metódou z empirického materiálu priemerných kmeňových profilov. Matematické modely vyjadrujú spojitú hrúbku kmeňa v ľubovoľnej výške na kmeni v závislosti od výšky na kmeni, hrúbky a výšky stromu. Tvar matematického modelu je pomerne jednoduchý a je spoločný pre všetky drevinu.

I keď bol pozdĺžny tvar kmeňa stromov dlhodobou predmetom záujmu širokého lesníckeho výskumu, nedarilo sa ho uspokojivo matematicky vyjadriť. Zo začiatku to boli rady čísel, ktoré udávali hrúbky časti kmeňov v určitých odstupových vzdialenostiach. Na svoju dobu predstavovali úctyhodné poznatky, ktoré vzbudzujú u súčasníka obdiv z rozsahu zozbieraného empirického materiálu a graficko-počtárskeho spôsobu spracovania.

V Československu sa problematikou pozdĺžneho tvaru kmeňa podrobnejšie zaoberali viacerí autori. Bolo to najmä v súvislosti s konštrukciou domácich objemových a sortimentačných tabuliek, kde z vlastného empirického materiálu sa grafickopočtársky odvodili kmeňové profily alebo tvarové rady. Definovanie tvaru kmeňa pomocou takýchto číselných radov dočasne vyhovovalo, najmä pre konštrukciu sortimentačných tabuliek. S širším využívaním počítačov sa však v súčasnosti ponúka možnosť dokonalejšieho vyjadrenia tvaru kmeňa formou spojitého matematického modelu.

ROZBOR PROBLEMATIKY

Pozdĺžny tvar jedného kmeňa môžeme matematicky definovať podľa vzťahu:

$$d_i = f(h_i) \quad (1)$$

kde: hrúbka kmeňa d_i v určitej výške h_i je funkciou tejto výšky. Doterajšie poznatky viacerých autorov z modelovania tvaru kmeňa podľa vzťahu (1) poukazujú na to, že tvar kmeňa má pomerne zložitý priebeh. Preto ho aj viacerí vyjadrujú v rôznych zjednodušeníach a transformáciách. Tak sú to transformácie do tvarových radov, alebo kvocientov, prípadne aj ich mocnín. Súčasne sa transformuje aj výška na kmeni na relatívnu výšku podľa celkovej výšky kmeňa. Tento postup si zvolil napr. Bruce et al. (1968), pričom odvodili matematickú funkciu v tvare mocninového polynómu. Podobné závislosti v tvare mocninového polynómu odvodil i Pöytäniemi (1981) cit. Sterba (1983). Jeho funkcia pritom prechádza cez tri vopred stanovené body. Týmto sú hrúbky $d_{1,3}$, $d_{0,3}$ a d_h . Niektorí autori v snahe o čo najvernejšie vyjadrenie tvaru kmeňa pristúpili k určitému kompromisu. Tvar kmeňa nevyjadrujú jednou funkciou v celom rozsahu, ale niekoľkými, podľa charakteristického priebehu tej ktorej časti kmeňa. Roiko-Jokela (1976) rozdelili kmeň na tri časti (spodná, stredná, horná) a každú z nich vyjadrili osobitnou funkciou. V uzlových bodoch je zabezpečená ich nadväznosť. Napojenie niekoľkých funkcií pri pozdĺžnom profile zaviedol i Bitterlich (1976, 1977) alebo aj Demaerschalk-Kozak (1977).

Podľa vzťahu (1) môžeme určovať hrúbky kmeňa v požadovaných výškach, ale len na jednom kmeni. Pre všetky kmene jednej dreviny by bolo vhodné vytvoriť jeden model, teda rozšíriť vzťah (1) o niektoré ďalšie veličiny. Najvhodnejšou veličinou sa ukazuje hrúbka a výška stromu. Väčšina z uvedených autorov aj rozšírila jednoduchý vzťah (1) na všeobecný:

$$d_i = f(h_i, d, h) \quad (2)$$

kde: hrúbka na kmeni d_i je funkciou výšky na kmeni h_i , hrúbky stromu d a výšky stromu h

Pre konštrukciu domácich sortimentačných tabuliek smrekovca odvodil Petráš (1986) podľa vzťahu (2) spojitý matematický model pozdĺžneho tvaru kmeňa s kôrou a bez kôry. Pritom podrobne rozviedol postup jeho odvodenia a dosiahnutú presnosť. Navrhnutý matematický model je natoľko všeobecný, že vyhovuje požiadavkám na vyjadrenie tvaru kmeňa nielen pre smrekovec, ale i ďalšie ihličnaté dreviny.

Predkladaná práca využíva tieto najnovšie poznatky natoľko, že aplikuje celý postup odvodenia matematického modelu podľa vzťahu (2) i pre ďalšie ihličnaté dreviny, a to smrek, jedlu a borovicu. Aby boli existujúce matematické modely všetkých ihličnatých drevín na jednom mieste, uvádzajú sa v práci i niektoré výsledky, ktoré už uviedol pre smrekovec Petráš (1986).

Pre konštrukciu matematických modelov sa ponúkali dva druhy podkladov. Jedným boli graficko-počtársky vyrovnané kmeňové profile autorov Korsuň (1961, 1963) a Hubač a Šebík (1964) a druhým ich pôvodný empirický materiál. Matematické modelovanie z graficky vyrovnaných kmeňových profilov by síce nebolo také prácne, avšak hrozilo tu riziko, že sa doň prenesú prípadné subjektívne vplyvy a nepresnosti z grafického vyrovnávania. Preto sa zvolil ako podkladový modelový materiál pôvodne nameraný empirický materiál.

EMPIRICKÝ MATERIÁL A POSTUP ODVODENIA MATEMATICKÉHO MODELU

Empirický materiál je totožný s materiálom pre konštrukciu československých objemových a sortimentačných tabuliek. Zozbierali ho viacerí autori. Pre drevinu smrek a borovicu Korsuň (1961) a (1963), pre jedlu Hubač a Šebík (1964) a pre smrekovec Čermák (1984). V uvádzaných citáciách je podrobnejšie opísaná jeho povaha a rozsah, a preto sa tu podáva len jeho stručný opis. Pre všetky dreviny sa na zrúbaných kmeňoch merali hrúbky kmeňa s kôrou a hrúbka samotnej kôry v strede 2m alebo 1m sekcií, hrúbka $d_{1,3}$ s kôrou a hrúbka kôry, ako aj celková výška stromu h . Pri počtárskom spracovaní sa všetky stromy rozdelili podľa ich hrúbky a výšky do tried s intervalom, obvyčajne 2 cm a 2 m. V jednotlivých triedach sa potom vypočítali priemerné kmeňové profile bez kôry, čiže priemerné hrúbky kmeňa bez kôry v pravidelných 2m a 1m odstupoch.

Pre smrek bolo k dispozícii celkom 3381 stromov. Do hrúbky $d_{1,3} = 13$ cm a výšky $h = 13$ m boli merané v 1m sekciách (528 stromov) a pre väčšie stromy v 2m sekciách (2853 stromov). Celkom sa vypočítalo 240 tried priemerných profilov s intervalom $d_{1,3} = 2$ cm a $h = 2$ m a 43 tried s intervalom $d_{1,3} = 1$ cm a $h = 1$ m. Pre borovicu bolo k dispozícii celkom 3096 stromov. Tenšie (760 stromov) sa merali v 1m sekciách a hrubšie (2336 stromov) v 2m sekciách. Pre 1m sekcie sa vypočítalo 41 a pre 2m sekcie 181 tried priemerných kmeňových profilov. Pre jedlu bolo k dispozícii celkom 1376 stromov meraných v 2m sekciách a vypočítalo sa pre ňu 208 priemerných profilov

s intervalom $d_{1,3} = 2 \text{ cm}$ a $h = 2 \text{ m}$. Pre smrekovec bolo celkom 1424 stromov, z ktorých sa vypočítalo 223 priemerných kmeňových profilov. Do hrúbky $d_{1,3} = 45 \text{ cm}$ sa použil interval tried $d_{1,3} = 2 \text{ cm}$ a $h = 2 \text{ m}$ a pri hrúbkach nad 45 cm sa použil interval $d_{1,3} = 4 \text{ cm}$.

Rozbor geometrického tvaru priemerných kmeňových profilov všetkých skúmaných drevín poukázal na ich veľkú podobnosť a teda i možnosť analytického vyjadrenia matematickou funkciou rovnakého tvaru.

Podľa poznatkov z regresného vyrovnávania tvaru kmeňa pre smrekovec (Petráš, 1986) vybrala sa i pre ostatné dreviny funkcia rovnakého tvaru a to:

$$d_i(h_i) = b_1 \cdot h_i^{p_1} + b_2 \cdot h_i^{p_2} + b_3 \quad (3)$$

kde: d_i — hrúbky kmeňa v odpovedajúcej výške na kmeni h_i

b_1, b_2, b_3 — regresné koeficienty

$p_1 = \frac{1}{3}, p_2 = \frac{10}{3}$ — parametre funkcie

Zvolená funkcia vystihuje veľmi dobre tvar kmeňa pre všetky dreviny. V sledovanom intervale je stále klesajúca s konvexnou a konkávnou časťou, medzi ktorými je bod obratu. V nulovej výške môže funkcia pretínať os hrúbok a v celkovej výške h môže zase pretínať os výšok, čiže na vrcholku kmeňa môže byť hrúbka $d_h = 0$. Zvolená funkcia príliehavo vyrovnáva empirické hodnoty kmeňových profilov všetkých dimenzií stromov. Funkcia podľa vzťahu (3) má v regresnom vyrovnávaní aj tú výhodu, že má tri regresné koeficienty $b_1 - b_3$ v lineárnom postavení, takže na ich výpočet sa môže použiť lineárna metóda najmenších štvorcov.

Pre našu aplikáciu je však potrebné zvolenú funkciu (3) prispôbiť tak, aby nám implicitne zabezpečila určité požadované podmienky. Takýmito podmienkami je prechod obrysovej krivky presne cez dva pevné body. Prvý bod je udaný prsnou výškou a hrúbkou stromu ($1,3; d_{1,3}$) a druhý vrcholom kmeňa ($h; 0$). Po zavedení týchto podmienok sa koeficienty b_1 a b_2 zo vzťahu (3) dopyčujú zo súradníc uvádzaných dvoch pevných bodov podľa týchto vzťahov:

$$p_3 = h^{p_1} \cdot 1,3^{p_1} - 1,3^{p_2} \cdot h^{p_2} \quad p_4 = \frac{-d_{b.k.} \cdot h^{p_1}}{p_3} \quad p_5 = \frac{h^{p_1} - 1,3^{p_1}}{p_3}$$

$$b_2 = p_4 + b_3 \cdot p_5 \quad b_1 = \frac{-b_3 - b_2 \cdot 1,3^{p_1} + d_{b.k.}}{1,3^{p_1}}$$

kde: $d_{b.k.}$ — hrúbka stromu bez kôry v prsnej výške. Tá sa vypočíta tak, že od hrúbky stromu s kôrou sa odpočíta hrúbka kôry na priemere

Vo vzťahu (3) zostane potom už len jeden neznámy koeficient b_3 , ktorý sa dopyčie regresnou metódou najmenších štvorcov. Na jeho výpočet sa použili počítačové programy podľa Květoňa (1984).

Aby sa dosiahol spojitý matematický model pre určitú drevinu podľa vzťahu (2), je potrebné vyjadriť vypočítané regresné koeficienty b_3 v závislosti od hrúbky a výšky stromov podľa vzťahu:

$$b_3 = f(h, d) \quad (4)$$

MATEMATICKÝ MODEL TVARU KMEŇA BEZ KÔRY

ODVODNENIE MATEMATICKÉHO MODELU

Odvodil sa z empirického materiálu priemerných kmeňových profilov bez kôry a to tak, že sa najprv pre každý takýto profil regresným vyrovnaním vypočítal podľa

upraveného vzťahu (3) regresný koeficient b_3 . Pritom sa dodržala podmienka, že vyrovnávajúca krivka prechádza cez dva pevné body, prsnú hrúbku bez kôry a vrcholec stromu. Vypočítaný regresný koeficient b_3 sa potom vyrovnával podľa vzťahu (4) rôznymi funkciami. Pre všetky skúmané dreviny sa ukázala ako najvhodnejšia funkcia tvaru

$$b_3(h, d) = a_1 + a_2 h^{a_3} \cdot d^{a_4} \quad (5)$$

kde: h — výška stromu [m]
 d — hrúbka stromu s kôrou [cm]
 $a_1 - a_4$ — regresné koeficienty

Presnosť vyrovnania regresného koeficienta b_3 podľa vzťahu (5) a regresné koeficienty $a_1 - a_4$ sú podľa drevín nasledovné:

	smrek	jedľa	borovica	smrekovec
a_1	1,092157E+0	4,289603E+0	2,035644E+0	1,391583E+0
a_2	1,158656E+0	6,497333E-1	1,010487E+0	1,125700E+0
a_3	-1,494501E-1	-1,556151E-1	-1,502673E-1	-1,530167E-1
a_4	1,134348E+0	1,261015E+0	1,137608E+0	1,114430E+0
S_{b_3}	$\pm 1,10$	$\pm 1,71$	$\pm 1,84$	$\pm 1,82$
$S_{b_3} \%$	$\pm 3,0$	$\pm 3,6$	$\pm 4,5$	$\pm 4,5$
I	0,999	0,998	0,997	0,995

Podľa záporných hodnôt regresného koeficienta a_3 vo funkcii (5) môžeme konštatovať, že hodnoty koeficienta b_3 sa so stúpajúcou výškou stromu znižujú. Kladný koeficient a_4 zase poukazuje na to, že hodnoty koeficienta b_3 sa zvyšujú so stúpajúcou hrúbkou stromu. Teda čím má strom menšiu výšku a väčšiu hrúbku, tým má vyšší koeficient b_3 . Koeficient b_3 môže potom poslúžiť i ako číselný ukazovateľ zbiehavosti kmeňov. Pre porovnanie zbiehavosti kmeňov sledovaných drevín je na obr. 1 znázornený priebeh koeficienta b_3 v závislosti od výšky a hrúbky stromu. Pri rovnakej hrúbke a výške stromu dosahuje najvyššie hodnoty koeficienta b_3 smrek, o niečo nižšie jedľa a najnižšie borovica a smrekovec. To teda znamená, že najväčšiu zbiehavosť kmeňa má smrek a najmenšiu smrekovec. Rozdiely v zbiehavosti kmeňa medzi drevinami sú najnižšie pri najtenších stromoch a najväčšie pri najhrubších stromoch. Pri hrúbke stromov 60 až 80 cm je najlepšie vidieť i príbuznosť dvojíc drevín smrek, jedľa a borovica, smrekovec.

Dosađením pomocných rovníc pre výpočet koeficientov b_1 , b_2 a rovnice (5) do rovnice (3) dostaneme spojitý matematický model tvaru kmeňa a to tak, ako je požadovaný podľa vzťahu (2). Pre jednotlivé dreviny sa potom menia len koeficienty $a_1 - a_4$, ktoré sú uvedené pri vzťahu (5).

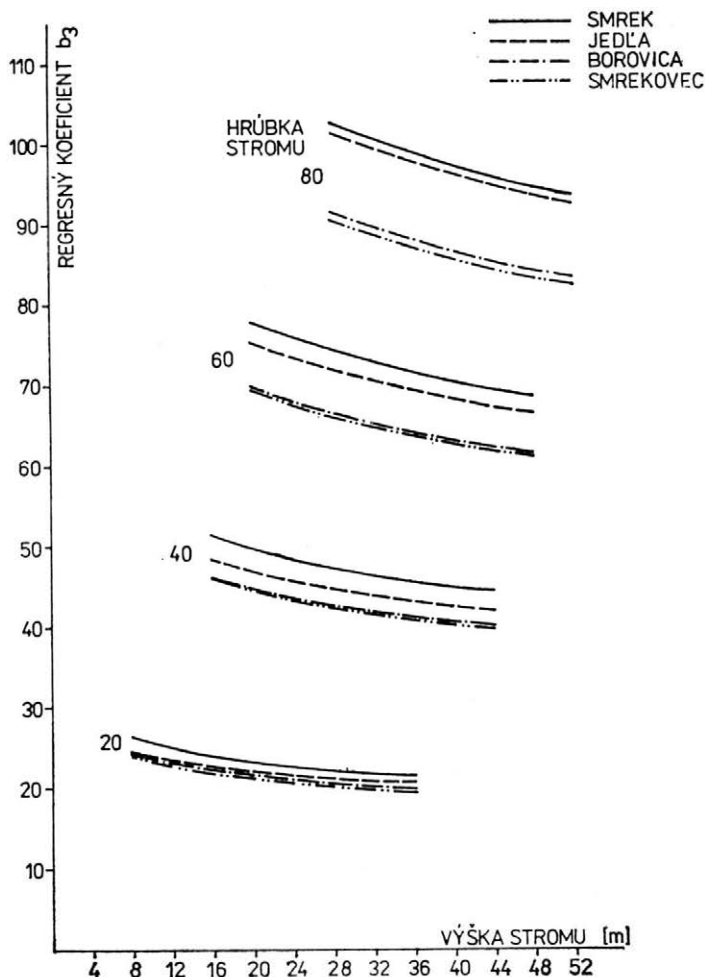
Pri niektorých lesníckych aplikáciách matematického modelu je však potrebné mať na zreteli, že výška stromu h sa meria a udáva od zeme a výška na kmeni h_i sa udáva od pňového rezu. K výške na kmeni h_i je preto potrebné pripočítať výšku pňa. Takáto úprava je potrebná napr. pri sortimentácii. Pre smrekovec sa odvodila z empirického materiálu všetkých zrúbaných vzorníkov podľa regresného vzťahu:

$$h_p(h) = a_5 + a_6 \cdot h^{a_7} \quad (6)$$

kde: h_p — výška pňa [m]
 h — výška stromu [m]
 $a_5 - a_7$ — regresné koeficienty s hodnotami:
 $a_5 = 9,208258E-2$
 $a_6 = 1,147117E-5$
 $a_7 = 2,493904E+0$

Výška pňa podľa vzťahu (6) nepresahuje 30 cm ani pri najväčších výškach stromu. Vzhľadom na malé rozpätie výšky pňa (10 až 30 cm), môžeme vzťah (6) zovšeobecniť a jednotne ho uplatniť pri všetkých drevinách.

1. Porovnanie závislosti regresného koeficienta b_3 od hrúbky a výšky stromu pre skúmané dreviny — Comparison of the dependence of the regression coefficient b_3 on the tree diameter and height of the species studied



VÝPOČET HRÚBKY STROMU BEZ KÔRY

Pre výpočet prsnej hrúbky stromu bez kôry je potrebné stanoviť hrúbku kôry na priemere. Tá sa stanovila podľa vzťahu:

$$d_{b.k.} = d - d_k \quad (7)$$

kde: $d_{b.k.}$ — prsná hrúbka stromu bez kôry
 d — prsná hrúbka stromu s kôrou
 d_k — hrúbka kôry na priemere v prsnej výške

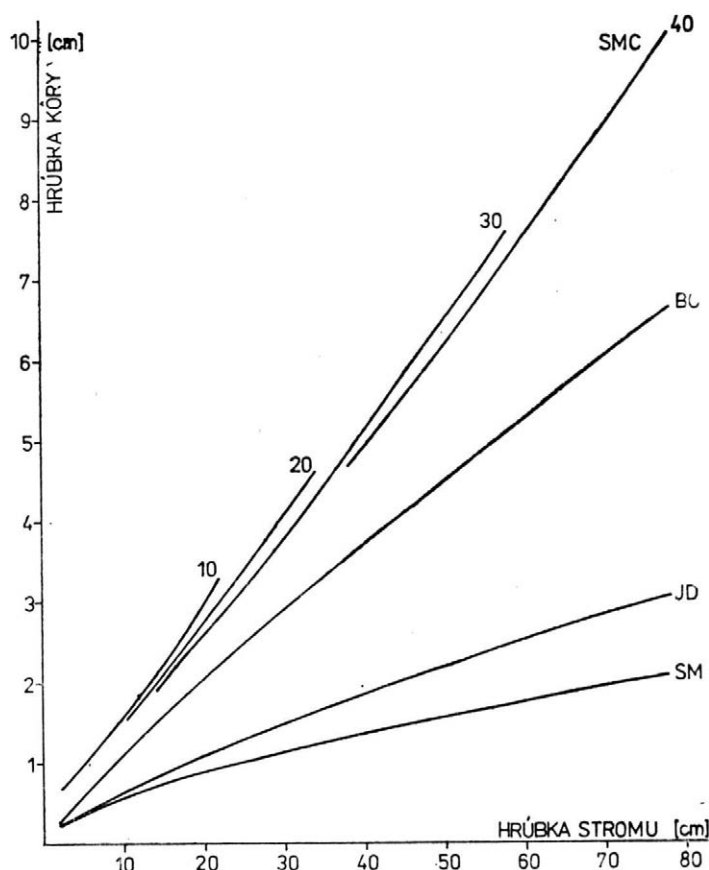
Pri rozbere faktorov, ktoré najviac vplyvajú na hrúbku kôry sa ukázala pri všetkých drevinách ako najvýznamnejšia hrúbka stromu. Pri smrekovci sa k hrúbke pridružila i výška stromu. Pre dreviny smrek, jedľa a borovica sa na vyrovnanie empirických hodnôt použila mocninová funkcia tvaru:

$$d_k(d) = a_8 \cdot d^{a_9} \quad (8)$$

Pre smrekovec funkcia tvaru:

$$d_k(h, d) = a_8 + a_9 \cdot h^{a_{10}} \cdot d^{a_{11}} \quad (9)$$

kde: d_k — hrúbka kôry na priemere v prsnej výške [cm]
 h — výška stromu [m]
 d — hrúbka stromu s kôrou [cm]
 $a_8 - a_{11}$ — regresné koeficienty s hodnotami:



2. Závislosť hrúbky kôry v prsnej výške od hrúbky, prípadne od hrúbky a výšky stromu pre dreviny smrek, jedľa, borovica a smrekovec — The dependence of the breast-height thickness of the bark on the diameter, or diameter and height of the tree of spruce, fir, pine, and larch

	smrek	jedľa	borovica	smrekovec
a_8	1,425259E-1	1,145550E-1	1,471342E-1	5,318452E-1
a_9	6,518882E-1	7,547951E-1	8,743781E-1	1,137219E-1
a_{10}	—	—	—	-1,715277E-1
a_{11}	—	—	—	1,161649E+0
S_{dk}	±0,15	±0,32	±0,40	±0,40
$S_{dk} \%$	±11,3	±17,6	±16,6	±16,1
I	0,97	0,92	0,96	0,98

Pri smreku, jedli, borovici má koeficient a_9 kladné hodnoty, čo znamená, že hrúbka kôry na kmeni v prsnej výške sa s hrúbkou stromu stále zvyšuje. Najmenej pri smreku a najviac pri borovici a smrekovci. Pri smrekovci je hrúbka kôry závislá i od výšky stromu a to tak, že pri rovnakej hrúbke stromu sa so stúpajúcou výškou stromu hrúbka kôry máľinko znižuje. Dokumentuje to záporný regresný koeficient a_{10} . Závislosť hrúbky kôry podľa rovníc (8) a (9) je graficky znázornené na obr. 2. Presnosť vyrovnania hrúbky kôry podľa rovníc (8) a (9) dokumentujú stredné chyby absolútne S_{dk} a relatívne $S_{dk} \%$. Podľa drevín sú v rozpätí 0,15 až 0,40 cm, čo v relatívnom vyjadrení predstavuje 11,3 až 17,6 %. Indexy korelácie I sú v rozpätí hodnôt 0,97 až 0,98 a potvrdzujú vysokú tesnosť vzťahu. Pri posudzovaní presnosti vyrovnania je potrebné upozorniť na to, že empirické hodnoty neboli z jednotlivých stromov, ale sú z priemerných kmeňových profilov. Preto vypočítané štatistické charakteristiky je potrebné medzi jednotlivými drevinami hodnotiť i z pohľadu počtu kmeňov v jednotlivých priemerných skupinách. Príkladom je tu jedľa. Má zo všetkých drevín najhoršie štatistické charakteristiky vyrovnania, pretože má najnižší rozsah empirického materiálu.

Presnosť odvodenia modelov tvaru kmeňa sa posudzovala dvoma spôsobmi. Posudzovala sa stredná kvadratická odchýlka za celý kmeňový profil a priemerné odchýlky v sekciách. Ako empirické hodnoty sa zobrali nie kmeňové profile jednotlivých stromov, ale priemerné kmeňové profile, teda tie podľa ktorých sa konštruoval matematický model. Stredná kvadratická odchýlka sa vypočítala podľa vzťahu:

$$s_d = \sqrt{\frac{\sum(\bar{d}_i - \hat{d}_i)^2}{n}} \quad (10)$$

kde: s_d — stredná kvadratická odchýlka priemerného kmeňového profilu

$\bar{d}_i$ — nevyrovnané hrúbky priemerného kmeňového profilu

$\hat{d}_i$ — vyrovnané hrúbky priemerného kmeňového profilu

n — počet meraných hrúbok na priemernom kmeňovom profile

Priemerné odchýlky v sekciách sa vypočítali podľa vzťahu:

$$\Delta d_i = \frac{\sum(\hat{d}_i - \bar{d}_i)}{n} \quad (11)$$

kde: Δd_i — priemerná odchýlka v i -tej sekcii

$\hat{d}_i$ — modelová hrúbka kmeňa v i -tej sekcii

$\bar{d}_i$ — empirická hrúbka kmeňa v i -tej sekcii

n — počet priemerných kmeňových profilov vo výškovej triede a je rovnaký pre všetky sekcie tej istej výškovej triedy

Stredné kvadratické odchýlky s_d priemerných empirických a vyrovnaných kmeňových profilov boli vypočítané pre všetky hrúbkové a výškové skupiny skúmaných drevín. Pre všetky dreviny platí, že vypočítané odchýlky sa zvyšujú so stúpajúcou hrúbkou stromu. Pre zovšeobecnenie tejto závislosti sa vyrovnal vzťah medzi vypočítanými chybami s_d a priemernými hrúbkami stromov podľa lineárneho vzťahu:

$$s_d(\bar{d}) = b \cdot \bar{d} \quad (12)$$

kde: s_d — stredná kvadratická odchýlka [cm]

$\bar{d}$ — prsná hrúbka priemerného kmeňového profilu [cm]

b — regresný koeficient

Pre jednotlivé dreviny je rozpätie hodnôt s_d a hodnota regresného koeficientu b nasledovná:

drevina	rozpätie s_d (cm)	b
smrek	0,05—2,4	0,010
jedľa	0,06—2,6	0,021
borovica	0,05—2,7	0,024
smrekovec	0,05—2,5	0,022

Podľa rozpätia stredných kvadratických odchýlok môžeme konštatovať, že tie sa vyskytujú maximálne do 2,4 až 2,7 cm. Je to však pri tých priemerných kmeňových profilech, kde sa vyskytuje malý počet, 1 až 2 kmeňov. Väčšina priemerných profilov má stredné chyby nižšie a pohybujú sa tesne okolo vyrovnávajúcej čiary. Podľa tejto čiary je pri hrúbke stromu 10 cm $s_d = 1$ až 2 mm a pri 80 cm je $s_d = 8$ až 19 mm. Najmenšie stredné chyby sú pri smreku a najväčšie pri borovici. V relatívnom vyjadrení k hrúbkam stromov sú chyby pre hrúbku stromu 10 cm v rozpätí 1,0 až 2,0 % a pre hrúbku 80 cm 1,0 až 2,4 %.

Priemerná odchýlka podľa vzťahu (11) hovorí o systematických odchýlkach, alebo

I. Smrek — kmeňové profily bez kôry. Priemerné odchýlky ($\hat{d}_i - \bar{d}_i$) v mm —
 Spruce — trunk profiles without bark. The mean deviations ($\hat{d}_i - \bar{d}_i$) in mm

Výška stromu h [m]	Výška na kmeni h_i [m]													Počet priemer- ných profilov
	1,3	3	7	11	15	19	23	27	31	35	39	43	47	
8	0	3	1											5
12	0	-2	2	-2										8
16	0	-3	0	6	-3									11
20	0	-5	-4	1	6	-7								12
24	0	2	-3	-5	-5	-4	-7							15
28	0	7	-3	-4	-4	-2	-2	-10						17
32	-1	11	3	-2	-2	1	2	3	-13					18
36	-1	12	-4	-9	-13	-11	-9	-4	-4	-13				13
40	0	13	0	-6	-7	-7	0	6	11	9	-13			12
44	2	23	3	-8	-3	0	1	11	14	15	11	-6		8
48	-2	15	-3	-9	4	11	11	7	2	5	10	4	-12	3

II. Jedľa — kmeňové profily bez kôry. Priemerné odchýlky ($\hat{d}_i - \bar{d}_i$) v mm —
 Fir — trunk profiles without bark. The mean deviations ($\hat{d}_i - \bar{d}_i$) in mm

Výška stromu h [m]	Výška na kmeni h_i [m]											Počet priemer- ných profilov
	1,3	3	7	11	15	19	23	27	31	35	39	
8	-1	0	-1									3
12	-1	-5	-6	-7								4
16	-1	-1	6	2	-2							6
20	-2	-2	-2	2	0	-8						10
24	1	-1	0	3	3	0	-5					15
28	0	3	4	4	6	2	-1	-7				19
32	0	3	-2	-1	0	-1	-1	-3	-11			20
36	0	4	-4	1	0	5	8	11	11	-5		13
40	-1	2	-8	-7	-4	-4	-2	-4	-4	-11	-21	4

chybách ktoré sa vyskytujú po dĺžke kmeňa. V tab. I—IV sú vypočítané priemerné odchýlky pre priemerné kmeňové profily skúmaných drevín. Z úsporných dôvodov sa uvádza pre každú drevinu len polovičný výber výškových tried a sekcií. Pri všetkých drevinách platí, že po výškovú triedu stromov 40 m sa vyskytujú v jednotlivých sekciách priemerné odchýlky väčšinou do 5 mm a ojedinele do 10 mm. Striedanie kladných a záporných odchýlok po výškových triedach, alebo aj v sekciách na kmeni poukazuje na to, že odchýlky medzi empirickými a modelovými hrúbkami sú náhodné a nevýznamné. Len vo výškových triedach 40 m a vyšších sa vyskytujú i priemerné odchýlky 10 až 20 mm. V týchto výškových triedach sú vyššie priemerné odchýlky i v dôsledku toho, že je tam malý počet priemerných profilov.

III. Borovica — kmeňové profily bez kôry. Priemerné odchýlky ($\hat{d}_i - \bar{d}_i$) v mm — Pine — trunk profiles without bark. The mean deviations ($\hat{d}_i - \bar{d}_i$) in mm

Výška stromu h [m]	Výška na kmeni h_i [m]										Počet priemer-ných profilov
	1,3	3	7	11	15	19	23	27	31	35	
8	0	1	0								5
12	0	0	5	-1							11
16	4	2	1	-2	-13						17
20	2	3	7	6	-2	-16					17
24	-4	-5	-3	-1	-8	-17	-19				17
28	-6	0	4	4	2	-6	-20	-24			12
32	5	8	12	12	13	7	-6	-17	-18		8
36	-7	-11	3	8	16	16	4	-1	9	-14	2

IV. Smrekovec — kmeňové profily bez kôry. Priemerné odchýlky ($\hat{d}_i - \bar{d}_i$) v mm — Larch — trunk profiles without bark. The mean deviations ($\hat{d}_i - \bar{d}_i$) in mm

Výška stromu h [m]	Výška na kmeni h_i [m]												Počet priemer-ných profilov
	1,3	3	7	11	15	19	23	27	31	35	39	43	
8	-1	-3	-2										4
12	-1	-1	7	6									10
16	0	-2	3	10	2								11
20	3	3	-1	4	7	-1							10
24	-2	-5	-9	-7	-2	3	-3						16
28	0	0	-5	-5	-2	-1	1	-4					17
32	2	5	1	0	0	-1	0	3	-7				17
36	-1	3	-4	-8	-8	-7	-5	-5	3	-7			15
40	5	17	7	2	0	-4	0	-4	-1	0	-9		10
44	-10	13	2	-2	2	1	5	11	9	18	14	2	4

SÚHRN

V práci sa uvádza postup odvodenia a vlastné matematické modely pozdĺžneho profilu kmeňa bez kôry ihličnatých drevín smrek, jedľa, borovica a smrekovec. Matematický model je odvodený podľa vzťahu (2), kde hrúbka kmeňa v ľubovoľnej výške je funkciou výšky na kmeni h_i , hrúbky a výšky stromu d a h . Základom matematického modelu je funkcia (3), ktorej parametre b_1 a b_2 sa vypočítajú z podmienok, že funkčná čiara musí prechádzať cez 2 pevné body. Týmto je prsná hrúbka a výška stromu. Zvyšný parameter b_3 sa stanoví z regresného vyrovnávania priemerných empirických kmeňových profilov. Odvodením závislosti (4) podľa rovnice (5) a jej dosadením do rovnice (3) dostaneme požadovaný matematický model podľa vzťahu (2).

Pre odvodenie matematických modelov a ich kvantifikáciu sa použil československý empirický materiál zozbieraný za účelom konštrukcie domácich objemových a sortimentačných tabuliek. Pre smrek to bolo 3381, jedľu 1376, borovicu 3096 a smrekovec 1424 stromov.

Presnosť odvodenia matematických modelov sa posudzovala na priemerných kmeňových profiloch strednými kvadratickými odchýlkami podľa vzťahu (10) a priemernými odchýlkami v sekciách podľa vzťahu (11). Stredné kvadratické odchýlky vyjadrené v percentách k hrúbke stromu dosahujú hodnoty 1,0 až 2,4 %. Priemerné odchýlky sú v tab. I—IV. Nevykazujú systematické trendy a ich hodnoty sú do 10 mm so striedavým znamienkom. Len pri výškach stromov nad 40 m dosahujú 10 až 20 mm a majú určitý náznak systematického trendu.

Literatúra

- BITTERLICH, W.: Trigonometrische Funktion für Baumschaftformen. Allg. Forstz., 87, 1976, č. 10, s. 329-330.
- BITTERLICH, W.: Kennziffern für Baumschaftformen. Allg. Forstz., 88, 1977, č. 10, s. 277-279.
- BRUCE, D. — CURTIS, R. O. — VANCOEVEERING, C.: Development of a System of Taper and Volume Tables for Red Alder. Forest Sci., 14, 1968, č. 3, s. 339-350.
- DEMAERSCHALK, J. P. — KOZAK, A.: The Whole-Bole System A Conditioned Dualequation System for Precise Prediction of Tree Profiles. Can. J. Res., 7, 1977, č. 3, s. 488-497.
- HUBAČ, K. — ŠEBÍK, L.: Tabuľky kmeňových profilov a sortimentačné tabuľky pre jedľu. In: Zborník ved. prác LF VŠLD, Zvolen 1964, s. 31-66.
- KORSUŇ, F.: Tabuľky kmenových profilů a sortimentační tabuľky pro smrk. Práce výzk. úst. lesn. ČSSR, 22, 1961, s. 193-236.
- KORSUŇ, F.: Tabuľky kmenových profilů a sortimentační tabuľky pro borovicu. Práce výzk. úst. lesn. ČSSR, 27, 1963, s. 159-205.
- KVĚTOŇ, K.: Regrese. [Závěrečná zpráva.] Praha, ČVUT 1984, 276 s.
- PETRAŠ, R.: Matematický model tvaru kmeňa. Lesn. Čas., 32, 1986, č. 3, s. 223-236.
- ROIKO-JOKELA, P.: Die Schaftform funktion der Fichte und die Bestimmung der Sortimentsanteile am stehenden Baum. Mitt. eidg. Anst. forstl. Versuchsw., 52, 1976, č. 1, s. 1-34.
- STERBA, H.: Die Funktionschemata der Sortentafeln für Fichte in Österreich. Mitt. der FBVA, Wien, 152, 1983, 63 s.

Došlo dňa 26. 1. 1989

ПЕТРАШ, Р. (Научно-исследовательский институт лесного хозяйства, Зволень): Математическая модель формы ствола хвойных древесных пород. Lesnictví, 35, 1989 (10) : 867-878.

В работе приводят ход выведения и собственные математические модели продольного профиля ствола без коры хвойных древесных пород — ель, пихта, сосна и лиственница. Математическая модель выведена из отношения (2), в котором диаметр ствола в любой высоте представляет функцию высоты на стволе (g) и толщины (d) и высоты деревьев (g). Основой математической модели является функция (3), которой параметры b_1 и b_2 рассчитываются из условий, что функциональная линия должна проходить через две прочные точки. Этими точками является толщина в высоте груди и высота дерева. Увеличенный параметр определяется из регрессионного выравнивания средних эмпирических ствольных профилей. Выведением зависимости (4) по уравнению (5) и введением в уравнение (3) получим требуемую математическую модель по отношению (2). Для выведения математических моделей и их количественное определение использовали чехословацкий эмпирический материал собранный с целью конструкции домашних объемных и ассортиментных таблиц. Для ели это 3381, пихты 1376, сосны 3096 и лиственница 1424 деревьев. Точность выведения математи-

ческих моделей оценивалась по средним стволовым профилям средними квадратическими отклонениями по отношению (10) и средними отклонениями в секциях по отношению (11). Средние квадратические отклонения выраженные в процентах к толщине ствола достигают значения 1,0—2,4 %. Средние отклонения не показывают систематические тренды и их значения до 10 мм с меняющимся знаком. Только в случае высот деревьев свыше 40 м достигают 10—20 мм и обладают определенным признаком систематического тренда.

хвойные древесные породы; математическая модель; толщина ствола; высота ствола

PETRÁŠ, R. (Výskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen): *The Mathematical Model of the Trunk Shape of Conifers*. Lesnictví, 35, 1989 (10) : 867-878.

Derivation method and mathematical models are presented of the longitudinal trunk profile without bark of conifers — spruce, fir, pine, larch. The mathematical model is derived on the basis of relation (2), where the stem diameter in whatever height is a function of the height on the stem h_i , diameter (d) and height of the tree (h). The basis of the mathematical model is function (3) with parameters b_1 and b_2 calculated from the conditions when the functional line must go through two reference points. These are the breast diameter and height of the tree. The last parameter b_3 is defined from a regressive levelling of the mean empirical trunk profiles. Through derivation of relationship (4) according to equation (5) and its substitution to relationship (3) we can get the desired mathematical model according to relationship (2). Derivation of the mathematical models and their quantification were made by the use of Czechoslovak empirical material collected for the purpose of development of domestic volume and assortment tables. Use was made of 3381 spruces, 1376 firs, 3096 pines, and 1424 larches. The exactness of derivation of the mathematical models was evaluated on the mean trunk profiles by the mean quadratic deviations according to relationship (10) and by the mean deviations in sections according to relation (11). The mean quadratic deviations expressed in per cent to the diameter of the tree reach 1.0 to 2.4 %. The mean deviations show no systematic trends and the signs of values up to 10 mm alternate. A slight systematic trend could be traced only with heights of more than 40 m when the values reach 10 to 20 mm.

conifers; mathematical model; trunk diameter; trunk height

PETRÁŠ, R. (Výskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen): *Mathematisches Modell der Stammform von Nadelholzarten*. Lesnictví, 35, 1989 (10) : 867-878.

In der Arbeit wird des Verfahren der Ableitung und eigentliche mathematische Modelle des Längsprofils des Stammes ohne Rinde bei den Nadelholzarten Fichte, Tanne, Lärche und Kiefer angeführt. Das mathematische Modell wird gemäß Beziehung (2) abgeleitet, wo der Stammdurchmesser in beliebiger Höhe die Funktion der Höhe am Stamm h_i , des Durchmessers (d) und der Baumhöhe (h) ist. Die Grundlage des mathematischen Modells stellt die Funktion (3) dar, deren Parameter b_1 und b_2 aus den Bedingungen berechnet werden, daß die Funktionslinie über zwei feste Punkte verlaufen muß. Die letzteren stellen der Brusthöhendurchmesser und die Baumhöhe dar. Der Restparameter b_3 wird durch Regressionsausgleichung durchschnittlicher empirischer Stammprofile bestimmt. Durch Ableitung der Abhängigkeit (4) nach der Gleichung (5) und durch ihre Einsetzung in die Gleichung (3) erhalten wir das erwünschte mathematische Modell nach der Beziehung (2). Zur Ableitung der mathematischen Modelle und für ihre Quantifizierung wurde das tschechoslowakische empirische Material angewandt, das zum Zwecke der Konstruktion heimischer Volumen- und Sortimentstafeln gesammelt wurde. Für die Fichte waren das 3381, für die Tanne 1376, für die Kiefer 3096 und für die Lärche 1424 Bäume. Die Genauigkeit der Ableitung mathematischer Modelle wurde an durchschnittlichen Stammprofilen mit Hilfe mittlerer quadratischer Abweichungen nach Beziehung (10) und mit Hilfe durchschnittlicher Abweichungen in Sektionen nach Beziehung (11) beurteilt. Mittlere quadratische Abweichungen, ausgedrückt in Prozenten des Baumdurchmessers erreichen Werte von 1,0 bis 2,4 %. Durchschnittliche Abwei-

chungen weisen keinen systematischen Trend auf und ihre Werte betragen bis 10 mm mit abwechselnden Zeichen. Nur bei Baumhöhen über 40 m erreichen sie 10 bis 20 mm und weisen bestimmte Anzeichen eines systematischen Trends auf.

Nadelholzarten; mathematisches Modell; Stammdurchmesser; Stammhöhe

Adresa autora:

Ing. Rudolf Petráš, CSc., Výskumný ústav lesného hospodárstva, ul. K. Marxa 22,
960 92 Zvolen

ČERNÝ, M. — PAŘEZ, J. (Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, Jiloviště-Strnady): *Dynamický model vývoje porostní výšky smrku*. Lesnictví, 35, 1989 (10) : 879-898.

Na podkladě pokusného materiálu získaného opakovaným měřením na trvalých a poloprvních výzkumných plochách smrku bylo provedeno porovnání dynamických kvalit několika modelů vývoje porostní výšky. K tomuto účelu byla pro Schwappachovy (1902) a Assmannovy-Franzovy (1963) růstové tabulky nalezena formulace modelu na bázi Chapmanovy-Richardsovy růstové rovnice aproximující tabelované hodnoty. Výsledky porovnání ukázaly jako nejlepší model odvozený ze Schwappachových růstových tabulek (1902), na druhém místě je model odvozený z růstových tabulek Assmanna-Franze (1963), na třetím místě model Halajeho et al. (1987), odvozený ze 2. vydání růstových tabulek ČSSR (1980). Z pokusného materiálu výzkumných ploch byl metodou podle Garcii (1980) přímo odvozen nový dynamický model vývoje střední výšky hlavního porostu pro smrk. Model ve tvaru $HM = 45,10 \cdot [1 - \exp(-b \cdot \text{věk})]^{1/0,5466}$ odpovídá velmi dobře charakteru dat a má dobré predikční vlastnosti: při predikci porostní výšky podle aktuální hodnoty až na 30 let dopředu se u souboru dat trvalých výzkumných ploch pro 82,6 % měření bonita nemění a pro 96,8 % měření se mění nejvýše o jednu. Odpovídající hodnoty pro modely odvozené podle Schwappachových, Assmannových-Franzových růstových tabulek a 2. vydání růstových tabulek ČSSR jsou 70,1 až 93,5 %, 62,5 až 89,9 %, 54,1 až 81,8 %. Z výsledků je zřejmé, že nově odvozený model odpovídá empirickému materiálu lépe než modely růstových tabulek. Oprávněnost použití daní formulace modelu byla ověřena podrobným rozбором pokusného materiálu.

smrk; dynamický model; horní výška; střední výška porostu

V oblasti kvantitativní analýzy růstu lesních porostů zaujímá studium vývoje porostní výšky přední místo. Aktuální hodnota výšky porostu, zejména horní porostní výšky, je v porovnání s ostatními charakteristikami porostu relativně nejméně závislá na hospodářské činnosti člověka. Velikost porostní výšky je přitom úzce vázána na hodnoty dalších porostních veličin. Z těchto důvodů je velmi často aktuální hodnota porostní výšky používána k zařazení porostu do určité kategorie produktivní zdatnosti — bonity.

V růstovém modelu založeném na obvykle používaných zásadách je bonita chápána jako soubor stejně se vyvíjejících porostů. Hodnota bonity pro každý jednotlivý porost by ve zjednodušeném deterministickém pojetí byla konstantní během celého vývoje porostu. Jinými slovy, rozdíl mezi skutečnou hodnotou výšky opakovaných měření porostu a výškou odvozenou z růstového modelu na základě zařazení porostu do bonity podle prvního měření by byl vždy roven 0. Vzhledem ke stochastickému charakteru procesu růstu porostu přecházíme od požadavku nulové odchylky k požadavku minimální dosažitelné odchylky. V zásadě tedy pro vytvoření prognostického modelu výšky porostu musíme: 1. sestavit datový soubor dostatečně reprezentativní ve vztahu k základnímu

souboru, 2. vytvořit růstový model odpovídající stanoveným kritériím, resp. najít optimální hodnoty parametrů při zadaném tvaru modelu.

Odvozený růstový model by měl vycházet z podrobné analýzy empirických dat získaných opakovaným měřením na výzkumných plochách a měl by jím být ve formulaci a hodnotách parametrů co nejbližší — měl by mít dynamický charakter. To znamená, že konstrukce růstového modelu nevychází ze statistického rozložení jednotlivých naměřených údajů, ale z růstových trendů zjištěných na výzkumných plochách. Jak uvádí Halaj et al. (1987) na podkladě práce *Sequense* (1985), nelze očekávat, že takto odvozený růstový model bude odpovídat průměrné výškové křivce odvozené z inventarizace lesů.

V Československu jsou jako model vývoje porostní výšky smrku používány Schwappachovy růstové tabulky (RT) z roku 1902. Cílem tohoto příspěvku je 1. porovnat vývoj porostní výšky smrku v RT různých autorů, 2. porovnat skutečný vývoj porostní výšky zjištěný opakovaným měřením na výzkumných plochách s údaji RT různých autorů, 3. najít formulaci modelu vývoje porostní výšky pro odvození přímo z pokusného materiálu výzkumných ploch.

EMPIRICKÝ MATERIÁL

Empirický datový materiál použitelný pro analýzu vývoje porostní výšky smrku na území ČSR resp. ČSSR je tvořen: 1. trvalými výzkumnými plochami (TVP) VÚLHM Strnady, 2. TVP VÚLHM Zvolen, 3. poloprovozními výzkumnými plochami (PVP) Lesprojektu Brandýs nad Labem a Lesprojektu Zvolen. Pro ověření a porovnání jednotlivých růstových modelů byly vytvořeny dva soubory sestávající z dat TVP VÚLHM Strnady a VÚLH Zvolen a prověřených údajů PVP ČSR Lesprojektu Brandýs nad Labem (tab. I). Vyčlenění zvláštního souboru TVP je, vzhledem k vyšší přesnosti a většímu počtu opakovaných měření na těchto plochách, výhodné zejména pro ověřování některých dílčích hypotéz a pro testování statistického fitu jednotlivých modelů.

Tab. II ukazuje rozložení datového materiálu obou souborů podle věku a bonity (pro zařazení do bonit byl použit ekvivalent Schwappových RT 1902). Rozložení je značně nerovnoměrné; materiál je tedy nevhodný pro konstrukci růsto-

I. Základní charakteristiky datového materiálu — The basic characteristics of the data material

a) TVP VÚLHM Strnady, VÚLH Zvolen + PVP ČSR

celkový počet ploch = 494

celkový počet měření = 1938

věk : min = 10 let

max = 153 let

průměr = 65,7 roku

výška : min = 4,0 m

max = 38,7 m

průměr = 22,5 m

průměrná perioda měření = 5,3 roku

průměrný počet měření = 3,9

b) TVP VÚLHM Strnady, VÚLH Zvolen

celkový počet ploch = 143

celkový počet měření = 655

věk : min = 10 let

max = 153 let

průměr = 52,9 roku

výška : min = 4,0 m

max = 38,7 m

průměr = 20,9 m

průměrná perioda měření = 4,9 roku

průměrný počet měření = 4,6

(z toho VÚLH Zvolen 27 ploch 99 měření)

II. Rozložení četností měření podle věku a bonity (bonita stanovena podle ekvivalentu Schwappachových růstových tabulek (1902) — Distribution of the frequency of measurements according to the age and site class (site class determined according to the equivalent of the Schwappach growth tables (1902))

Bonita	Četnosti měření podle věkových stupňů																Celkem
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
a) Materiál TVP VÚLHM Strnady a VÚLH Zvolen.																	
22	—	—	—	—	—	3	5	1	1	1	—	—	—	—	—	—	11
24	—	—	—	—	—	4	1	6	—	—	—	—	—	1	—	—	12
26	—	—	—	2	5	10	6	4	2	—	—	—	—	—	2	—	31
28	—	—	1	3	3	6	15	10	1	—	—	—	—	—	—	1	40
30	—	—	—	12	15	16	5	5	2	—	2	2	—	—	—	—	59
32	—	—	4	26	33	32	16	2	—	—	—	—	—	—	—	—	113
34	—	—	—	27	55	47	27	7	4	2	—	—	—	—	—	—	169
36	—	—	—	6	25	30	21	13	1	4	3	—	—	—	—	—	103
38	—	1	2	13	17	5	10	3	2	3	1	—	—	—	—	—	57
40	5	6	3	5	3	1	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	26
42	2	13	13	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	32
44	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2
Celkem	7	20	24	99	156	154	107	53	13	10	6	2	—	1	2	1	655
b) Materiál TVP VÚLHM Strnady, VÚLH Zvolen a PVP ČSR.																	
12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	4	2	—	8
14	—	—	—	—	—	—	—	—	2	3	2	2	—	—	—	—	9
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	2	2	2	—	—	—	9
18	—	—	—	—	—	—	3	6	4	2	4	2	1	1	1	—	24
20	—	—	—	—	—	—	4	7	8	6	2	4	1	—	1	1	34
22	—	—	—	—	—	8	14	20	16	11	11	5	4	1	—	—	90
24	—	—	—	—	1	12	13	27	14	10	6	1	—	1	—	—	85
26	—	—	—	2	10	18	32	35	30	21	5	3	—	—	2	—	158
28	—	—	1	4	6	23	49	57	39	18	6	—	—	—	—	1	204
30	—	—	—	15	30	42	55	52	29	9	8	2	—	—	—	—	242
32	—	—	5	40	59	74	63	53	26	5	2	3	—	—	—	—	330
34	—	—	—	34	75	86	78	40	28	9	—	—	1	—	—	—	351
36	—	1	—	16	46	64	41	27	7	7	3	—	—	—	—	—	212
38	—	1	4	15	38	19	21	8	4	5	2	—	—	—	—	—	117
40	5	6	3	6	6	2	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	31
42	2	13	13	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	32
44	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2
Celkem	7	21	27	137	271	348	374	334	207	109	53	24	11	7	6	2	1938

vého modelu odvozeného ze statistického rozložení (např. metodou podle Svalova, 1979). To dokládá i Halaj et al. (1987). Na druhé straně je třeba vzít v úvahu i zjištění změn v růstovém procesu v posledních dvou—třech desetiletích spojených se změnami prostředí (zvýšeným spadem dusíku, změnami v atmosféře a dalšími) které mají globální charakter a projevují se zejména u mladších porostů. Analýzy provedené v IIASA (International Institute for Applied Systems Analysis) na podkladě údajů z celého světa ukazují na periodické výkyvy běžného přírůstu porostních zásob s lokální kulminací probíhající v současné době a očekávaným poklesem do roku 1992 (Kairiukstis, 1988 osobní sdělení). Celkově lze říci, že charakter empirických dat, které máme k dispozici, podporuje požadavek na konstrukci dynamického modelu. Zároveň je nutné počítat do budoucna s nutností podchycení vlivu změn prostředí na růst. To je možné realizovat buď rozšířením modelu o další vysvětlující proměnné nebo alespoň opakovanou kalibrací modelu na aktualizovaných datových souborech.

V ČSSR je dosud používanou veličinou charakterizující porostní výšku střední výška hlavního porostu. Přes nesporné výhody horní porostní výšky se střední výškou hlavního porostu počítá i pro připravované 3. vydání RT ČSSR. Z těchto důvodů, a také proto, že u většiny PVP není údaj horní porostní výšky k dispozici, je i v této práci použita střední výška hlavního porostu.

Kromě empirického materiálu TVP a PVP byly rovněž využity další publikované údaje zjištěné opakovaným měřením na výzkumných plochách (Schwappach, 1890; Wiedemann, 1937).

ODVOZENÍ ANALYTICKÉHO TVARU VÝVOJE STŘEDNÍ VÝŠKY HLAVNÍHO POROSTU RŮSTOVÝCH TABULEK A. SCHWAPPACHA (1902) A ASSMANNA-FRANZE (1963)

Pro rozbor a porovnání vývoje porostní výšky smrku byly kromě 2. vydání RT ČSSR (Halaj a kol., 1980) použity také Schwappachovy (1902) a Assmannovy — Franzovy (1963) růstové tabulky.

Systém bonitního třídění se v jednotlivých RT výrazně odlišuje (v Schwappachových RT — 5 bonit střední porostní výšky, v Assmannových — Franzových RT — 11 absolutních bonit horní porostní výšky, ve 2. vydání RT ČSSR — 16 absolutních bonit střední porostní výšky). Pro porovnání jednotlivých RT mezi sebou a pro zjednodušení postupu při určování bonity jednotlivých měření je výhodné vyjádřit tabelované hodnoty jednodušším matematickým výrazem.

Výškový vývoj 2. vydání RT ČSSR (Halaj a kol., 1980) byl popsán matematickým modelem, v němž střední výška je funkcí věku a bonity (Halaj et al., 1981, 1987). Model je definován v oboru 10 až 160 let. Parametry Korfovy funkce (rovnice p1 viz příloha) jsou vztaženy k bonitě:

$$n = A1 + A2/q \quad (1)$$

$$k = [(A3 + A4 \cdot q) \cdot 100^n]/q \quad (2)$$

$$A = q/\exp [k/(1-n) \cdot 100^{1-n}] \quad (3)$$

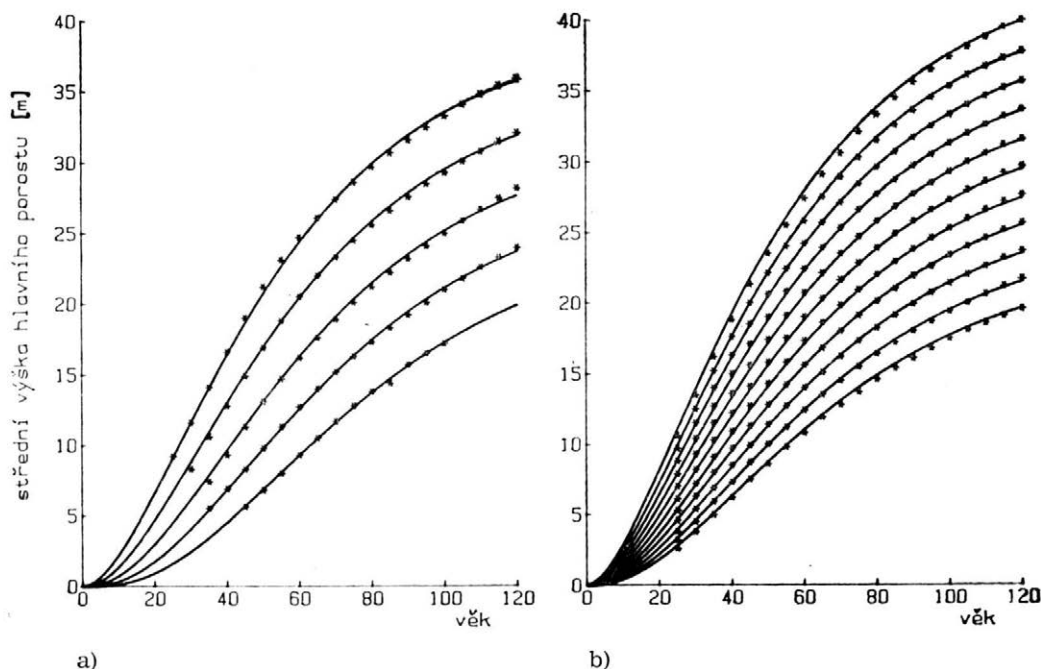
kde: q = bonita,
 $A1$ = 1,80476987
 $A2$ = 1,72273768
 $A3$ = 1,13752000E-1
 $A4$ = 1,61075000E-3

Pro Schwappachovy a Assmannovy — Franzovy RT bylo nutné nalézt odpovídající formulaci modelu, který by dostatečně přesně aproximoval tabelované údaje. Analytický tvar regresní funkce v po-

době regresní plochy popisující výškový vývoj RT byl odvozen pomocí metody postupných řezů (Květoně, 1987). Nejprve byly růstovou funkcí vyrovnány jednotlivé bonitní křivky RT. Parametry takto odvozených rovnic bonitálních křivek byly následně vyrovnány v závislosti na bonitě (resp. na tabulkové hodnotě střední výšky hlavního porostu ve 100 letech).

Vyrovnání bonitních křivek bylo provedeno pomocí Korfovy a Chapmanovy-Richardsovy růstové rovnice (viz příloha). Použitý výpočetní program pro nelineární regresí byl pro posouzení kvality nejprve testován ve srovnání s programem ing. Květoně, CSc. (pro Chapmanovu-Richardsovu funkci) a programem ing. Burdy, CSc. (pro Korfovu funkci) na několika datových souborech zahrnujících empirické údaje růstu smrkových vzorníků. Ve všech případech byly výsledné odhady parametrů shodné.

Parametry růstových funkcí v závislosti na bonitě byly ve všech případech vyrovnány jednoduchou lineární regresí, i přesto, že například parametr b v Chapmanově-Richardsově rovnici pro Assmannovy-Franzovy RT by bylo možné mnohem lépe popsat například polynome vyššího stupně. V tomto případě by ovšem byla velmi problematická extrapolace bonitního vějíře do oblasti nejvyšších bonit, bez které se při testování empirického materiálu v žádném případě neobejdeme. Na druhé straně ve Schwappachových RT ztrácí lineární regresní koeficient v některých případech význam, vzhledem k velmi malému počtu prvků v regresní závislosti a značnému reziduálnímu rozptylu.



1. Vyrovnání vývoje střední výšky hlavního porostu pro a) Schwappachovy (1902) a b) Assmannovy-Franzovy růstové tabulky; modely na bázi Chapmanovy-Richardsovy růstové funkce — Equalizing the development of the mean height of the main stand for the a) Schwappach (1902) and b) Assmann-Franz growth tables, models on the basis of the Chapman-Richards growth function

III. Odvození matematického modelu vývoje střední výšky hlavního porostu Schwappachových růstových tabulek (1902) — Derivation of the mathematical for the mean stand height after thinning of the Schwappach growth tables (1902)

a) Model na bázi Korfovy růstové funkce

Vyrovňování jednotlivých bonitních křivek,

bonita	HM100	A	k	n	R	Syx	N
I.	33,3	57,53	27,22	1,877	0,9996	0,27	21
II.	29,3	51,79	47,91	1,979	0,9999	0,13	20
III.	25,0	51,90	48,85	1,930	0,9999	0,09	19
IV.	21,0	53,43	39,61	1,849	0,9999	0,10	19
V.	17,2	45,31	80,14	1,967	0,9995	0,13	13

Vyrovňování parametrů bonitních křivek.

$$A = 37,96789 + 0,5573971 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,8114 \quad Syx = 2,969 \quad N = 5$$

$$k = 108,63527 - 2,3803057 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,7787 \quad Syx = 14,185 \quad N = 5$$

$$n = 1,95305 - 0,0013712 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,1632 \quad Syx = 0,061 \quad N = 5$$

Statistické hodnocení průběhu konečného tvaru modelu tabulkovými hodnotami:

$$R = 0,9941 \quad Sy = 8,5760 \quad Syx = 0,9324 \quad N = 92$$

b) Model na bázi Chapmanovy-Richardsovy růstové funkce

Vyrovňování jednotlivých bonitních křivek.

bonita	HM100	A	c	b	R	Syx	N
I.	33,3	39,13	0,5273	0,02531	0,9997	0,21	21
II.	29,3	35,57	0,4414	0,02527	0,9998	0,18	20
III.	25,0	33,05	0,4196	0,02229	0,9995	0,22	19
IV.	21,0	29,79	0,3998	0,02049	0,9998	0,12	19
V.	17,2	24,34	0,2936	0,02335	0,9996	0,12	13

Vyrovňování parametrů bonitních křivek.

$$A = 10,478036 + 0,87034834 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,9872 \quad Syx = 1,03865 \quad N = 5$$

$$c = 0,101670 + 0,01250675 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,9525 \quad Syx = 0,02957 \quad N = 5$$

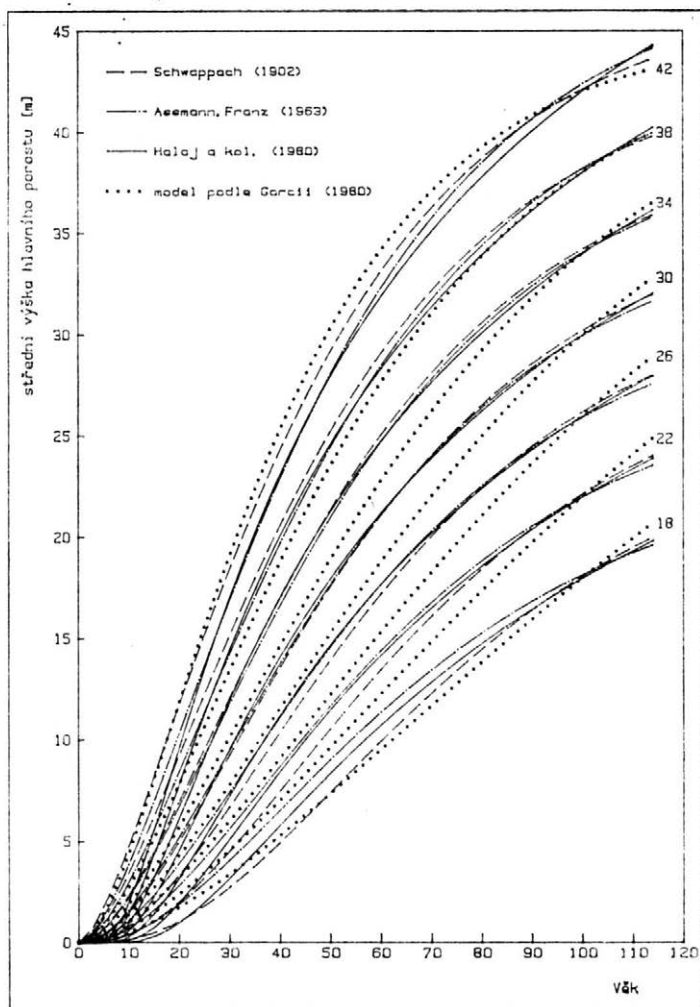
$$b = 0,017827 + 0,00021921 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,6845 \quad Syx = 0,00173 \quad N = 5$$

Statistické hodnocení průběhu konečného tvaru modelu tabulkovými hodnotami:

$$R = 0,9996 \quad Sy = 8,5760 \quad Syx = 0,2283 \quad N = 92$$

Při vyhodnocování výsledků, resp. porovnávání výsledků získaného pro modely odvozené pro různé růstové křivky (tab. III a IV — označení veličin a zkratky použité v grafech a tabulkách jsou uvedeny v příloze) je směrodatným statistický ukazatel těsnosti závislosti výsledného tvaru rovnice regresní plochy vzhledem k výchozím údajům RT. Porovnání výsledků řešení úlohy při aplikaci Korfovy a Chapmanovy-Richardsovy růstové rovnice ukazuje na lepší shodu s výchozími údaji u Chapmanovy-Richardsovy rovnice. Pro další analýzu jsou tedy jako ekvivalenty Schwappachových (1902) a Assmannových - Fran-

2. Porovnání vývoje střední výšky hlavního porostu jednotlivých modelů — Comparison of the development of the mean height of the main stand in different models



z ových (1963) RT použity modely na bázi této rovnice (p6, viz příloha), v níž jednotlivé parametry jsou lineárně závislé na bonitě (obr. 1).

Ze srovnání průběhu výškového vývoje jednotlivých analyzovaných modelů (obr. 2) je zřejmá shoda modelu Halaj, et al. (1987) odvozeného z 2. vydání RT ČSSR a modelu odvozeného z Assmannových - Franzových RT (1963). Rozdíl ve věku do 30 let je zřejmě způsoben použitím odlišných růstových funkcí.

POROVNÁNÍ EMPIRICKÉHO MATERIÁLU S TABULKOVÝMI MODELÝ

Vhodnost konkrétního růstového modelu pro empirická data je ověřena výpočtem reziduálního rozptylu modifikovaným pro regresní plochu. Pro každé měření každé jednotlivé TVP (resp. PVP) je podle růstového modelu stanovena bonita. Průměrná bonita v rámci TVP (PVP) pak definuje vývojovou křivku s optimálním průběhem z hlediska řady opakovaných měření na TVP (PVP). Vztah mezi skutečnými naměřenými hod-

IV. Odvození matematického modelu vývoje střední výšky hlavního porostu Assmannových-Franzových růstových tabulek (1963) — Derivation of the mathematical model for the mean stand height after thinning of the Assmann-Franz growth tables (1963)

a) Model na bázi Korfovy růstové funkce.

Vyrovňování jednotlivých bonitních křivek.

bonita	HM100	A	k	n	R	Syx	N
40	37,4	65,90	23,66	1,845	0,9997	0,24	21
38	35,3	61,22	26,76	1,872	0,9997	0,22	21
36	33,3	58,17	28,28	1,879	0,9997	0,22	21
34	31,3	55,99	28,94	1,876	0,9998	0,19	21
32	29,3	53,73	30,08	1,876	0,9998	0,18	21
30	27,3	51,94	31,00	1,871	0,9998	0,16	21
28	25,3	50,20	31,22	1,861	0,9999	0,13	21
26	23,4	48,85	30,70	1,845	0,9999	0,11	21
24	21,4	46,63	32,24	1,844	0,9999	0,09	21
22	19,4	44,22	33,99	1,844	0,9999	0,07	21
20	17,5	42,01	34,99	1,838	0,9999	0,07	21

$$A = 22,580493 + 1,0982871 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,9913 \quad Syx = 1,0115 \quad N = 11$$

$$k = 42,973162 - 0,4681332 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,9597 \quad Syx = 0,9527 \quad N = 11$$

$$n = 1,818337 + 0,0014968 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,6183 \quad Syx = 0,0132 \quad N = 11$$

Statistické hodnocení průběhu konečného tvaru modelu tabulkovými hodnotami:

$$R = 0,9991 \quad Sy = 9,4501 \quad Syx = 0,4001 \quad N = 231$$

b) Model na bázi Chapmanovy-Richardsovy růstové funkce.

Vyrovňování jednotlivých bonitních křivek.

bonita	HM100	A	c	b	R	Syx	N
40	37,4	44,06	0,5501	0,02448	1,0000	0,10	21
38	35,3	41,47	0,5291	0,02511	0,9999	0,11	21
36	33,3	39,23	0,5137	0,02519	0,9999	0,10	21
34	31,3	37,21	0,5009	0,02493	0,9999	0,11	21
32	29,3	35,16	0,4844	0,02474	0,9999	0,10	21
30	27,3	33,27	0,4681	0,02438	0,9999	0,11	21
28	25,3	31,33	0,4558	0,02389	0,9999	0,11	21
26	23,4	29,48	0,4458	0,02324	0,9999	0,11	21
24	21,4	27,48	0,4285	0,02292	0,9999	0,11	21
22	19,4	25,43	0,4115	0,02262	0,9998	0,12	21
20	17,5	23,37	0,3960	0,02224	0,9999	0,10	21

Vyrovňování parametrů jednotlivých bonitních křivek.

$$A = 5,604903 + 1,01640433 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,9996 \quad Syx = 0,20574 \quad N = 11$$

$$c = 0,266591 + 0,00748222 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,9989 \quad Syx = 0,00242 \quad N = 11$$

$$b = 0,019960 + 0,00014683 \cdot \text{bonita} \quad R = 0,9150 \quad Syx = 0,00045 \quad N = 11$$

Statistické hodnocení průběhu konečného tvaru modelu tabulkovými hodnotami:

$$R = 0,9998 \quad Sy = 9,4501 \quad Syx = 0,1843 \quad N = 231$$

V. Základní statistika modelů odvozených z růstových tabulek pro materiál TVP VÚLHM Strnady a VÚLH Zvolen — The basic statistics of the models derived from the growth tables for the material of the permanent research areas of the Research Institute of Forestry and Game Management Strnady and Research Institute of Forestry Management Zvolen

Model	Syx	Sy	R	N	Pred Syx	N pred
Schwappach (1902)	0,57	6,36	0,9960	655	1,15	512
Assmann, Franz (1963)	0,57	6,36	0,9959	655	1,18	512
Halaj a kol. (1987)	0,65	6,15	0,9944	648	1,41	505
model podle Garcii	0,50	6,36	0,9969	655	1,00	512

VI. Základní statistika modelů odvozených z růstových tabulek pro materiál TVP VÚLHM Strnady, VÚLH Zvolen a PVP ČSR — The basic statistics of the models derived from the growth tables for the material of the permanent research areas of the Research Institute of Forestry and Game Management Strnady, Research Institute of Forestry Management Zvolen and semi-pilot research areas of the ČSR

Model	Syx	Sy	R	N	Pred Syx	N pred
Schwappach, (1902)	0,66	5,57	0,9930	1938	1,29	1444
Assmann, Franz (1963)	0,68	5,57	0,9926	1938	1,36	1444
Halaj a kol. (1987)	0,70	5,47	0,9917	1931	1,43	1437
model podle Garcii	0,61	5,57	0,9940	1938	1,19	1444

notami a odpovídajícími údaji této křivky pak charakterizuje reziduální rozptyl. Pokud umístění vývojové křivky definujeme ne jako optimální v rámci TVP (PVP), ale pouze podle prvního měření, potom reziduální rozptyl přechází v predikační reziduální rozptyl, který udává vztah mezi skutečnými naměřenými hodnotami opakovaných měření k vývojové křivce definované podle prvního měření na TVP (PVP).

Pro větší názornost byla zvolena ještě další interpretace, kdy jsou vypočítány četnosti měření podle odchylky bonity od průměrné bonity v rámci TVP (PVP), resp. od bonity 1. měření. Tak například údaj ve třídě označené $\leq \pm 0,5$ udává počet měření jejichž bonita se od průměrné bonity, resp. od bonity prvního měření, neodchyluje více než o 0,5 bonity (tj. o 1 m) střední výšky hlavního porostu ve 100 letech).

V tab. V, VI, VII a VIII jsou uvedeny výsledky statistické analýzy. Pro empirická data TVP a PVP nejlépe vyhovuje model odvozený podle Schwappachových RT (1902), následuje model odvozený podle Assmannových - Franzových RT (1963), na třetím místě je model Halaje et al. (1987) odpovídající 2. vydání RT ČSSR (pro tento model nebylo možné zabonitovat 7 měření ani do 52. bonity). Rozdíly mezi modelem 2. vydání RT ČSSR a modelem podle RT Assmanna - Franze jsou způsobeny nereálně pomalým růstem střední výšky v nízkém věku u modelu 2. vydání RT ČSSR souvisejícím zřejmě s aplikací Korfovy růstové funkce. Zajímavé je porovnání výsledků u jednotli-

Četnosti měření podle odchylky bonity od bonity 1. měření

$\leq -3,0$	$\leq -2,5$	$\leq -2,0$	$\leq -1,5$	$\leq -1,0$	$\leq \pm 0,5$	$\leq +1,0$	$\leq +1,5$	$\leq +2,0$	$\leq +2,5$
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	----------------	-------------	-------------	-------------	-------------

a) model podle Schwappachových růstových tabulek (1902)

0	0	0	3	22	359	98	19	11	0
0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,6 %	4,3 %	70,1 %	19,1 %	3,7 %	2,1 %	0,0 %

b) model podle Assmannových-Franzových růstových tabulek (1963)

0	0	1	9	30	320	110	26	13	3
0,0 %	0,0 %	0,2 %	1,8 %	5,9 %	62,5 %	21,5 %	5,1 %	2,5 %	0,6 %

c) model podle 2. vydání růstových tabulek ČSSR (Halaj a kol., 1980, 1987)

9	3	3	11	27	273	113	47	14	5
1,8 %	0,6 %	0,6 %	2,2 %	5,3 %	54,1 %	22,4 %	9,3 %	2,8 %	1,0 %

d) model podle Garcii ($A = 45,1$; $c = 0,5466$)

0	0	1	1	40	423	33	12	2	0
0,0 %	0,0 %	0,2 %	0,2 %	7,8 %	82,6 %	6,4 %	2,3 %	0,4 %	0,0 %

Četnosti měření podle odchylky bonity od průměrné bonity

$\leq -3,0$	$\leq -2,5$	$\leq -2,0$	$\leq -1,5$	$\leq -1,0$	$\leq \pm 0,5$	$\leq +1,0$	$\leq +1,5$	$\leq +2,0$	$\leq +2,5$
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	----------------	-------------	-------------	-------------	-------------

a) model podle Schwappachových růstových tabulek (1902)

0	0	0	3	37	593	21	1	0	0
0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,5 %	5,6 %	90,5 %	3,2 %	0,2 %	0,0 %	0,0 %

b) model podle Assmannových-Franzových růstových tabulek (1963)

0	0	1	5	42	577	30	0	0	0
0,0 %	0,0 %	0,2 %	0,8 %	6,4 %	88,1 %	4,6 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %

c) model podle 2. vydání růstových tabulek ČSSR (Halaj a kol., 1980, 1987)

0	0	1	14	60	530	35	4	3	1
0,0 %	0,0 %	0,2 %	2,2 %	9,3 %	81,8 %	5,4 %	0,6 %	0,5 %	0,2 %

d) model podle Garcii ($A = 45,1$; $c = 0,5466$)

0	0	0	1	16	630	8	0	0	0
0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,2 %	2,4 %	96,2 %	1,2 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %

vých modelů pro různé soubory. Je zřejmé, že každý z modelů by měl dávat relativně lepší výsledky pro soubor TVP, který je méně zatížen chybami měření a v němž je proto možné regresní závislosti vysvětlit větší část celkového rozptylu, než pro soubor PVP. Jestliže výsledky statistické analýzy pro model podle Schwappachových RT jsou lepší u souboru TVP, pak u modelu 2. vydání RT ČSSR je tomu právě naopak. I toto srovnání ukazuje na lepší kvalitu modelu podle Schwappachových RT.

VIII. Výsledky statistické analýzy pro materiál TVP VÚLHM Strnady, VÚLH Zvolen a PVP ČSR — The results of statistical analysis for the material of the permanent research areas of the Research Institute of Forestry and Game Management Strnady, Research Institute of Forestry Management Zvolen and semi-pilot research areas of the ČSR

Četnosti měření podle odchylky bonity od bonity 1. měření

$\leq -3,0$	$\leq -2,5$	$\leq -2,0$	$\leq -1,5$	$\leq -1,0$	$\leq \pm 0,5$	$\leq +1,0$	$\leq +1,5$	$\leq +2,0$	$\leq +2,5$
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	----------------	-------------	-------------	-------------	-------------

a) model podle Schwappachových růstových tabulek (1902)

0	0	4	23	88	962	255	76	32	4
0,0 %	0,0 %	0,3 %	1,6 %	6,1 %	66,6 %	17,7 %	5,3 %	2,2 %	0,3 %

b) model podle Assmannových-Franzových růstových tabulek (1963)

0	1	7	32	93	883	275	92	45	16
0,0 %	0,1 %	0,5 %	2,2 %	6,4 %	61,1 %	19,0 %	6,4 %	3,1 %	1,1 %

c) model podle 2. vydání růstových tabulek ČSSR (Halaj a kol., 1980, 1987)

9	3	8	27	83	832	291	120	42	22
0,6 %	0,2 %	0,6 %	1,9 %	5,8 %	57,9 %	20,3 %	8,4 %	2,9 %	1,5 %

d) model podle Garcii ($A = 45,1$; $c = 0,5466$)

0	3	6	33	158	1069	120	46	5	4
0,0 %	0,2 %	0,4 %	2,3 %	10,9 %	74,0 %	8,3 %	3,2 %	0,3 %	0,3 %

Četnosti měření podle odchylky bonity od průměrné bonity

$\leq -3,0$	$\leq -2,5$	$\leq -2,0$	$\leq -1,5$	$\leq -1,0$	$\leq \pm 0,5$	$\leq +1,0$	$\leq +1,5$	$\leq +2,0$	$\leq +2,5$
-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	----------------	-------------	-------------	-------------	-------------

a) model podle Schwappachových růstových tabulek (1902)

0	1	0	13	114	1729	75	6	0	0
0,0 %	0,1 %	0,0 %	0,7 %	5,9 %	89,2 %	3,9 %	0,3 %	0,0 %	0,0 %

b) model podle Assmannových-Franzových růstových tabulek (1963)

1	0	2	24	139	1656	108	7	1	0
0,1 %	0,0 %	0,1 %	1,2 %	7,2 %	85,4 %	5,6 %	0,4 %	0,1 %	0,0 %

c) model podle 2. vydání růstových tabulek ČSSR (Halaj a kol., 1980, 1987)

0	1	3	29	158	1614	111	10	4	1
0,0 %	0,1 %	0,2 %	1,5 %	8,2 %	83,6 %	5,7 %	0,5 %	0,2 %	0,1 %

d) model podle Garcii ($A = 45,1$; $c = 0,5466$)

0	0	1	6	87	1805	35	4	0	0
0,0 %	0,0 %	0,1 %	0,3 %	4,5 %	93,1 %	1,8 %	0,2 %	0,0 %	0,0 %

ODVOZENÍ MODELU VÝVOJE POROSTNÍ VÝŠKY METODOU PODLE GARCII (1980)

Garcia [1979, 1980] vyvinul model i postup pro jeho kalibraci jako součást metodiky pro modelování růstu stejnověkých lesních porostů. Obdobný postup byl použit i dalšími autory, například Faberem [1987].

Model je kalibrován na empirických datech sestávajících z několika

periodicky opakovaných měření porostní výšky na řadě ploch. Věk a počet měření může být u jednotlivých ploch odlišný a měření mohou být prováděna s nestejnou periodou. Model vývoje střední výšky hlavního porostu, jehož základem je Chapmanova-Richardsova funkce, je formulován tak, že některé parametry růstové rovnice jsou společné pro všechny výzkumné plochy (globální parametry), jiné jsou specifické pro jednotlivé výzkumné plochy (lokální parametry). Autor rozebírá tři varianty zadání:

a) parametry A, c globální; parametr b lokální

b) parametry b, c globální; parametr A lokální

c) Burkhart-Tennentův model: $b = B \cdot S$

$$A = S/[1 - \exp(100 \cdot B \cdot S)]^{1/c}$$

kde: S je predikovaná výška ve 100 letech; parametry B, c jsou globální, parametr S je lokální

V procesu kalibrace modelu jsou simultánně hledány optimální hodnoty globálních i lokálních parametrů metodou maximalizace logaritmu věrohodnostní funkce. Implementace růstové rovnice v diferenciálním tvaru podmiňuje dynamický charakter modelu: konečný tvar modelu je podřízen růstovému trendu, tak jak je zjištěn opakovaným měřením na jednotlivých plochách, a ne statistickému rozložení datového materiálu. Z hlediska praktického použití je důležité i to, že jde o čistě početní metodu (na rozdíl od graficko-početní metody Halaj et al., 1987). Parametry jsou hledány jako optimální pro celý empirický materiál. V případě potřeby (například po aktualizaci datového souboru) lze výpočet poměrně snadno zopakovat. Tento fakt je zvláště významný, bereme-li v úvahu, že zatím nejsme a v dohledné době ani nebudeme schopni kvantifikovat vyčerpávajícím způsobem vztahy určující výsledek růstového procesu lesních porostů a nebudeme tedy schopni vytvořit plně deterministický model. Prognostické modely budou mít i nadále v zásadě extrapolační charakter, i když je třeba počítat se zavedením dalších vysvětlujících proměnných kromě času. Proto je opakovaná kalibrace modelu pro aktualizovaný datový soubor určitou cestou k podchycení odrazu změn prostředí probíhajících v širokém měřítku na vývoji lesních porostů.

Porovnání výsledků kalibrace modelu na datovém souboru TVP + PVP pro různé kombinace lokálních a globálních parametrů vedlo k použití formulace s parametry A, c globálními a b lokálními (obr. 3):

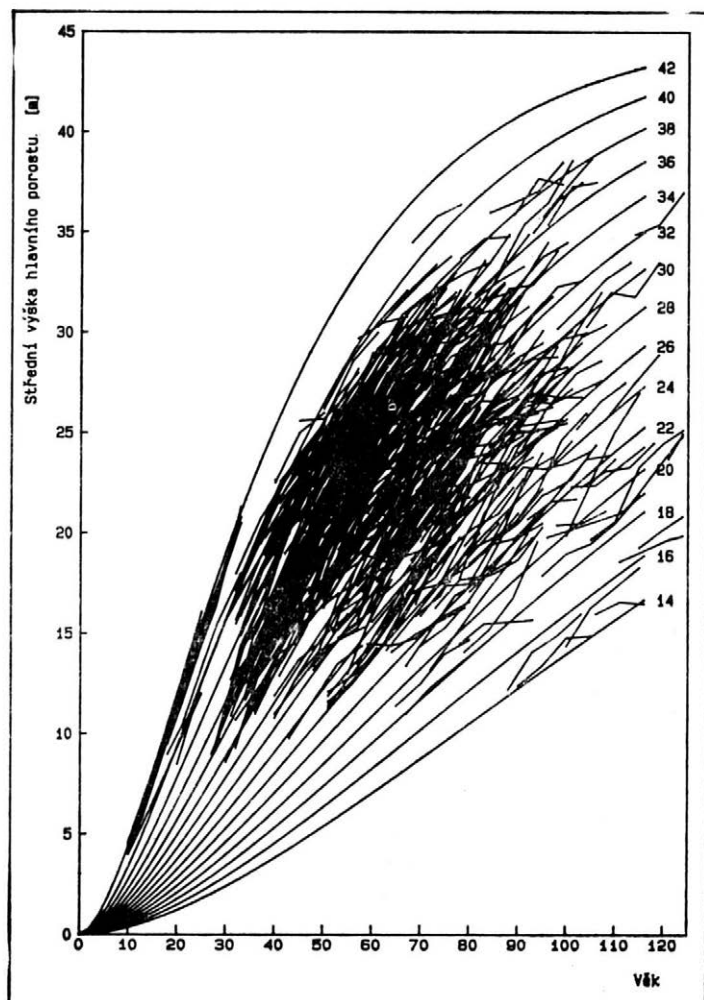
$$HM = 45,10 \cdot [1 - \exp(-b \cdot \text{věk})]^{1/0,5466}, \text{ odkud} \quad (4)$$

$$b = -\ln[1/(HM/45,10)^{0,5466}]/\text{věk} \quad (5)$$

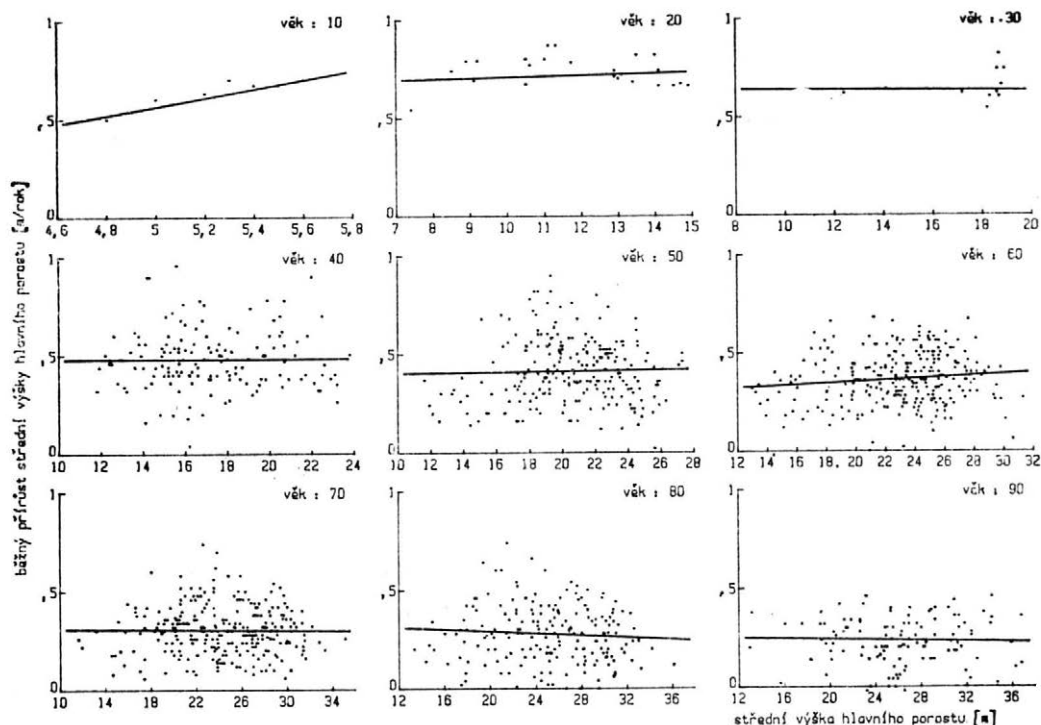
Při praktickém použití modelu je po zjištění aktuálního věku a střední výšky hlavního porostu vypočítán pomocí rovnice (5) parametr b , a tím je pro daný porost specifikována konkrétní vývojová křivka popsána rovnicí (4). Pomocí této křivky je potom možné provádět predikci.

Výsledky statistické analýzy (tab. V, VI, VII a VIII) ukazují na lepší shodu modelu s empirickým materiálem ve srovnání s ostatními testovanými modely. Predikční vlastnosti modelu jsou velmi dobré: při predikci porostní výšky podle aktuální hodnoty až na 30 let dopředu se u souboru TVP pro 82,6 % měření bonita nezmění a pro 96,8 % měření se změní nejvýše o jednu.

3. Porovnání vývoje střední výšky hlavního porostu na trvalých a poloprovozních výzkumných plochách smrku popsany modelem odvozeným podle Garcii (1980) — Comparison of the development of the mean height of the main stand on permanent and pilot experimental areas of spruce, using the described model derived after Garcia (1980)



Formulace modelu vývoje střední výšky hlavního porostu se společnou asymptotou pro všechny bonitní křivky vede při převedení bonitního vějíře růstových křivek do přírůstkového tvaru ve vyšším věku k protínání křivek běžného přírůstu střední výšky hlavního porostu. Vzniká domněnka, že bonitní vějíř neodpovídá realitě: 1. S poklesem bonity musí jednoznačně klesat i hodnota asymptoty bonitní křivky; 2. Při formulaci modelu se společnou asymptotou je výsledný tvar bonitního vějíře podřízen vývoji nejvyšších bonit, tam odpovídá skutečnosti, křivky nižších bonit jsou podřízeny formulaci modelu a neodpovídají skutečnosti. Pro ověření prvního tvrzení byla provedena podrobná analýza běžného přírůstu střední výšky hlavního porostu, odvozeného z údajů opakovaných měření porostní výšky. Pokud nepřipustíme možnost protínání křivek běžného přírůstu, potom musí pro každý časový moment, resp. v rámci krátkého časového úseku náležet porostům s vyšší porostní výškou (tzn. s vyšší bonitou) také vyšší běžný přírůst. Proto byl celý empirický materiál rozdělen do desetiletých, resp. pětiletých věkových intervalů a v jejich rámci byla studována závislost běžného přírůstu střední



4. Vztah střední výšky hlavního porostu a běžného přírůstku střední výšky hlavního porostu po 10letých věkových intervalech. Materiál trvalých a poloprovozních výzkumných ploch — Relationship of the mean height of the main stand and the current increment of the mean height of the main stand in 10year age intervals. Material of the permanent and pilot experimental areas

výšky hlavního porostu na střední výšce hlavního porostu. Pro ověření hypotézy byl rovněž použit dostupný publikovaný empirický materiál: Wiedemann (1937) a Schwappach (1890).

Výsledky rozboru (tab. IX, obr. 4) nepotvrzují u žádného z testovaných souborů předpoklad jednoznačnosti chování běžného přírůstu ve vztahu k porostní výšce a věku. Výsledky při použití deseti nebo pětiletého intervalu věku se v podstatě neodlišují. Ve většině případů je lineární regresní koeficient nevýznamný na 95% hladině pravděpodobnosti, závislost běžného přírůstu na porostní výšce v rámci daného intervalu je nevýznamná; ve výjimečných případech, kdy je významná, nabývá regresní koeficient i záporných hodnot.

Rozbor chování běžného přírůstu střední výšky hlavního porostu Schwappachových (1902) a Assmannových - Franzových (1963) RT rovněž nepotvrzuje první tvrzení. V obou RT dochází ke křížení křivek běžného přírůstu střední výšky hlavního porostu. Dalším postupem pro ověření zejména druhého tvrzení je opakovaná kalibrace modelu při zmenšování datového souboru o výzkumné plochy nejvyšších bonit. Jednotlivé plochy datového souboru TVP + PVP byly nejprve zabonitovány podle Schwappachových RT (1902). Potom byly ze souboru postupně odnímány plochy nejvyšších bonit a pro takto upravovaný datový soubor hledány nové odhady parametrů růstového

IX. Závislost běžného přírůstu střední výšky hlavního porostu na střední výšce hlavního porostu podle věkových stupňů — The dependence of the current increment of the mean stand height after thinning on the mean stand height after thinning according to age grades

Věk	tg (α)	R	S _{yx}	N	t	Významnost ($p = 0,95$)
TVP VÚLHM Strnady, VÚLH Zvolen						
10	0,2266	0,906	0,0327	7	4,785	+
20	0,0057	0,135	0,0967	26	0,670	—
30	0,0018	0,031	0,1956	27	0,154	—
40	-0,0033	0,081	0,1151	98	0,792	—
50	0,0070	0,145	0,1410	131	1,659	—
60	0,0060	0,210	0,1058	116	2,296	+
70	-0,0052	0,308	0,0740	74	2,746	+
80	-0,0182	0,770	0,0713	12	3,816	+
90	-0,0130	0,138	0,1559	7	0,312	—
100	-0,0553	0,528	0,1439	8	1,523	—
TVP VÚLHM Strnady, VÚLH Zvolen a PVP ČSR						
10	0,2266	0,906	0,0327	7	4,785	+
20	0,0049	0,117	0,0966	27	0,587	—
30	-0,0006	0,010	0,1844	32	0,055	—
40	0,0003	0,005	0,1537	150	0,064	—
50	0,0011	0,023	0,1573	242	0,355	—
60	0,0039	0,102	0,1405	281	1,712	—
70	-0,0005	0,019	0,1198	280	0,316	—
80	-0,0026	0,083	0,1423	197	1,164	—
90	-0,0009	0,037	0,1250	121	0,401	—
100	0,0023	0,104	0,1421	57	0,776	—
110	0,0020	0,068	0,1476	23	0,313	—
120	0,0065	0,350	0,1054	13	1,237	—
130	-0,0003	0,019	0,1065	4	0,027	—
140	0,0161	0,595	0,1228	6	1,480	—
150	0,0155	0,592	0,1698	4	1,039	—
Schwappach (1890) — A						
30	-0,0184	0,358	0,0803	13	1,273	—
40	0,0180	0,261	0,2301	22	1,207	—
50	-0,0011	0,034	0,1258	22	0,154	—
60	0,0067	0,175	0,1355	39	1,083	—
70	-0,0041	0,116	0,1324	18	0,466	—
80	0,0284	0,737	0,1050	5	1,886	—
90	-0,0035	0,047	0,1331	14	0,164	—
100	0,0069	0,949	0,0155	3	3,002	—

Věk	tg (α)	R	S _{yx}	N	t	Významnost ($p = 0,95$)
Schwappach (1890) — B						
30	0,0372	0,552	0,1283	17	2,564	+
40	0,0195	0,392	0,1120	20	1,806	—
50	—0,0035	0,185	0,0940	23	0,861	—
60	—0,0179	0,229	0,3078	19	0,972	—
70	—0,0218	0,562	0,1025	23	3,115	+
80	—0,0094	0,287	0,1124	14	1,036	—
90	—0,0192	0,492	0,1265	10	1,597	—
100	0,1169	0,606	0,1968	3	0,762	—
Wiedemann (1937)						
30	0,0316	0,661	0,0498	6	1,761	—
40	0,0475	0,623	0,1531	22	3,563	+
50	0,0085	0,195	0,1360	33	1,106	—
60	0,0020	0,059	0,1395	25	0,283	—
70	0,0022	0,108	0,1036	22	0,485	—
80	0,0171	0,416	0,0668	17	1,771	—
90	0,0639	0,966	0,0410	3	3,749	—
100	0,0180	0,126	0,2309	6	0,254	—
110	0,0053	0,136	0,0897	6	0,275	—

modelu. Je zřejmé, že i při nepřesnosti stratifikace datového souboru způsobené bonitováním podle Schwappachových RT bude při platnosti prvního i druhého tvrzení docházet ke snižování hodnoty asymptoty.

Parametry modelu pro soubor ploch s bonitou odvozenou podle ekvivalentu Schwappachových RT 34 a nižší jsou: $A = 44,73$; $c = 0,5254$; pro soubor s bonitou 28 a nižší: $A = 45,44$; $c = 0,5348$. Parametry modelu odvozené z celého datového souboru jsou tedy prakticky stejné jako u souborů systematicky redukovaných. Ke snížení hodnoty asymptoty nedochází ani u souboru ploch nižších bonit. Naproti tomu kalibrace modelu pro empirický materiál publikovaný Wiedemannem (1937) dává hodnoty parametrů: $A = 36,64$; $c = 0,5496$. To naznačuje, že vývoj porostní výšky reprezentovaný Wiedemannovými daty je odlišný.

SOUHRN

1. Na podkladě pokusného materiálu získaného opakovaným měřením na trvalých a poloprodučních výzkumných plochách smrku bylo provedeno porovnání dynamických kvalit několika modelů vývoje porostní výšky. K tomuto účelu byla pro Schwappachovy (1902) a Assmannovy-Franzovy (1963) růstové tabulky nalezena formulace modelu na bázi Chapmanovy-Richardsovy růstové rovnice aproximující tabelované hodnoty. Výsledky porovnání ukázaly jako nejlepší model odvozený ze Schwappachových růstových tabulek (1902), na druhém místě je model odvozený z růstových tabulek Assmanna-Franze

(1963), na třetím místě model Halaje et al. (1987), odvozený z druhého vydání růstových tabulek ČSSR (1980).

2. Z pokusného materiálu výzkumných ploch byl metodou Garcii (1980) přímo odvozen nový dynamický model vývoje střední výšky hlavního porostu pro smrk. Model ve tvaru $H = 45,10 [1 - \exp(-b \cdot \text{věk})]^{(1/0,5466)}$ odpovídá velmi dobře charakteru dat a má dobré predikační vlastnosti: při predikci porostní výšky podle aktuální hodnoty až na 30 let dopředu se u souboru dat trvalých výzkumných ploch pro 82,6 % měření bonita nemění a pro 96,8 % měření se mění nejvýše o jednu. Odpovídající hodnoty pro modely odvozené podle Schwappachových, Assmannových - Franzových růstových tabulek a druhé vydání růstových tabulek ČSSR jsou 70,1 % až 93,5 %, 62,5 % až 89,9 %, 54,1 % až 81,8 %. Z výsledků je zřejmé, že nově odvozený model odpovídá empirickému materiálu lépe než modely růstových tabulek. Oprávněnost použití dané formulace modelu byla ověřena podrobným rozбором pokusného materiálu.

Literatura

- ASSMANN, E. — FRANZ, F.: Vorläufige Fichten-Ertragstafel für Bayern, München, 1963, 112 s.
- GARCIA, O.: Modelling stand development with stochastic differential equations. In: Mensuration for management planning of exotic forest plantations. ed. Elliott, D. A., FRI Symposium č. 20, 1979, s. 315-333.
- GARCIA, O.: A stochastic differential equation model for the height growth of forest stands. 5th Australian Statistical Conference, Sydney, 1980, 40 s.
- FABER, P. J.: De Japanse lariks in Nederland: een nieuwe groeiprognoze. Nedderlands Bosbouw tijdschrift 59, č. 1/2, 1987, s. 13-27.
- HALAJ, J. a kol.: Růstové tabulky hlavních dřevin ČSSR. 2. vydání. 1980.
- HALAJ, J. — PÁNEK, F. — PETRÁŠ, R.: Matematický model druhého vydání rastových tabuliek pre smrek, jedlu, dub a buk. Lesnictví, 27, 1981, s. 867-878.
- HALAJ, J. — PÁNEK, F. — PETRÁŠ, R.: Výškový rast smreka na podklade nových rastových tabuliek. Lesnictví, 33, 1987, s. 905-918.
- KORF, V. a kol.: Dendrometrie. SZN, Praha 1972.
- KVĚTOŇ, K.: Základy regresní analýzy. ČSVTS—FEL—ČVUT, Praha 1987.
- PIENAAR, L. V. — TURNBULL, K. J.: The Chapman-Richards generalization of Von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. For. Sci. 19, 1973, s. 2-22.
- RÁDL, P.: Křivky vývoje. Růstové funkce, Lesnictví, 22, 1976, s. 95-107.
- RICHARDS, F. J.: A flexible growth function for empirical use. J. Exp. Bot. 10, 1959, s. 290-300.
- SCHWAPPACH, A.: Wachstum und Ertrag normaler Fichtenbestände. Berlin, 1890, 40 s.
- SCHWAPPACH, A.: Wachstum und Ertrag normaler Fichtenbestände in Preussen. Neudamm, 1902.
- SVALOV, N. N.: Modelirovanije proizvoditelnosti drevostojev i teorija lesopolzovanija. Les. Prom., 1979.
- SWEDA, T.: Theoretical growth equations and their applications in forestry. Bulletin of the Nagoya Univ. For., 1984, s. 152-260.
- VYSKOT, M. a kol.: Základy růstu a produkce lesů. SZN, Praha 1971.
- WIEDEMANN, E.: Die Fichte 1936. Hannover, 1937.

Došlo dne 28. 9. 1988

PŘÍLOHA

POUŽITÉ RŮSTOVÉ FUNKCE

1. Korfova funkce

$$H = A \cdot \exp(k/(1-n) \cdot t^{n-1}) \quad (p1)$$

Funkce byla odvozena z zdůvodněna Korfem (1939) a je široce využívána pro modelování vývoje různých dendrometrických veličin lesních porostů. Podrobný rozbor i možnosti využití byly v naší literatuře vícekrát publikovány (např. Korf, 1972).

2. Chapmanova-Richardsova růstová funkce

Chapmanova-Richardsova (jindy též označovaná jako von Bertalanffy, resp. von Bertalanffy-Richardsova, resp. Richardsova) růstová rovnice, patří k nejfrekventovanějším modelům používaným v pracích zabývajících se studiem růstu lesních porostů, ale i živých organismů vůbec. Možnostmi využití této růstové rovnice pro modelování vývoje dendrometrických charakteristik lesních porostů v porovnání s jinými běžně používanými růstovými rovnicemi se zabývali například Svalov (1979) nebo Sweda (1984). (Pozn.: Svalov, 1979, přisuzuje autorství Drakinu a Vujevskému, 1940.)

Von Bertalanffy (1951, 1968 in Pienaar a Turnbull, 1973) při formulaci modelu vycházel z toho, že růstový proces je vzájemným protikladným působením anabolického a katabolického procesu, takže za převahy anabolického procesu organismu roste, v případě rovnováhy obou procesů stagnuje a v případě převahy katabolického procesu se rozpadá. Na tomto základě odvodil přírůstovou funkci pro hmotnost živých organismů:

$$dV/dt = B_1 \cdot V^m - B_2 \cdot V \quad (p2)$$

kde: dV/dt — přírůst objemu biomasy organismu za jednotku času

V — biomasa organismu

B_1 — anabolická konstanta

B_2 — katabolická konstanta

m — alometrická konstanta

Na základě rozsáhlého studia řady vodních i suchozemských organismů von Bertalanffy položil alometrickou konstantu rovnou $2/3$. V pozdějších pracích Richardse (1959), který se zabýval studiem rostlin, a Chapmana (1961 in Pienaar a Turnbull, 1973), který se zabýval studiem rybích populací, byla alometrická konstanta považována za proměnnou, vzhledem k tomu, že hodnota $2/3$ příliš omezuje obecnou aplikaci funkce pro rozličné živé organismy.

Integrovaním (p2) byla odvozena růstová rovnice ve tvaru:

$$V = A \cdot [1 - \exp(-b \cdot (t - t_0))]^{1/(1-m)} \quad (p3)$$

kde: $A = (B_1/B_2)^{1/(1-m)}$

$b = (1 - m) B_2$

$m = \pm (B_2/B_1) \cdot (B_1/B_2 - V_0^{1-m})$

Pro určité hodnoty m nabývá obecná funkce (p3) tvaru některých klasických růstových modelů. Pro $m = 0$ získáme Mitscherlichovu rovnici, pro $m = 2/3$ původní von Bertalanffyyho model, pro m blízký se 1 je limitní formou modelu Gompertzova funkce, jestliže předpokládáme, že V pro t jdoucí do nekonečna se blíží A (Pienaar a Turnbull, 1973).

Z formálního hlediska funkce plně vyhovuje všem podmínkám, tak jak je stanovil například Korf (in Vyskot, 1971) nebo Rádl (1976). Inflexní bod na křivce, kdy běžný roční přírůst dosahuje maxima, nastává ve věku:

$$t_{\max} = [\ln(\exp(b \cdot t_0)/(1 - m))/b] = [b \cdot t_0 - \ln(1 - m)]/b \quad (p4)$$

a dosahuje hodnoty:

$$v_{\max} = A \cdot b \cdot m^{m/(1-m)} \quad (p5)$$

Pro zjednodušení zápisu je často výraz $1 - m$ nahrazován parametrem c . Při konkrétní aplikaci modelování vývoje porostní výšky za předpokladu počátku souřadnic $v(0,0)$ bude mít rovnice tvar:

$$H = A \cdot [1 - \exp(-b \cdot t)]^{1/c} \quad (p6)$$

SEZNAM OZNAČENÍ POUŽITÝCH V TABULKÁCH A GRAFECH

H	— porostní výška, [m] — stand height, [m]
HM	— střední výška hlavního porostu, [m] — mean stand height after thinning, [m]
HM_{100}	— střední výška hlavního porostu ve věku 100 let, [m] — mean stand height after thinning at age of 100, [m]
dHM/dt	— běžný přírůst střední výšky hlavního porostu, [m.rok ⁻¹] — current increment of mean stand height after thinning, [m/year]
$tg(a)$	— směrnice přímky (lineární regresní koeficient) — slope (linear regression coefficient)
S_y, S_{yx}	— směrodatná odchylka, [m] — standard deviation, [m]
N	— počet měření — number of measurements
$Pred S_{yx}$	— predikční směrodatná odchylka, [m] — prediction standard deviation, [m]
N_{pred}	— počet predikovaných měření — number of predicted measurements
R	— koeficient korelace, resp. vícenásobné korelace — correlation coefficient
t	— t kritérium — t criterion

ЧЕРНЫ, М. — ПАРЖЕЗ, Я. (Научно-исследовательский институт лесного и охотничьего хозяйства, Йиловиште-Стрнады): **Динамическая модель развития высоты насаждения ели.** Lesnictví, 35, 1989 (10) : 879-898.

На основании опытного материала, полученного повторным измерением на постоянных и полупроизводственных исследовательских площадях ели провели сравнение динамических качеств нескольких моделей развития высоты насаждения. Для данной цели для таблиц роста Шваппаха (1902) и Ассманна-Франца (1963) нашли формулировку модели на базе уравнения роста Хапмана-Ричардса аппроксимируемые табелированные значения. Результаты сравнения показали, что лучшая модель выведенная из таблиц роста Шваппаха (1902), на втором месте модель выведенная из таблиц роста Ассманна-Франца (1963), на третьем месте модель Галая и других (1987), выведенная из 2-ого издания таблиц роста ЧССР (1980). Из опытного материала исследовательских площадей методом по Гарции (1980) вывели новую динамическую модель развития средней высоты основного насаждения для ели. Модель в форме $HM = 45,10 \cdot [1 - \exp(-b \cdot \text{возраст})]^{1/0.5466}$ соответствует очень хорошо характеру данных и обладает предикционными свойствами: при предикции высоты насаждений по актуальным значениям на 30 лет вперед у совокупности данных постоянных исследовательских площадей для 82,6 % измерений бонитет не меняется и для 96,8 % измерений изменяется только на единицу. Соответствующие значения для моделей, выведенных из таблиц роста Шваппаха, Ассманна-Франца и 2-ого издания таблиц роста ЧССР соответственно: 70,1—93,5 % 62,5—89,9 %, 54,1—81,8 %. Из результатов видно, что вновь выведенная модель соответствует эмпирическому материалу лучше, чем модели таблиц роста. Правомочность использования данной формулировки модели проверялась подробным анализом опытного материала.

ель; динамическая модель; верхняя высота; средняя высота насаждения

ČERNÝ, M. — PAŘEZ, J. (Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, Jíloviště-Strnady): *The Dynamic Model of the Development of the Mean Stand Height of Spruce.* Lesnictví, 35, 1989 (10) : 879-898.

On the basis of the experimental material obtained through the repeated measurements in permanent and pilot research areas of spruce, comparison of the dynamic qualities on some models of the stand height development was carried out. For this purpose the model was formulated for the Schwappach (1902) and Assmann-Franz (1963) growth tables on the basis of the Chapman-Richards growth equation approximating the table values. As the results of the comparison confirmed, the best model was that derived from the Schwappach growth tables (1902); the model derived from the Assmann-Franz (1963) growth tables is on the second place, the Halajec et al. (1987) model, derived from the 2nd edition of the CSSR (1980) growth tables, ranks third. From the experimental material of the research areas, the new dynamic model according to Garcia (1980) for the development of the mean stand height after thinning for spruce was directly derived. The model in the form of $HM = 45,10 \cdot [1 - \exp(-b \cdot \text{age})]^{1/0.5466}$ corresponds well to the nature of the data and has good prediction properties: when predicting the stand height according to actual value up to 30 years ahead, the site class remains unchanged in the set of the data for permanent research areas in 82.6 % of measurements, and in 96.8 % of measurements the site class is changed by one, at the most. The corresponding values for the models derived according to Schwappach, Assmann-Franz growth tables and the 2nd edition of the CSSR growth tables are 70.1 %—93.5 %, 62.5 to 89.9 %, 54.1 % to 81.8 %. It follows from the results that the newly derived model corresponds better to the empiric material than the growth table models. The application of the given model formulation was verified by the detailed analysis of the experimental material.

spruce; dynamic model; top level; mean stand height after thinning

ČERNÝ, M. — PAŘEZ, J. (Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, Jíloviště-Strnady): *Dynamisches Modell der Entwicklung der Bestandeshöhe der Fichte.* Lesnictví, 35, 1989 (10) : 879-898.

Auf der Grundlage eines Untersuchungsmaterials, das durch wiederholte Messung

auf Dauer- und Versuchsbetriebsforschungsflächen der Fichte gewonnen wurde, wurde ein Vergleich dynamischer Qualitäten einiger Modelle der Entwicklung der Bestandeshöhe vorgenommen. Zu diesem Zwecke wurde für die Schwappachschen (1902) und für die Assmann-Franzschén (1963) Ertragstafeln die Formulierung des Modells auf der Basis der Chapman-Richardschen Wuchsgleichung gefunden, die die tabellierten Werte approximiert. Die Ergebnisse des Vergleichs zeigten als das beste das von den Schwappachschen Ertragstafeln (1902) abgeleitete Modell, an zweiter Stelle das von den Ertragstafeln von Assmann-Franz (1963) abgeleitete, an dritter Stelle das Modell von Halaj et al. (1987), das von der 2. Ausgabe der Ertragstafeln der ČSSR (1980) abgeleitet wurde. Aus dem Versuchsmaterial der Forschungsflächen wurde nach der Methode nach Garcia (1980) direkt ein neues dynamisches Modell der Entwicklung der Mittelhöhe des Hauptbestandes für die Fichte abgeleitet. Das Modell in der Form $HM = 45,10 \cdot [1 - \exp(-b \cdot \text{Alter})]^{1/0,5466}$ entspricht sehr gut dem Character der Daten und hat gute Prädiktionseigenschaften: bei der Prädiktion der Bestandeshöhe nach aktuellem Wert bis auf 30 Jahre nach vorn ändert sich bei der Gesamtheit der Daten in Dauerforschungsflächen für 82,6 % der Messungen die Bonität nicht und für 96,8 % der Messungen ändert sie sich höchstens um eine Bonität. Entsprechende Werte für die nach Schwappachschen, Assmann-Franzschén Ertragstafeln und nach der 2. Ausgabe der Ertragstafeln der ČSSR abgeleiteten Modelle sind 70,1 % bis 93,5 %, 62,5 % bis 89,9 %, 54,1 % bis 81,8 %. Aus den Ergebnissen geht deutlich hervor, daß das neu abgeleitete Modell dem empirischen Material besser entspricht als die Modelle der Ertragstafeln. Die Berechtigung der Anwendung der gegebenen Formulierung des Modells wurde durch eingehende Analyse des Untersuchungsmaterials überprüft.

Fichte; dynamisches Modell; Oberhöhe; Bestandesmittelhöhe

Adresa autorů:

Ing. Martin Černý, ing. Jan Pařez, CSc., Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, Jíloviště-Strnady, 156 04 Praha 5 - Zbraslav

PRODUKCIA SMREKOVÝCH PORASTOV POŠKODZOVANÝCH IMISIAMI

A. Priesol

PRIESOL, A. (Vysoká škola lesnícka a drevárska, Zvolen): *Produkcia smrekových porastov poškodzovaných imisiami*. Lesnictví, 35, 1989 (10) : 899-910.

Vážnym problémom lesného hospodárstva v posledných desaťročiach je stupňujúce sa poškodzovanie lesov imisiami. Charakteristické pre poškodzovanie lesných porastov imisiami je výrazná redukcia hrúbkového prírastku, najmä v spodnej časti kmeňa od začiatku stredného až silného poškodzovania lesov imisiami a výrazné zmenšovanie klimaticky podmienenej variability šírky letokruhov v porovnaní so stromami zdravými. Na základe výsledkov matematicko-štatistického zhodnotenia letokruhových analýz a analýz kmeňov z porastov Západných Beskýd a Kysucko-Oravských Beskýd poškodzovaných imisiami sa zistil štatisticky významný pokles hrúbkového a objemového prírastku v sledovanej oblasti. Zistil sa pokles rastovej intenzity odvodenéj z hrúbkového prírastku podľa stupňov poškodenia (0, 1, 2, 3) zo 100 % u porovnávacích nulových stromov na 88 % v prvom, 68 % v druhom a 53 % v treťom stupni poškodenia. Zistili sa tiež znížené % objemového prírastku na strednom kmeni pre jednotlivé stupne poškodenia metódou jednotkových objemových prírastkov k_p , taríf rovnovekých porastov a metódou jednotkových objemových prírastkových percent k_p , % v priemere o 14, 28 a 42 % u jednotlivých stupňov poškodenia. Z klimatických činiteľov sa ukázal štatisticky významný vplyv maximálneho úhrnu zrážok na zmenšovanie variability hrúbkového prírastku. Dosiahnuté výsledky sú podkladom pre stanovenie rubnej zrelosti porastov poškodzovaných imisiami.

hospodárska úprava lesov; imisie; hrúbkový prírastok; objemový prírastok; rastová intenzita; zóna ohrozenia; stupeň poškodenia; smrek

Lesné porasty a ich súbory chápeme ako lesné ekosystémy, ktorých produkčné a mimoprodukčné funkcie možno cieľavedomým obhospodarováním trvale reprodukovat'. Plánovitú činnosť lesného hospodárstva však narušujú prírodné a antropogénne činitele. Vážnym problémom lesného hospodárstva v posledných desaťročiach je stupňujúce sa poškodzovanie lesov imisiami. V súčasnosti spôsobujú problémy v znečisťovaní ovzdušia ako plynné, tak i tuhé emisie. Hlavné spľodiny tuhých emisií sú popolček, cementový prach a magnezit. Horšia situácia sa javí pri plynných emisiách a hlavne SO₂. Ďalšie nebezpečenstvo v budúcnosti hrozí zvýšením koncentrácií ťažkých kovov a stopových prvkov v ovzduší vo forme agresívnych zlúčenín.

Na území SSR boli pozorované prvé vážnejšie príznaky poškodenia lesov imisiami v sedemdesiatych rokoch v oblastiach s výrazne znečisteným ovzduším (Žiar nad Hronom, Jelšava, Košice, stredný Spiš). Ekologický zlom, ku ktorému došlo začiatkom osemdesiatych rokov v celej strednej Európe zhoršil zdravotný stav lesov SSR i na tých častiach lesného fondu, ktoré nemajú priamy vzťah k domácim zdrojom emisných látok. Diaľkový prenos emisií v súčasnosti najviac ovplyvňuje zdravotný stav lesov SSR Západných Beskýd a Kysucko-Oravských Beskýd.

Pre lesné hospodárstvo sú preto veľmi dôležité poznatky o vplyve imisií na lesné ekosystémy. Doterajšie skúsenosti doma i v zahraničí ukazujú, že charakteristickým pre poškodzovanie ihličnanov imisiami je výrazná redukcia hrúbkového prírastku, najmä v spodnej časti kmeňa, na začiatku stredného až silného pôsobenia lesu škodlivého znečistenia vzduchu, ako aj výrazné zmenšovanie klimaticky podmienenej variability šírky letokruhov v porovnaní so stromami zdravými (Vinš, 1961/1962; Athari a Kramer, 1983; Abetz, 1985; Polanschütz, 1986).

Relatívne rýchly pokles šírky letokruhov počas jedného alebo niekoľkých rokov a len malá prírastková reakcia na poveternostné vplyvy pri náhle sa zosilňujúcich vplyvoch imisií sa považujú za typické, pokiaľ nejde o znečistenie malej koncentrácie. Tento záver sa vzťahuje predovšetkým na úrovňové a nadúrovňové stromy, s výnimkou stromov so zlomenými vrcholcami alebo s vážnym mechanickým poškodením. Cieľom práce je zhodnotiť čiastkové výsledky výskumu Katedry hospodárskej úpravy lesov lesníckej fakulty VŠLD vo Zvolene o vplyve imisií na produkciu smrekových porastov v oblasti lesného závodu Námestovo — LHC Oravská Polhora, najmä na hrúbkový a objemový prírastok a vplyv klimatických činiteľov na hrúbkový prírastok poškodzovaných stromov. Niektoré výsledky spracoval Scheer (1988) a v rámci záverečných prác postgraduálneho štúdia z hospodárskej úpravy lesov Bárdy (1989) a Kučera a Bortel (1989).

MATERIÁL A METÓDY

Pri vypracovaní lesného hospodárskeho plánu na LHC Oravská Polhora, Lesného závodu Námestovo sa v rámci ochrannárskej typizácie v imisných oblastiach zistilo nasledujúce zastúpenie zón ohrozenia a stupňov poškodenia porastov: zóna A — silné ohrozenie — 20 %; zóna B — stredné ohrozenie — 16 %; zóna C — slabé ohrozenie 54 % a v rámci nich stupne intenzity poškodenia: 1. stupeň — slabé 54 %, 2. stupeň — stredné 31 %, 3. stupeň — silné 15 % (Lesprojekt, 1984; Priesol, 1987). Pre komplexné posúdenie stavu a vývoja poškodzovania lesov sa odobrali vzorky pôdy a ihličia stojacich stromov rôzneho stupňa poškodenia. Z jednotlivých drevín je najviac poškodzovaný smrek.

Pre hodnotenie stupňov poškodenia v imisných oblastiach sa použili tieto kritériá:

0. stupeň

— *Zdravý strom*: s dobrou korunou, normálne ihličie bez farebných zmien, strata ihličia do 10 %. Porast bez výskytu suchárov. Mladiny bez príznakov poškodenia.

1. stupeň

— *Slabé poškodenie*: strata ihličia od 11 do 25 %, zmena sfarbenia ihlič na matnú sivú zeleň, prítomnosť 7 a viac ročníkov ihličia. V poraste uschýňajú len jednotlivé stromy prevažne v porastových okrajoch. Odumretie jedincov (náhodná ťažba) v poraste je maximálne od 15 % počtu jedincov. Prírodná obnova sa vyskytuje. V mladinách sa nachádzajú jedince so zmenenou farbou ihlič do 5 % počtu stromkov.

2. stupeň

— *Stredné poškodenie*: strata ihličia od 26 do 60 %, stredne presvetlená najmä horná tretina koruny, znížený počet ročníkov ihličia (na 3 až 5 ročníkov). Zmena sfarbenia ihlič na žltozelenú až hnedozelenú. Dĺžka ihlič a výhonkov je skrátená. Odumretie jedincov (náhodná ťažba) v poraste sa vyskytuje od 15 do 35 % počtu stromov. Znížené množstvo prirodzeného zmladenia. V mladinách výskyt jedincov s hnedozeleným až žltozeleným sfarbením nepresahuje 25 % počtu stromkov.

3. stupeň

— *Silné poškodenie*: strata ihličia nad 60 %, silne presvetlená koruna s výsky-

tom suchých vetiev. Prítomné sú 1 až 2 ročníky ihličia so zmeneným sfarbením na hrdzavo-zelené až hrdzavo-žlté. Ihličie a výhonky sú výrazne skrátene. Odumieranie jedincov (náhodná fažba) sa vyskytuje v celom poraste a postihuje viac ako 35 % počtu stromov. Prírodná obnova spravidla chýba. V mladinách výskyt jedincov (náhodná fažba) sa vyskytuje v celom poraste a postihuje viac ako 35 % počtu stromov. Prírodná obnova spravidla chýba. V mladinách výskyt jedincov s hrdzavo-zeleným až hrdzavo-žltým sfarbením nepresahuje 50 % celkového počtu stromkov.

4. stupeň

— *Veľmi silné poškodenie*; zbytky ihličia alebo suché vetve. Odumretá koruna, strom spravidla napadnutý sekundárnymi škodcami. V mladinách hrdzavo-žlté až hrdzavé sfarbenie presahuje 50 % z celkového počtu jedincov.

Na skúmanie dynamiky rastu a prírastku stromov a porastov sme v roku 1987 a 1988 získali 360 vývrtov Presslerovým prírastkomerom a spracovali štyri kmeňové analýzy v 25 smrekových porastoch vo vekových stupňoch 4 až 12 na bonitách 1 až 2, podľa stupňov poškodenia.

V každom poraste sa odobralo 10 až 15 vývrtov z úrovňových stromov o hrúbke stredného kmeňa, čím sa sledovalo vylúčenie vplyvu biosociologického postavenia stromu v poraste na hrúbkový prírastok. Vývrty sa odobrali zo stromov zaradených do stupňov poškodenia 0, 1, 2, 3 podľa horeuvedených kritérií. Na vývrtoch sa Eklundovým prístrojom zmerali šírky letokruhov od najstaršieho letokruhu smerom k mladším.

Výber vhodných porovnávacích stromov (0. stupeň), ktoré nie sú ešte poškodené, ale sú normálne rastené, úrovňové alebo nadúrovňové s plnou korunou, robí v imisnej oblasti určité problémy. Preto sa vývrty získané z najstarších porastov použili pre odvodenie hrúbkového prírastku v mladších vekových stupňoch odpočítaním 30 letokruhov, čo je obdobie, kedy poškodzovanie lesov imisiami v skúmanej oblasti nebolo pozorované (napr. priemerná šírka letokruhov v 7. vekovom stupni sa získa z vývrtu 10. vekového stupňa odpočítaním 30 rokov a zmeraním letokruhov vo veku 61 až 70 rokov). Takýmto spôsobom sa značne rozšíril empirický materiál porovnávacích stromov (0. stupňa poškodenia).

Získané hodnoty priemernej šírky letokruhov sa spracovali metódou analýzy variancie za účelom zistenia, či rozdiely v prírastku podľa stupňov poškodenia sú štatisticky preukazné, alebo sa pohybujú len v rámci jeho prírodzenej variability.

Objemový prírastok a jeho zmeny podľa stupňov poškodenia sa vypočítali a posudzovali na základe zmeny objemového prírastku na strednom kmeni pre jednotlivé stupne poškodenia metódou jednotkových objemových prírastkov k_v , taríf rovnovekých porastov a metódou jednotkových objemových prírastkových percent $k_v \%$ (Halaj, 1963).

Objemový prírastok stredného kmeňa metódou jednotkových objemových prírastkov k_v taríf rovnovekých porastov je určený vzorcom

$$\Delta v_m = k_v \cdot \Delta d_m$$

a prírastok metódou objemových prírastkových percent $k_v \%$ je určený vzorcom

$$\Delta v_m = v_m \frac{k_v \%}{100} \cdot \Delta d_m$$

kde: Δv_m — objemový prírastok stredného kmeňa, Δd_m — hrúbkový prírastok stredného kmeňa, k_v — jednotkový objemový prírastok, $k_v \%$ — jednotkové objemové prírastkové percento.

Pre účely posúdenia znížovania variability hrúbkového prírastku v lesoch poškodzovaných imisiami sa získali údaje o teplotných a zrážkových pomeroch z hydrometeorologického ústavu. Získané údaje sa roztriedili podľa maximálnych a minimálnych ročných úhrnov zrážok a priemerných ročných teplôt a skúmal sa ich vplyv na variabilitu hrúbkového prírastku.

VÝSLEDKY ZÍSKANÉ ANALÝZOU LETOKRUHOV

VPLYV PÔSOBNIA IMISÍ NA HRÚBKOVÝ PRÍRASTOK

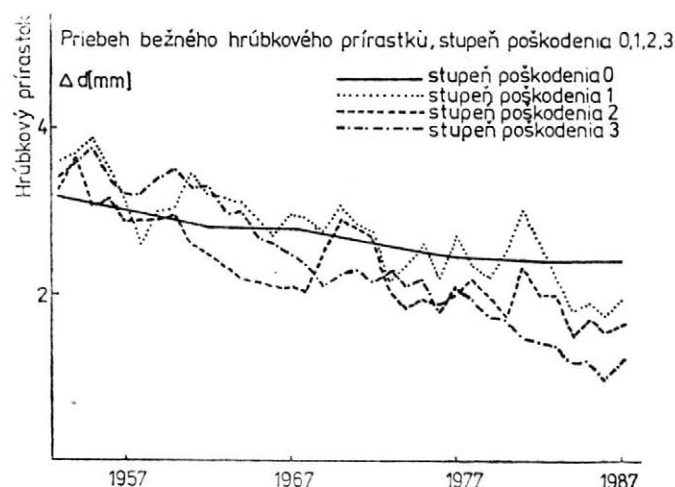
Za porovnávací základ vplyvu imisí na hrúbkový prírastok sa použil bežný ročný hrúbkový prírastok zdravých stromov (0. stupeň po-

I. Priemerné hodnoty bežného hrúbkového prírastku a hrúbky stredného kmeňa podľa stupňov poškodenia a vekových stupňov — The average values of the current increment and mean tree increment according to the degrees of damage and age

Stupeň poškodenia	Hrúbkový prírastok [mm]						
	Vekový stupeň						
	6	7	8	9	10	11	12
$d_{1,3}$ cm	25,0	27,0	29,0	32,0	36,0	39,0	43,0
0	3,36	3,14	2,82	2,82	2,72	2,44	2,36
1	2,78	3,10	2,54	2,24	2,43	1,75	2,02
2	2,50	2,16	2,16	2,22	2,03	1,50	1,72
3	2,24	1,48	1,70	1,30	1,60	1,34	1,22

škodenia). Jeho priebeh v závislosti od veku spolu s ostatnými stupňami poškodenia znázorňuje obr. 1. Priemerné hodnoty hrúbkového prírastku a hrúbky stredného kmeňa podľa stupňov poškodenia a vekových stupňov udáva tab. I.

Štatistická významnosť rozdielov šírky letokruhov v rámci stupňov poškodenia medzi jednotlivými vekovými stupňami a v rámci vekových stupňov medzi jednotlivými stupňami poškodenia sa testovala dvojfaktorovou analýzou variancie. Na základe F -testu sa síce zistil štatisticky významný vplyv poškodenia a veku na hrúbkový prírastok, no ich vzájomná interakcia nie vždy je štatisticky významná. Preto sa hodnoty hrúbkového prírastku v rámci stupňov poškodenia zoskupili v závislosti od veku do dvoch vekových súborov: do prvého súboru zaradili vekové stupne 4, 5, 6, 7, 8 — porasty do 80 rokov, do druhého súboru — vekové stupne 9, 10, 11, 12 — porasty nad 80 rokov. Pre takto roztriedené hodnoty sa opäť vykonala dvojfaktorová analýza variancie i jednofaktorová analýza variancie po vylúčení veku. Výsledky udáva tab. II. Pri dvojfaktorovej analýze variancie sa preukázala štatistická vý-



1. Priebeh bežného hrúbkového prírastku pre stupne poškodenia 0, 1, 2, 3 — The current diameter increment for the degrees of damage 0, 1, 2, 3

II. Výsledky analýzy variance šírky letokruhov a rastovej intenzity (RI) pre jednotlivé stupne poškodenia — The results of variance analysis for annual rings width and growth intensity (RI) for the individual degrees of damage

Priemerná šírka letokruhov												
Stupeň poškodenia	Hrúbkový prírastok 1 – 10 [mm]											
	do 80 rokov				nad 80 rokov				Celkom			
	n_i	$\bar{x}$	s_x	RI [%]	n_i	$\bar{x}$	s_x	RI [%]	n_i	$\bar{x}$	s_x	RI [%]
0	359	1,57	0,46	100	161	1,34	0,43	100	120	1,50	0,42	100
1	53	1,41	0,52	90	65	1,12	0,56	84	118	1,22	0,74	88
2	61	1,00	0,43	64	59	1,03	1,13	77	120	1,02	0,72	68
3	55	0,89	0,36	57	57	0,74	0,33	55	112	0,79	0,36	53
Variabilita medzi riadkami	Súčet štvorcov			Stupne voľnosti		Odhad rozptylu		Hodnota F-kritéria				
0, 1, 2, 3	45,212			3		15,0708		51,18 ⁺				
stĺpcami do 80, nad 80	14,712			1		14,7122		49,96 ⁺				
Interakcia	7,449			3		2,4832		8,43 ⁺				
Reziduálna	211,397			718		0,2944						
Celková	263,871			725		0,3639						

T-testy

Riadok	t	Stĺpec do 80 rokov			Stĺpec nad 80 rokov			Celkom		
		1	2	3	1	2	3	1	2	3
0	4,93 ⁺	1,69	7,61 ⁺	9,93 ⁺	2,59 ⁺	1,84	9,90 ⁺	3,0 ⁺	9,4 ⁺	16,1 ⁺
1	2,41 ⁺		3,58 ⁺	4,73 ⁺		0,47	4,16 ⁺		3,1 ⁺	8,0 ⁺
2	0,19			1,20			1,73			4,0 ⁺
3	1,87									

znamnosť vplyvu poškodenia a veku na hrúbkový prírastok a ich vzájomná interakcia. Na jednotlivých úrovniach obidvoch faktorov nie sú však vo všetkých prípadoch štatisticky významné rozdiely pravdepodobne v dôsledku malého rozsahu výberového súboru a pomerne značnej prirodzenej variability hrúbkového prírastku v rámci stupňov poškodenia. Po vylúčení veku sa prejavila štatistická významnosť rozdielov hrúbkových prírastkov na všetkých úrovniach poškodenia s ohľadom na uvedené sa preto znížené percentá hrúbkového prírastku stanovili pre jednotlivé stupne poškodenia bez ohľadu na vek, čo je výhodnejšie i z praktického hľadiska.

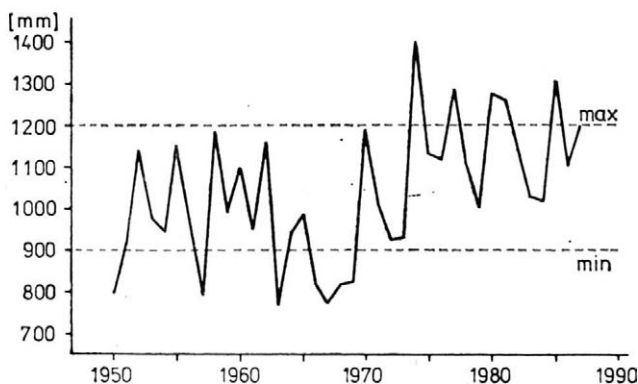
Keď považujeme hrúbkový prírastok zdravých stromov za základ porovnávania so 100% rastovou intenzitou, tak pri 1. stupni poškodenia už klesla na 88 %, pri 2. stupni poškodenia na 68 % a pri 3. stupni poškodenia na 53 %. Uvedené závery platia pre $P = 95 \%$.

VPLYV KLIMATICKÝCH ČINITELOV NA HRÚBKOVÝ PRÍRASTOK POŠKODZOVANÝCH PORASTOV

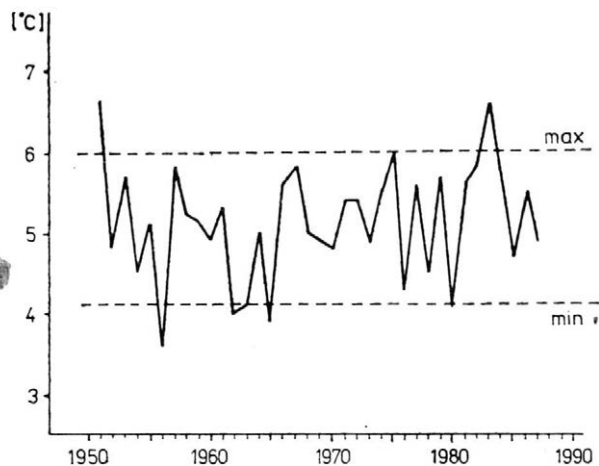
Pri posudzovaní vplyvu imisií na lesné porasty, okrem stanovištných pomerov, majú veľký význam klimatické činitele. Tieto sa menia v makro- a mikroklimatickom rozsahu a rozhodujúcim spôsobom ovplyvňujú prenos, ukladanie, premeny a škodlivosť imisií.

Podľa skúseností, ktoré sa získali výskumom doma i v zahraničí, je z hľadiska posudzovania variability hrúbkového prírastku v dôsledku klimatických činiteľov charakteristické znižovanie jeho variability so stupajúcim stupňom poškodenia.

Údaje o priemernom ročnom úhrne zrážok a priemerných ročných teplotách v skúmanej oblasti od roku 1950 sú graficky znázornené na obr. 2 a 3. Štatistické charakteristiky ročného hrúbkového prírastku podľa stupňov poškodenia pri maximálnom a minimálnom úhrne zrážok



2. Priemerný ročný úhrn zrážok — The average yearly total of precipitations



3. Priemerné ročné teploty — Average yearly temperatures

III. Hrúbkový prírastok podľa stupňov poškodenia pri maximálnom a minimálnom úhrne zrážok — The diameter increment according to the degrees of damage at a maximum and minimum total of precipitations

Stupeň poškodenia	Ročný úhrn zrážok									
	maximálny					minimálny				
	n_i	$\bar{x}$	s_x	$s_x \%$	RI %	n_i	$\bar{x}$	s_x	$s_x \%$	RI %
0	30	2,84	0,93	28	100	30	3,05	1,13	37	100
1	36	2,64	0,73	28	93	30	2,88	1,03	36	94
2	36	1,92	0,47	25	68	30	2,48	0,59	24	81
3	36	1,74	0,39	22	61	30	2,61	0,84	32	86

IV. Hrúbkový prírastok podľa stupňov poškodenia pri maximálnej a minimálnej priemernej ročnej teplote — The diameter increment according to the degrees of damage at the maximum and minimum average yearly temperature

Stupeň poškodenia	Priemerná ročná teplota									
	maximálna					minimálna				
	n_i	$\bar{x}$	s_x	$s_x \%$	RI %	n_i	$\bar{x}$	s_x	$s_x \%$	RI %
0	30	3,40	1,49	44	100	30	3,38	1,39	41	100
1	18	2,96	1,66	39	87	30	2,94	1,05	36	87
2	18	2,38	0,88	37	70	30	2,48	0,64	26	73
3	18	2,48	1,35	55	73	30	2,68	1,00	37	79

žok udáva tab. III a pri maximálnej a minimálnej priemernej ročnej teplote — tab. IV.

Vplyv zrážok a priemerných teplôt na hrúbkový prírastok sa posudzoval podľa maximálnych a minimálnych hodnôt takto:

- maximálny úhrn zrážok od 1200 do 1380 mm
- minimálny úhrn zrážok od 760 do 900 mm
- minimálne priemerné ročné teploty od 3,6 do 4,1 °C
- maximálne priemerné ročné teploty od 6,0 do 6,6 °C

Z vypočítaných štatistických charakteristík vyplýva, že sledované klimatické činitele nepôsobia na variabilitu hrúbkového prírastku rovnako.

Pri priemerných ročných teplotách sa nepotvrdil jednoznačný vplyv na znižovanie variability hrúbkového prírastku so zvyšujúcim sa stupňom poškodenia. Podobne aj minimálny ročný úhrn zrážok nepotvrdil jednoznačný vplyv na znižovanie variability hrúbkového prírastku. Súvisí to zrejme aj s malým rozsahom výberu, ako aj so skutočnosťou, že sa vo výpočtoch nachádzali aj extrémne hodnoty, ktoré zvyšovali variabilitu najmä v 3. stupni poškodenia.

Jednoznačný vplyv na zmeňšovanie variability hrúbkového prírastku sa ukázal u maximálneho úhrnu ročných zrážok. Dostatok pôdnej vlahy v horských polohách, pri plytkokorenných drevinách a na pôdach s horšími hydrofyzikálnymi vlastnosťami čiastočne vyrovnáva ostatné nepriaznivé klimatické podmienky a priaznivo pôsobí na hrúbkový prírastok zdravých stromov. Pôsobením imisií však dochádza k negatívnemu ovplyvňovaniu zdravotného stavu stromov, čo sa prejavuje znižovaním hrúbkového prírastku a zmeňšovaním jeho variability. Zovšeobecnenie tohto záveru potvrdzuje aj test hypotézy $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ o významnosti rozdielov s_x % podľa stupňov poškodenia.

VPLYV PÔSOBENIA IMISIÍ NA OBJEMOVÚ PRODUKCIU

Imisie spôsobujú znižovanie kvantitatívnej a kvalitatívnej produkcie stromov a porastov v závislosti od stupňa poškodenia a rozsahu poškodenia. Dôsledkom preukázaného zníženia hrúbkového prírastku so stúpajúcim stupňom poškodenia je percentuálne zníženie objemového prírastku.

Znížené percentá objemového prírastku stredného kmeňa vypočítané metódou jednotkových prírastkov taríf rovnovekých porastov a metódou jednotkových objemových prírastkových percent sú v tab. V a VI. Obe metódy poskytujú prakticky rovnaké výsledky. Nepatrné rozdiely sú v dôsledku výpočtu priemerných hodnôt jednotkových prírastkových percent pre všetky tarify. Bežný ročný prírastok vypočítaný v tabuľkách pre posledný rok periódy je väčší ako 1/10 príslušného periodického 10ročného prírastku (pri periodickom prírastku určujeme jednotkové objemové prírastky i prírastkové percentá po čiastkach pre zmeny hrúbky z hodnoty d_{m2} na d_{m1}). Z vykonaných rozborov vyplýva, že kvantitatívna objemová produkcia výrazne klesá so stupňom poškodenia.

Rozsah a intenzita poškodenia nie sú v priebehu života porastov rovnaké. Vyplýva to z prehľadu intenzity poškodenia podľa vekových stupňov a stupňov poškodenia v tab. VII. Jednotlivé stupne poškodenia majú takéto podiely vo vekových stupňoch:

1. *stupeň poškodenia*: najvyšší podiel majú najmladšie vekové stupne, rozsah poškodenia s vekom výrazne klesá, rozpätie poškodenia je vo vekových stupňoch 1 až 9, pri strednom veku $\bar{x} = 31$ rokov.

V. Znížené percentá objemového prírastku vypočítané metódou jednotkových objemových prírastkov taríf rovnovekých porastov — The decreased percent of volume increment calculated through the method of volume increments of tariffs of the equal age stands

Stupeň poškodenia	Znížené percento objemového prírastku								
	do 80 rokov			nad 80 rokov			Celkom		
	$\bar{x}$	s_x	$s_x \%$	$\bar{x}$	s_x	$s_x \%$	$\bar{x}$	s_x	$s_x \%$
1	90	61,2	68	82	53,3	65	86	55,9	65
2	72	31,7	44	74	40,7	55	72	37,4	52
3	58	18,6	32	58	23,8	41	58	20,9	36

VI. Znížená percentá objemového prírastku vypočítané metódou jednotkových prírastkových percent — The decreased percent of volume increment calculated through the method of unit percent increment

Stupeň poškodenia	Znížené percento objemového prírastku								
	do 80 rokov			nad 80 rokov			Celkom		
	$\bar{x}$	s_x	$s_x \%$	$\bar{x}$	s_x	$s_x \%$	$\bar{x}$	s_x	$s_x \%$
1	10	6,6	66	18	12,1	67	14	9,4	67
2	28	12,0	43	26	15,3	59	28	14,0	50
3	42	13,0	31	42	16,2	39	42	15,5	37

2. stupeň poškodenia: najvyšší podiel majú dozrievajúce a zrelé porasty, rozsah poškodenia s vekom stúpa, rozpätie poškodenia je vo vekových stupňoch 3 až 13, ľavostranne asymetricky rozdelené okolo stredného veku $\bar{x} = 86$ rokov.

3. stupeň poškodenia: najvyšší podiel poškodenia majú rubne zrelé porasty, najvyšší rozsah poškodenia majú najstaršie vekové stupne, rozpätie poškodenia je vo vekových stupňoch 5 až 13, pravostranne asymetricky rozdelené okolo stredného veku $\bar{x} = 97$ rokov.

Z uvedených údajov je zrejмый úzky vzťah medzi intenzitou poškodenia a vekom porastov.

Súčasný výskumy z oblasti mechanického a chemického spracovania dreva z oblastí lesov poškodzovaných imisiami najmä pri 3. a 4. stupni poškodenia a so stupňom druhotného poškodenia výsušnými trhlami, hnilobou obvodovej časti kmeňa i poškodením hmyzom poukazujú na to, že sa zvyšuje merná spotreba drevnej suroviny na technickú jednotku výroby, pri súčasnom zvyšovaní nákladov, znižovaní zisku a rentability.

DISKUSIA

Výsledky uvedené v práci kvantifikujú produkčné údaje o smrekových porastoch poškodených imisiami. Negatívny vplyv imisií štatisticky významne znižuje hrúbkový a objemový prírastok stromov so vzrastajúcim stupňom poškodenia. Potvrdili sa závery našich i zahraničných autorov, že typickým prejavom silnejšieho poškodzovania lesov imisiami je relatívne rýchly pokles šírky letokruhov a malá prírastková reakcia na poveternostné vplyvy. Vykonané rozbory ukazujú, že rozsah a intenzita poškodenia nie sú v priebehu života porastov rovnaké. Najmladšie vekové stupne majú najvyšší podiel 1. stupňa poškodenia, porasty stredného veku a staršie majú vyšší podiel 2. a 3. stupňa poškodenia.

Z metodického hľadiska je najväčší problém zaraďovanie jednotlivých stromov do stupňov poškodenia, najmä výber porovnávacích jedincov, výber a určenie stredných kmeňov porastu z úrovne a zisťovanie hrúbkového porastu. Zistené extrémne hodnoty treba objektívnou metódou z empirického materiálu vyradiť.

Intenzita v stupňoch	1	2	3	4	5	6
1	758,01 100,0	530,37 100,0	273,81 99,6	249,25 83,6	421,93 86,0	162,11 56,3
2	— —	— —	1,08 0,4	48,95 16,4	66,04 13,4	107,40 37,3
3	— —	— —	— —	— —	2,75 0,5	18,55 6,4

Obhospodarovanie porastov poškodzovaných imisiami treba posudzovať z hľadiska ekologického i národohospodárskeho. Les plní produkčné i mimoprodukčné funkcie len vtedy, keď existuje. To znamená, že ak hrozí také poškodenie prírodnými a antropogénnymi činiteľmi, pri ktorých prestáva plniť les svoju funkciu, treba urýchlene započítať s obnovou. Pritom treba v hospodárskych lesoch rešpektovať dve zásady:

- porasty ponechať čo najdlhšie, aby chránili pôdu a následný porast pestovaný pod alebo vedľa materského porastu;
- porasty ťažiť (obnovovať) v dobe, keď drevo stromov ešte nie je imisiami znehodnotené.

Z hľadiska týchto zásad treba prehodnotiť i kategórie časovej úpravy (rubná zrelosť, rubná doba, obnovná doba). Rubná zrelosť sa musí odvodiť zo súčasného zdravotného stavu, vekovej štruktúry a predpokladaného odumierania poškodených porastov. K tomuto účelu je vhodné použiť aj údaje letokruhovových analýz podľa stupňov poškodenia. Obnovná doba sa má stanoviť tak, aby jej koniec zastihol porasty v štádiu tesne pred ich odumretím. Kvantifikácia udajov o produkčných možnostiach porastov poškodzovaných imisiami dáva objektívne podklady i pre riešenie problémov časovej úpravy lesa, najmä ich rubnej zrelosti.

Z uvedeného vyplýva, že výskum produkcie porastov poškodzovaných imisiami má veľký význam pre teóriu a prax hospodárskej úpravy lesov.

Literatúra

- ABETZ P.: Einorschlag zur Durchführung von Wachstumanalysen im Rahmen der Ursachenforschung von Waldschäden in Südeutschland, Allg. Forst.-Jagdtz., 156, H. č. 9/10, 1985.
- ATHARI, S. — KRAMER, H.: Erfassen des Holzzuwachses als Bioindikator beim Fichtensterben, Allg. Forstz., 1983, H. 30.
- BÁRDY, I.: Určenie hlavných zásad pre vypracúvanie LHP v lesoch postihovaných exhalátmi. [Záverečná práca.] Zvolen, PGŠ HÚL, 1989.
- KUČERA, J. — BORTEL, S.: Časová úprava lesov poškodených imisiami. [Záverečná práca.] Zvolen, PGŠ HÚL, 1989.
- PRIESOL, A.: Die Umweltenflüsse und die Forsteinrichtung, XVIII kongres IUFRO Ljubljana, Division 4, Planning, Economics, Growth and Yield, Management Policy, 1986.

of the damage intensity (ha %) according to age grades

7	8	9	10	11	12	13+	
80,71	76,24	7,94	—	6,27	—	—	2566,64
18,0	12,4	1,9	—	1,9	—	—	51,7
303,19	445,45	189,52	191,01	193,77	54,35	22,83	1623,59
67,7	72,5	44,6	62,7	57,7	56,6	24,4	32,8
64,04	92,79	227,10	113,80	135,66	41,74	70,72	767,15
14,3	15,1	53,5	37,3	40,4	43,4	75,6	15,5

(+ = 74,01 holiny)

POLANSCHÜTZ, J.: Zuwachsdepressionen bei Einzelbäumen in immissionsbelasteten Beständen, XVIII kongres IUFRO, Ljubljana, Division 4, Planning, Economics, Growth and Yield, Management Policy, 1986.

SCHEER, L.: Stanovenie znížených % hrúbkového a objemového prírastku smrekových porastov na LHC Oravská Polhora v dôsledku pôsobenia imisií. Spravodajca Lesoprojektu Zvolen, č. 1—2, 1988.

VINŠ, B.: K problematice zjišťování produkčních ztrát v kouřových oblastech. Lesnictví, č. 11, 1977.

Technická příručka, Lesprojekt Zvolen, 1984.

Došlo dňa 15. 5. 1989

ПРИЕСОЛ, А. (Институт лесного хозяйства и деревообработки, Зволень): **Продукция еловых насаждений повреждаемых спадом.** Lesnictví, 35, 1989 (10) : 899-910.

Важной проблемой лесного хозяйства в последних десятилетиях — увеличивающееся повреждение лесов спадом. Характерными для повреждения лесных насаждений спадом выразительная редукция прироста крупной древесины, в основном в нижней части ствола с начала среднего — сильного повреждения лесов спадом и отчетливое уменьшение климатически обусловленной изменчивости ширины годичного кольца в сравнении со здоровыми деревьями. На основе результатов математико-статистической оценки кольцевых анализов стволов из насаждений западных Бескид и Кисуцко-Оравских Бескид поврежденных спадом установили статистически значимое понижение прироста крупной древесины и объемного прироста в изучаемой области. Определили понижение ростовой интенсивности, выведенной из прироста крупной древесины по степеням повреждения (0, 1, 2, 3) из 100 % у сравнительных нулевых деревьев на 88 % в первой, 68 % во второй и 53 % в третьей степени повреждения. Установили также пониженные проценты объемного прироста на среднем стволе для отдельных степеней повреждения методом единичных объемных приростов кв тариф одинакового возраста и методом единичных объемных процентов приростов кв % в среднем на 14, 28 и 42 % у отдельных степеней повреждения. Из климатических факторов статистически значимым себя показало влияние максимальной суммы осадков на уменьшение изменчивости прироста крупной древесины. Полученные результаты служат основой для определения рубочной спелости насаждений повреждаемых спадом.

хозяйственная регулировка лесов; спад; прирост крупной древесины; объемный прирост; интенсивность роста; зона опасности; степень повреждения; ель

PRIESOL, A. (Vysoká škola lesnícka a drevárska, Zvolen): **Production in Spruce Stands Damaged by Emissions.** Lesnictví, 35, 1989 (10) : 899-910.

A serious problem of forest management in recent decades has been the increasing damage of forests by emissions. A significant reduction in the diameter increment, mainly in the lower part of the tree stem, caused by medium to strong emissions,

and significant decrease of climatically conditioned variability of annual ring width in comparison with healthy trees, are typical of the damage caused to forests by emissions. On the basis of the results of the mathematical and statistical evaluation of annual ring width and analyses of trees and stands in the Western Beskids and Kysuce-Orava Beskids damaged by emissions, a statistically significant decrease in the diameter and in volume increment was recorded in the region under study. The decrease of growth rate, based on the diameter increment according to the degree of damage (0, 1, 2, 3), was determined in comparative zero trees: out of 100 %, 88 % trees suffered the first, 68 % the second and 53 % the third degree of damage. Also determined was the decrease in % of the volume increment of mean tree for the individual degrees of damage (reaching, on an average, 14, 23 and 42 %, respectively, according to the degrees of damage); the methods of the unit volume k_v increment and of unit percent volume k_p increment were used. Of the climatic factors, the effect of total maximum precipitations proved statistically significant for the variability decrease of the diameter increment. The results form a base for determining the felling exploitability of the stands damaged by emissions.

forest management; emissions; diameter increment; volume increment; growth rate; emission exposure zone; the degree of damage; spruce

PRIESOL, A. (Vysoká škola lesnícka a drevárska, Zvolen): *Produktionsleistung der durch Immissionen beschädigten Fichtenbestände*. Lesnictví, 35, 1989 (10) : 899-910. Ein ernstes Problem der Forstwirtschaft stellt in letzten Jahrzehnten die steigende Beschädigung der Wälder durch Immissionen dar. Charakteristisch für die Beschädigung von Waldbeständen durch Immissionen ist eine deutliche Reduktion des Durchmesserzuwachses, besonders im unteren Stammteil, vom Beginn der mittleren bis starken Beschädigung der Wälder durch Immissionen an und eine ausgeprägte Verringerung der klimatisch bedingten Variabilität der Jahresringbreite im Vergleich mit gesunden Bäumen. Aufgrund von Ergebnissen einer mathematisch-statistischen Einschätzung der Jahresringanalysen und der Stammanalysen aus immissionsgeschädigten Beständen der Westbeskiden und der Beskiden des Raumes von Kysuca und Orava wurde ein statistisch signifikanter Rückgang des Durchmesser- und des Volumenzuwachses im Untersuchungsgebiet festgestellt. Es wurde ein Absinken der aus dem Durchmesserzuwachs nach Beschädigungsstufen (0, 1, 2, 3) abgeleiteten Wuchsintensität von 100 % bei Vergleichs-Nullbäumen auf 88 % in der ersten, 68 % in der zweiten und 53 % in der dritten Beschädigungsstufe festgestellt. Es wurden auch herabgesetzte Prozente des Volumenzuwachses am Mittelstamm für einzelne Beschädigungsstufen mit Hilfe der Methode der Einheits-Volumenzuwächse k_v der Tarife gleichaltriger Bestände und mit Hilfe der Einheits-Volumenzuwachsprozente k_p im Durchschnitt um 14, 28 und 42 % bei einzelnen Beschädigungsstufen ermittelt. Unter klimatischen Faktoren erwies sich als statistisch signifikant der Einfluß der maximalen Niederschlagssumme auf die Verringerung der Variabilität des Durchmesserzuwachses. Die gewonnenen Ergebnisse stellen die Grundlage für die Bestimmung der Einschlagsreife immissionsgeschädigter Bestände dar.

Forsteinrichtung; Immissionen; Durchmesserzuwachs; Volumenzuwachs; Wuchsintensität; Zone der Bedrohung; Beschädigungsstufe; Fichte

Adresa autora:

Prof. Ing. Adolf Priesol, DrSc., Vysoká škola lesnícka a drevárska, 960 53 Zvolen

RUBNÁ ZRELOSŤ SMREKA A JEDLE SO ZRETELOM NA NÁHODNÉ ŤAŽBY SPÔSOBOVANÉ ABIOTICKÝMI ČINITEĽMI

J. Mecko

MECKO, J. Výskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen): *Rubná zrelosť smreka a jedle so zreteľom na náhodné ťažby spôsobované abiotickými činiteľmi*. Lesníctví, 35, 1989 (10): 911 – 924.

Cieľom práce je odvodenie vekov rubnej zrelosti porastov smreka a jedle, poškodzovaných abiotickými škodlivými činiteľmi vetrom a snehom. Zhodnocuje sa vplyv porastových veličín (stredná výška, vek, bonita, zakmenenie, štihlostný koeficient) na vetrové a snehové polomy. Ich intenzita sa posudzuje pomocou decenálneho percenta náhodných ťažieb. Výsledky potvrdili vplyv strednej výšky, veku a bonity; vplyv zakmenenia je nevýrazný. Uvádžajú sa výsledky sortimentácie vetrovej kalamitnej zásoby, s dôrazom na kalamitný odpad. Bachmanovou metódou sa odvodili veky hodnotovej rubnej zrelosti neplnohodnotných – poškodzovaných a nepoškodzovaných porastov s východiskovým zakmenením 0,8. Za účelom zníženia polomov je potrebné znížiť rubné veky porastov v oblastiach veľmi poškodzovaných polomami. Zníženie závisí od bonity. Pri smrekových porastoch je to 9 až 12 rokov a jedľových 9 až 11 rokov.

rubná zrelosť; smrek; jedľa; náhodné ťažby; abiotické činitele; sortimentácia porastov

Rubná zrelosť je stav lesných porastov alebo stromov, v ktorom je najvýhodnejšie ich ťažiť z hľadiska vytýčených hospodárskych cieľov. Rubná zrelosť jednotlivých porastov sa vyjadruje rubným vekom a rubná zrelosť hospodárskych súborov (HS) rubnou dobou. Pre rubnú zrelosť majú osobitný význam abiotické škodlivé činitele, a to predovšetkým vetrové polomy v smrekových a jedľových porastoch. Spôsobujú značné preriedovanie porastov, znižujú zakmenenie a vytvárajú veľké množstvo holín. Podľa našich a zahraničných autorov abiotické škodlivé činitele spôsobujú najväčšie škody na lesných porastoch. Podľa Konôpku (1988) sa v období 1961 až 1987 v SSR spracovalo 29 mil. 973 tisíc m³ hrubiny b.k. vetrových, snehových a námrazových polomov. Priemerne ročne je to asi 1 mil. 110 tisíc m³, čo je viac ako 1/5 ročnej ťažby na Slovensku. Z toho na vietor pripadá 23 mil. 292 tisíc m³ hrubiny b.k., priemerne 863 tisíc m³ na rok.

Stanovenie veku rubnej zrelosti je najzávažnejšie hospodársko-úpravnícke rozhodnutie vplývajúce jednak na dosahovanie najvyššej produkcie a tiež na určovanie výšky ťažieb. Riešenie tejto problematiky je nutné a aktuálne najmä v súčasnom období, kedy sa viac ako v minulosti polemizuje o úlohách a cieľoch lesného hospodárstva.

Problematikou rubnej zrelosti plnohodnotných porastov (zdravé, kvalitné, plného zakmenenia, nepoškodzované atď.) sa zaoberalo veľa našich a zahraničných autorov. Odvodením vekov rubnej zrelosti neplnohodnotných porastov sa zaoberali Bachman (1968), Nymburský (1957) et al.

V plánovacom období 1985 až 1988 sa v rámci výskumnej úlohy štátneho plánu RVT A 12-531-803-02 „Rubná zrelosť hlavných drevín so zreteľom na produkciu, mimoprodukčné funkcie lesa a hospodárnosť“, riešilo na VÚLH Zvolen odvodenie vekov rubnej zrelosti drevín smrek, jedľa, borovica, dub a buk. Jedna etapa riešila vplyv náhodných ťažieb (NT) – spôsobovaných abiotickými škodlivými činiteľmi – na veky rubnej zrelosti smreka a jedle. Jej cieľom bolo: 1. Z lesnej hospodárskej evidencie (LHE)

zozbierať pokusný materiál o $N\ddot{T}$ spôsobovaných abiotickými činiteľmi v porastoch smreka a jedle. Zhodnotiť závislosť výšky týchto $N\ddot{T}$ od porastových veličín vplývajúcich na rubnú zrelosť, predovšetkým od veku, bonity, zakmenenia ai.

2. Odvodiť z hľadiska $N\ddot{T}$ limitujúce údaje pre veky rubnej zrelosti.

3. Preskúmať straty na kalamitnom dreve a jeho zhoršenú sortimentáciu.

4. Odvodiť veky hodnotovej rubnej zrelosti smreka a jedle poškodzovaných abiotickými škodlivými činiteľmi.

Práca obsahuje výsledky výskumu tejto etapy.

MATERIÁL A METÓDY

a) ÚDAJE LESNEJ HOSPODÁRSKEJ EVIDENCIE O NÁHODNÝCH ŤAŽBÁCH

Pokusný materiál sa získal z lesnej hospodárskej evidencie (LHE) vybraných LHC lesných závodov SSR veľmi a stredne ohrozených abiotickými činiteľmi podľa Konôpkovho (1972) triedenia LZ do 3 stupňov ohrozenia. Vzhľadom na to, že rovnorodých jedľových porastov je málo, ako aj skutočnosť, že majú skoro rovnakú mieru ohrozenia ako smrekové porasty (Kodrik, 1975), skúmali sa tieto dreviny spolu.

Pre vybrané porasty sa zistili z LHP nasledovné taxačné charakteristiky: vek, zakmenenie, bonita, stredná výška, hrúbka, zastúpenie, zásoba v m^3 hrubiny b.k., náhodné ťažby v m^3 podľa jednotlivých abiotických činiteľov. Vzhľadom na to, že výskyt $N\ddot{T}$ je veľmi nepravidelný, sledovali sa v rámci dlhších časových úsekov — decenií platnosti LHP. Spolahlivosť LHE — ťažieb realizovaných v priebehu decénia, sa kontrolovala rovniciou vývoja zásob. Celkom sa zozbierali zo 46 LHC údaje o 8600 kalamitami priereďovaných porastoch.

b) ÚDAJE SORTIMENTÁCIE KALAMITNÉHO DREVA

Výber kalamitných sortimentačných pokusných plôch (KSPP) ovplyvnil výskyt vetrových kalamít. KSPP sa zakladali v smrekových, smrekovo-jedľových a jedľových porastoch na území SSR so zastúpením smreka a jedle nad 60 %, s vekom od 40 do 120 rokov a minimálnym počtom 60 kmeňov. Po zofatí a odvetvení kalamitných kmeňov v porastoch a pri ich sortimentácii na OM sa evidovali tieto údaje: drevina (smrek, jedľa); hrúbka ($d_{1,3}$), dĺžka (resp. výška), vek a kvalitová trieda (A, B, C, D) kmeňa; poškodenia kmeňa a hniloba na priečnom reze; dĺžka, hrúbka a trieda akosti jednotlivých výrezov. Klasifikácia kmeňov (Hubač, 1973) bola upravená v zmysle novej ČSN 480055 pre ihličnaté sortimenty surového dreva. Zmeralo sa 14 KSPP s celkovým počtom 1073 kmeňov (smrek 853 a jedľa 220).

c) ZHODNOTENIE ÚDAJOV NÁHODNÝCH ŤAŽIEB

Taxačné charakteristiky vybraných priereďovaných porastov sa doplnili výpočtom decenálnych percent náhodných ťažieb (% $N\ddot{T}$) podľa vzorca:

$$\text{dec. \% } N\ddot{T} = \frac{N\ddot{T} \text{ sm} + \text{jd za dec. (m}^3 \text{ b.k.)}}{\text{počiatočná zásoba sm} + \text{jd (m}^3 \text{ b.k.)}} \cdot 100 \quad (1)$$

Tento ukazovateľ na posúdenie intenzity $N\ddot{T}$ najlepšie odpovedá sledovaným zámerom, lebo najobjektívnejšie vystihuje silu $N\ddot{T}$ skúmaných drevin.

Štíhlostný koeficient sa počítal podľa Künkeleho (1922) definície ako pomer výšky stromu (h) a stonásobku hrúbky ($d_{1,3}$).

Rozbor závislosti decenálnych % $N\ddot{T}$ od základných taxačných charakteristik porastov sa uskutočnil štatistickým zhodnotením empirického materiálu. Jednoduché a viacnásobné triedenie údajov sa vykonalo osobitne pre vetrové a snehové $N\ddot{T}$ a pre odvodnenie vekov rubnej zrelosti aj spolu. Závislosti medzi vypočítanými % $N\ddot{T}$, vekom a ďalšími skúmanými znakmi sa vyjadrili regresnými krivkami. Všetky výpočtové práce sa vykonali na počítači HP 9845 B.

d) ZHODNOTENIE ÚDAJOV SORTIMENTÁCIE KALAMITNÉHO DREVA

Už prvotný rozbor nameraného pokusného materiálu ukázal, že vytvorenie samostatných kalamitných, či už stromových alebo porastových sortimentačných tabuliek nie je možné. Príčinou je nedostatočný počet KSPP ako aj počet kmeňov (najmä jedle). Preto sme sa rozhodli odvodiť

redukčné koeficienty udávajúce pomer objemu určitej triedy akosti z kmeňa kalamitného a nekalamitného rovnakých dimenzií a to podľa vzorca:

$$k = \frac{V_K (\text{m}^3 \text{ h.b.k.})}{V_Z (\text{m}^3 \text{ h.b.k.})}, \quad (2)$$

kde: k — redukčný koeficient

V_K — objem určitej triedy akosti kmeňa kalamitného

V_Z — tabuľkový objem kmeňa nekalamitného tejto triedy akosti

Najprv sa u oboch drevín vykonal výpočet skutočného objemu akostných tried I, II, III. A, III. B, V, VI, odpadu a kalamitného odpadu pre každú KSPP. Ďalej sa vykonala sortimentácia kmeňov týchto plôch pomocou Petrášových et al. (1988) stromových sortimentačných tabuliek (akoby nekalamitného dreva). Vypočítali sa redukčné koeficienty slúžiace na prepočet údajov porastových sortimentačných tabuliek na údaje kalamitných porastov. Doplnok sumy podielov všetkých tried akosti do 100 % tvorí kalamitný odpad. Matematické vyrovnanie redukčných koeficientov sa vykonalo v závislosti od strednej hrúbky porastu.

VÝSLEDKY

a) VPLYV TAXAČNÝCH CHARAKTERISTÍK PORASTOV NA VETROVÉ NÁHODNÉ ŤAŽBY

Stredná výška

Autori považujú výšku za rozhodujúceho činiteľa, ovplyvňujúceho intenzitu poškodenia porastov smreka a jedle. Tlak vetra sa výrazne zväčšuje s výškou nad povrchom (Vicena, 1964). Závislosť % $N\check{T}$ od výšky porastov sa vyrovnala Korfovou (1939) funkciou

$$y = b_1 \cdot e^{\frac{b_2}{(1-b_3)} \cdot x^{(1-b_3)}} \quad (3)$$

kde: $b_1 = 6,631\ 240\ 15$; $b_2 = 3,440\ 873\ 58\ E + 10$; $b_3 = 8,045\ 542\ 23$. Index korelácie je 0,98.

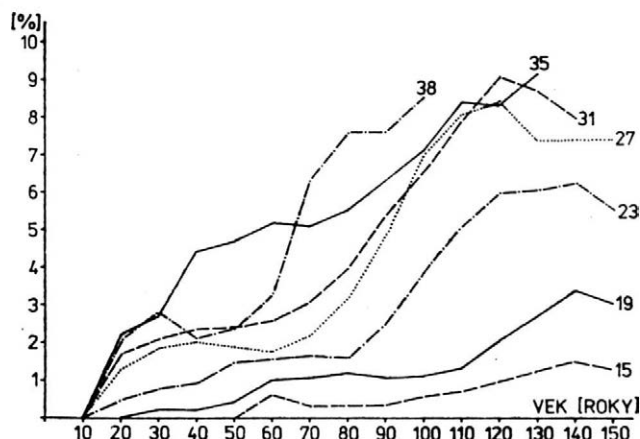
Percento $N\check{T}$ v úseku výšok 8 až 16 m je ovplyvnené veľkou variabilitou pozorovaní a snehovými $N\check{T}$. Preto sme vyrovnanie vykonali len pre výšky od 16 m. Percento $N\check{T}$ sústavne stúpa s výškou, podľa S — krivky, a to spočiatku nepatrne, ďalej v rozpätí výšok 20 až 30 m prudko, potom do konca mierne. Aj podľa Vicenu et al. (1979) a ďalších autorov intenzita poškodenia vetrom s výškou sústavne stúpa.

Maximálne ohrozenie porastov smreka a jedle vetrovými $N\check{T}$, odvodené z prvej derivácie krivky (3), je pri výške 23 m. Vek zodpovedajúci tejto výške, je kritickým vekom ohrozenia. Rubný vek porastov odvodený z tohoto kritéria by nemal byť vyšší ako tento kritický vek.

Vek, bonita, zakmenenie

Obr. 1 zobrazuje závislosť decenálneho % vetrovej $N\check{T}$ od veku a bonity. Krivky až na bonitu 35 vykazujú rovnaký tvar a priebeh. S bonitou sa zvyšuje poloha kriviek. Ohrozenie (poškodenie) porastov stúpa s vekom a s bonitou. Vyskytujúce sa vyššie hodnoty % $N\check{T}$ pri nižších vekoch do 50 rokov sú spôsobené súčasne sa vyskytujúcimi snehovými $N\check{T}$. Strmosť kriviek sa zvyšuje so zlepšovaním bonity. Mierny pokles kriviek vo vyšších vekoch spôsobuje klesajúci počet pozorovaní a odstránenie najlabilnejších zložiek porastov predchádzajúcimi $N\check{T}$.

Závislosť % $N\check{T}$ od veku pri najzastúpenejších bonitách (23, 27, 31, 35) a stupňoch zakmenenia (0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0) vykazuje veľkú nevyrovnanosť, ktorá je sčasti spôsobená nerovnomerným rozdelením pokusného materiálu a jeho rôznorodosťou. Zhodnotenie trendu vývoja % $N\check{T}$ dáva takéto závery:



1. Závislosť decenálneho percenta vetrovej náhodnej ťažby (NT) od veku (roky) podľa bonity — Dependence of the decene per cent of the wind salvage cutting (NT) on the age (years) according to the site class

— Percento NT všeobecne stúpa s vekom porastov. Priebeh jednotlivých kriviek je však závislý od bonity a čiastočne aj od zakmenenia.

— U porastov rovnakého veku a zakmenenia % NT stúpa s bonitou.

— Vplyv zakmenenia na % NT nie je zreteľný, krivky jednotlivých stupňov zakmenenia sa pretínajú a menia vzájomné usporiadanie. Nesúlad tohto záveru s výsledkami autorov z literatúry môže byť zdôvodnený týmito vplyvmi:

— Prejavuje sa tu spôsob hospodárenia, resp. akým vývojom dospel porast k menovitému zakmeneniu.

— Zhodnocovaný materiál zahŕňa kalamity širokého obdobia (1965 až 1987) a veľkého územia (46 LHC). Preštudovaná literatúra zhodnocuje prevažne jednotlivé kalamity. Z dôvodov uvedeného nevýrazného vplyvu sme zakmenenie z ďalšieho zhodnocovania vypustili.

Štíhlostný koeficient

Preskúmanie vplyvu štíhlostného koeficienta na výšku NT potvrdilo predchádzajúce výsledky závislosti % NT od strednej výšky, veku a bonity, ktorú zohľadňujú štíhlostný koeficient. Nakoľko zhodnocovaný štíhlostný koeficient predstavuje priemernú hodnotu za porast, v rámci ktorého vykazuje veľké variačné rozpätie hodnôt jednotlivých stromov, môžeme ho považovať len za dopĺňujúceho ukazovateľa. Potvrdzuje to aj Pfeffer (1955). Všeobecne možno konštatovať, že čím vyšší je štíhlostný koeficient porastov rovnakého veku, tým vyššie je % NT .

b) VPLYV TAXAČNÝCH CHARAKTERISTÍK PORASTOV NA SNEHOVÉ NÁHODNÉ ŤAŽBY

Stredná výška

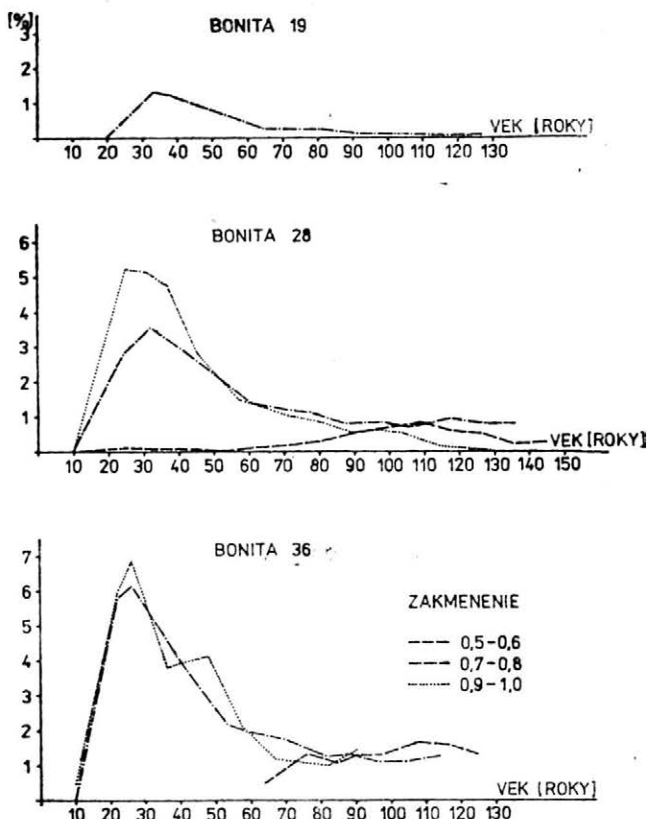
Závislosť % snehovej NT od výšky sa vyrovnala (v intervale 2 až 22 m) funkciou:

$$y = b_1 \cdot e^{\frac{b_2}{(1-b_3)} \cdot x^{(1-b_3)}} \cdot \frac{b_2}{x^{b_3}} \quad (4)$$

kde: $b_1 = 48,813\ 174\ 2$; $b_2 = 679,017\ 981$; $b_3 = 3,506\ 209\ 30$

Index korelácie je 0,98. Percento NT od výšky 4 m prudko stúpa po výšku 8 m, z nulovej hodnoty na 5,2 %. Ďalej % NT klesá. Porasty výšok 5 až 16 m sú najviac poškodzované.

2. Závislosť decenálneho percenta snehovej náhodnej ťažby ($N\check{T}$) od veku (roky) podľa bonity a zakmenenia — Dependence of the decene per cent of the snow salvage cutting ($N\check{T}$) on the age (years) according to the site class and density



Vek, bonita, zakmenenie

Naše rozbory závislosti % $N\check{T}$ podľa jednotlivých taxačných veličín potvrdili všeobecne platné zákonitosti a výsledky autorov. Priebeh a tvar kriviek znázorňujúcich závislosť % $N\check{T}$ od veku ako aj od bonity je podobný závislosti % $N\check{T}$ od strednej výšky. Snež najviac poškodzuje porasty vo veku 15 až 50 rokov s maximom okolo 30 rokov. Od 50 rokov s vekom poškodenie neustále klesá. Poškodenie stúpa najviac v rozpätí bonít 22 až 30. Podľa Konôpku (Vicena et al., 1979) najväčšie škody bývajú pri najvyšších bonitách, ale rozdiely nie sú také veľké ako u vetra.

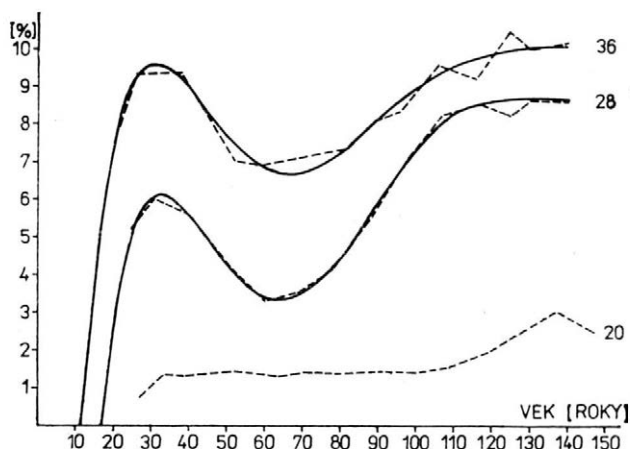
Obr. 2 znázorňuje závislosť decenálneho % snehovej $N\check{T}$ od veku podľa bonity a zakmenenia. Vytvorili sa tri skupiny bonít (najnižšie 14 až 23, priemerné 24 až 33, najvyššie 34 až 43) uvádzané priemernými hodnotami a tri skupiny zakmenenia (0,5 až 0,6; 0,7 až 0,8; 0,9 až 1,0). Z obr. 2 vyplývajú tieto závery:

- Snež najviac postihuje porasty vo veku 15 až 50 rokov.
- So zvyšovaním bonity sa kulminácia % $N\check{T}$ posúva do nižšieho veku a maximálna hodnota % $N\check{T}$ sa zvyšuje.
- V rozpätí 10 až 70 rokov (tu sa sústreďujú snehové $N\check{T}$) stúpa % $N\check{T}$ so zvyšovaním zakmenenia. U skupiny najvyšších bonít nie je vplyv zakmenenia zreteľný.

c) VPLYV TAXAČNÝCH CHARAKTERISTÍK PORASTOV NA VETROVÉ A SNEHOVÉ NÁHODNÉ ŤAŽBY

Vek, bonita, zakmenenie

Závislosť decenálneho % vetrovej + snehovej $N\check{T}$ od veku podľa bonity je na obr. 3. Krivky znázorňujúce priemerné hodnoty % $N\check{T}$ skupiny najvyšších (34 až 43 s prieme-



3. Závislost decenálneho percenta vetrovej + snehovej náhodnej ťažby (NT) od veku (roky) podľa bonity — Dependence of the decene per cent of the wind-and-snow salvage cutting (NT) on the age (years) according to the site class

rom 36) a priemerných (24 až 33; 28) bonít sa vyrovnali v závislosti od veku metódou najmenších štvorcov podľa programov Květoňových (1984). Údaje skupiny najnižších bonít (14 až 23; 20) sa nevyrovnávali. Ako najvýhodnejším sa ukázal polynóm šiesteho stupňa

$$y = b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot x^2 + b_4 \cdot x^3 + b_5 \cdot x^4 + b_6 \cdot x^5 + b_7 \cdot x^6 \quad (5)$$

Regresné koeficienty sú uvedené v tab. I.

Priebeh a tvar krivky najvyšších a priemerných bonít je veľmi podobný. Rozdiel je len v polohe kriviek, pri bonite 36 je vyššie % NT. Rozdiel sa s vekom postupne znižuje z počiatkových asi 4 % na 1,5 % od veku 100 rokov. Percento pri bonite 28 prudko stúpa na hodnotu 6,1 % v 33 rokoch. Po poklese na 3,3 % v 64 rokoch % opäť prudko stúpa. Maximum 8,7 % dosahuje v 127 rokoch. Krivka najvyšších bonít stúpa v závere miernejšie. Percentá NT najnižších bonít vykazujú po vek 100 rokov minimálny nárast.

Z rozboru závislosti decenálneho % vetrovej + snehovej NT od veku podľa skupín bonít a zakmenenia vyplýva:

- Zakmenenie v spojitosti s vekom a bonitou vplyva na výšku snehových + vetrových NT.

- Táto závislosť je výrazná najmä do veku 50 až 55 rokov (snehové kalamity).

- Vo vyššom veku (vetrové kalamity) nie je vplyv zakmenenia výrazný. V ďalších rozboroch sme však so zakmenením neuvažovali, lebo na veky rubnej zrelosti smreka a jedle majú prvoradý význam vetrové NT. Pri týchto je vplyv zakmenenia slabší, ako pri snehových NT.

d) SORTIMENTÁCIA VETROVÝCH POLOMOV

Odvođené redukčné koeficienty tried akosti v závislosti od strednej hrúbky u obidvoch drevín vykazovali v rámci KSPP značnú variabilitu. Keďže pri smreku a jedli boli koeficienty dosť podobné, spracovali sme údaje sortimentácie obidvoch drevín spoločne. Na základe podobnosti kriviek sme vytvorili tieto združené skupiny akostných tried:

1. výrazy I. a II. akostnej triedy,
2. piliarske výrezy akostnej triedy III. A + III. B,
3. drevo V. akostnej triedy,
4. drevo VI. akostnej triedy.

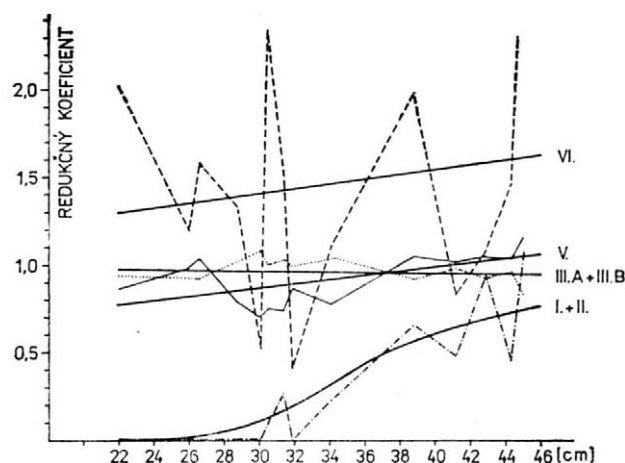
I. Regresné koeficienty funkcie (5) pre vyrovnanie decenálnych percent vetrových a snehových NT v závislosti od veku pre skupiny bonít — Regression coefficients of the function (5) for the levelling of the decene per cent of the wind and snow salvage cuttings in correlation with the age for the class groups

Skupina bonít	Regresné koeficienty hore $b_1 - b_4$, dole $b_5 - b_7$			
Najvyšších	-2,32884680 E + 01	3,06699580 E + 00	-1,05672950 E - 01	1,70572270 E - 03
36	-1,40923980 E - 05	5,80536400 E - 08	-9,47963600 E - 11	—
Priemerných	-3,64647000 E + 01	3,86987000 E + 00	-1,30314280 E - 01	2,05906030 E - 03
28	-1,65282060 E - 05	6,56256500 E - 08	-1,02624070 E - 10	—

II. Regresné koeficienty a stredná chyba funkcií (3), (6) pre vyrovnanie redukčných koeficientov v závislosti od strednej hrúbky podľa skupín akostných tried — Regression coefficients and the mean error of the functions (3), (6) for the levelling of the reduction coefficients in correlation with the mean diameter according to the quality class groups

Skupina akostných tried	Regresné koeficienty $b_1 - b_3$			Stredná chyba		Korelačný koeficient
				absolútna	relatívna	
				[%]	[%]	
I. + II.	9,42737255 E - 01	1,46857415 E + 09	6,48354212 E + 00	0,19	64,1	0,879+
III. A + III. B	1,00438520 E + 00	-1,06704302 E - 03	—	0,05	4,9	0,378
V.	5,16509395 E - 01	1,18244318 E - 02	—	0,13	13,6	0,590
VI.	1,00129128 E + 00	1,34781880 E - 02	—	0,74	50,5	0,140

+ index korelácie



4. Nevyrovnané a vyrovnané hodnoty redukčného koeficienta sortimentácie skupín akostných tried v závislosti od strednej hrúbky — The non-levelled and the levelled values of the reduction coefficient of sorting of the quality groups according to the mean diameter

Koeficienty pre prvú skupinu sa vyrovnali Korfovou (1939) funkciou (3), pre 2, 3, 4 skupinu priamkou, a to v závislosti od strednej hrúbky porastu.

$$y = b_1 + b_2 \cdot x \quad (6)$$

kde: y — redukčný koeficient; x — stredná hrúbka.

V tab. II sú uvedené regresné koeficienty, korelačné koeficienty, index korelácie, stredné chyby uvedených rovníc. Na obr. 4 sú zobrazené nevyrovnané a vyrovnané hodnoty redukčných koeficientov podľa akostných tried. Vplyv vetrových polomov na zmenu sortimentácie je takýto:

- Podiel výrezov I. + II. triedy akosti je následkom polomu vždy nižší. Redukčný koeficient sa s hrúbkou zvyšuje.
- Podiel piliarskych výrezov akosti III. A + III. B sa mierne znižuje so zväčšovaním strednej hrúbky.
- Vláknirové drevo (V.) tvorí po hrúbku 40 cm menší podiel. Pri väčších hrúbkach jeho podiel prevyšuje hodnoty nekalamitného dreva.
- Podiel paliva (VI.) sa s hrúbkou trvale zväčšuje a prevyšuje podiel nekalamitnej sortimentácie.

Vyrovnanými hodnotami redukčných koeficientov sa prepočítali údaje percentických porastových sortimentačných tabuliek drevín smrek a jedľa (Petráš et al., 1988). Doplnok sumy percentických podielov hrúbkových tried všetkých tried akosti predstavuje kalamitný odpad. Tab. III uvádza % kalamitného odpadu pre smrekové porasty so 100% kvalitou kmeňov triedy B. Vypočítané údaje sú pre priemerné sklony terénu 37,7 %. Pri vyšších sklonoch je potrebné počítať so zväčšovaním % kalamitného odpadu. Podiel kalamitného odpadu s hrúbkou klesá v dôsledku znižovania početnosti zlámaných kmeňov a zvyšovania podielu výratov. Podiel kalamitného odpadu so zvyšovaním % poškodenia klesá v dôsledku stúpania podielu koreňovej a pňovej hniloby.

Uvedené zákonitosti platia tiež pre kmene kvality A a C. U triedy A je však % kalamitného odpadu vyššie a u triedy C nižšie. Percentrá kalamitného odpadu jedľových porastov vykazujú ten istý priebeh ako u smreka. Hodnoty sú však asi o 1 % vyššie.

Greguš (Faith et al., 1974) uvádza zníženie (následkom vetrového polomu) podielu výrezov I. a II. triedy akosti o 5 %, piliarskych výrezov o 13,2 % a zvýšenie vláknirov o 8 %, paliva o 2,9 %. Odpad činí 7,3 %.

III. Percentá kalamitného odpadu pre smrekové porasty so 100% kvalitou kmeňov B v závislosti od strednej hrúbky porastu a percenta poškodenia — Per cent of the disaster wood waste for the spruce stands with a 100 % quality of trunks B in correlation with the mean diameter of the stand and per cent of the damage

Stredná hrúbka	Poškodenie [%]				
	0	10	20	30	40
20	10,4	10,5	10,7	10,9	11,2
30	7,0	6,4	6,1	5,6	5,3
40	5,7	5,5	5,0	4,6	4,2
50	4,7	4,5	4,2	3,8	3,5
60	5,0	4,6	4,1	3,7	3,1

VPLYV VETROVÝCH A SNEHOVÝCH POLOMOV NA VEK RUBNEJ ZRELOSTI SMREKA A JEDLE

Výpočet vekov hodnotovej rubnej zrelosti sa vykonal pre plnohodnotné (zakmenenie 0,85) a neplnohodnotné (poškodzované a nepoškodzované) smrekové a jedľové porasty (s východiskovým zakmenením 0,8). Odvođené % vetrových + snehových $N\check{T}$ sme rozdelili na predrubné a rubné v závislosti od veku na základe rozdelenia $N\check{T}$ vo vybra- tých 6 reprezentatívnych LHC (2483 porastov). Na vyrovnanie sa použila pre pred- rubné $N\check{T}$ funkcia:

$$y = b_1 \cdot e^{\frac{b_3}{(1-b_4)} \cdot x^{(1-b_4)}} + b_2 \cdot x \quad (7)$$

Na vyrovnanie rubných $N\check{T}$ sa použila rovnica (4). V tab. IV sa uvádzajú regresné koeficienty a stredná chyba uvedených funkcií. Vyrovnané hodnoty decenálnych % predrubných a rubných $N\check{T}$ v závislosti od veku podľa bonity sú na obr. 5. Odvođené % $N\check{T}$ predstavujú priemernú výšku $N\check{T}$ v oblastiach veľmi a stredne poškodzovaných abiotickými činiteľmi. Nemožno počítať s ich úplným odstránením. Dodržaním všetkých dostupných ochranných opatrení je možné prispieť k ich zníženiu, ktoré je závislé od účinnosti týchto opatrení. Uvažujeme so znížením $N\check{T}$ o 40 %. Odvođené % $N\check{T}$ sme preto redukovali koeficientom 0,6. K tomuto dosiahnuteľnému zníženiu % $N\check{T}$ sme dospeli na základe rozborov vetrových, snehových a námrazových $N\check{T}$ vykonaných Konôpkom (1988).

Vývoj zakmenenia poškodzovaných porastov sa odvodil podľa vzorca:

$$Q_{(t+5)} = \frac{V_{1(t+5)} \cdot Q_t - V_{1,t} \cdot Q_t \cdot \frac{\% \text{ rubnej } N\check{T}}{200} - V_{3(t+5)} \cdot Q_t}{V_{2(t+5)}} \quad (8)$$

kde: Q — zakmenenie, t — vek, V_1 — zásobu združeného porastu, V_2 — hlavného porastu, V_3 — podružného porastu, % rubnej $N\check{T}$ — redukované % rubných vetrových + snehových $N\check{T}$

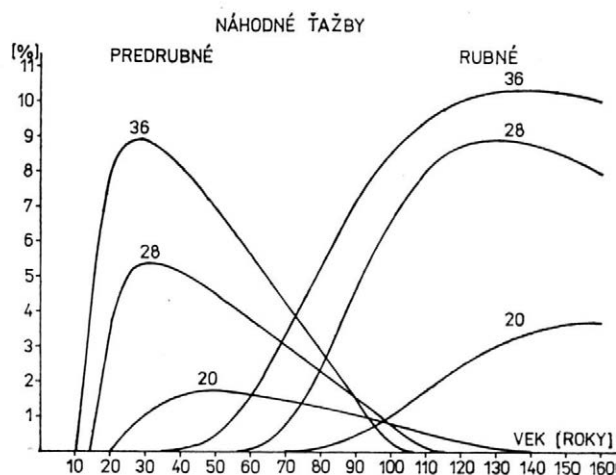
Celková produkcia pre poškodzované porasty ($CP_{NK,t}$) sa počítala podľa vzorca:

$$CP_{NK,t} = V_{2,t} + \sum_1^t V_3 + \sum_1^t V_P + \sum_1^t V_R \quad (9)$$

kde: $V_{P,t}$ — päťročný objem predrubných a $V_{R,t}$ — päťročný objem rubných $N\check{T}$ vo veku t .

IV. Regresné koeficienty a stredná chyba funkcií (4), (7) pre vyrovnávanie predrubných a rubných decenálnych percent vetrových + snehových $N\check{T}$ v závislosti od veku podľa bonity — Regression coefficients and the wind-and-snow intermediate and final salvage cuttings in correlation with the age according to the site class

Skupina bonít	Regresné koeficienty $b_1 - b_4$					Stredná chyba		Index korelácie
						absolútna	relatívna	
						[%]		
Predrubné $N\check{T}$								
Najnižších (20)	3,39244864	-0,0252280135	30376,6325	3,86808056	0,11	13,0	0,989	
Priemerných (28)	8,39964585	-0,0760034279	505174,709	5,15614777	0,65	27,1	0,967	
Najvyšších (36)	14,2809358	-0,141506468	9835,67659	4,10717933	0,89	21,8	0,980	
Rubné $N\check{T}$								
Najnižších (20)	761,204161	406856,247	3,30620102	—	0,16	7,3	0,995	
Priemerných (28)	1513,97982	196819,669	3,26229415	—	0,27	4,6	0,997	
Najvyšších (36)	3102,42449	3162,71596	2,45697334	—	0,19	2,9	0,999	



5. Závislosť decenálneho percenta vetrovej + snehovej predrubnej a rubnej náhodnej ťažby ($N\check{T}$) od veku (roky) podľa bonity — Dependence of the decene per cent of the wind-and-snow intermediate and final cutting ($N\check{T}$) on the age (years) according to the site class

Počítali sa podľa vzorcov:

$$V_{P,t} = \frac{V_{1,t}}{200} \cdot \% \text{ predrubnej } N\check{T} \quad (10)$$

$$V_{R,t} = \frac{V_{1,t}}{200} \cdot \% \text{ rubnej } N\check{T} \quad (11)$$

Percento predrubnej $N\check{T}$ (decenálne redukované) je vyjadrené funkciou (7), % rubnej vyjadrené funkciou (4). Symboly $V_{1,t}$, $V_{2,t}$, $V_{3,t}$ sú tabuľkové zásoby redukované zakmenením určeným rovnicou (8). Pri výpočte celkovej produkcie poškodzovaných

V. Bachmannovou metódou odvodené veky hodnotovej rubnej zrelosti — neplnohodnotných smrekových a jedľových porastov (nepoškodzované i poškodzované) podľa bonity s východiskovým zakmenením 0,8 — Value cutting ages derived by means of the Bachmann's method — of the low-value spruce and fir stands (damaged and non-damaged) according to the site class with the initial density of 0.8

Porasty		Bonita			
		36	32	28	24
Smrekové	nepoškodzované	92	104	119	134
	poškodzované	83	94	108	122
Jedľové	nepoškodzované	97	108	122	139
	poškodzované	88	98	112	128

porastov sa objem predrubných a rubných $N\check{T}$ rozdelil na sortimenty podľa údajov upravených porastových sortimentačných tabuliek. Objem hlavného a podružného porastu pomocou porastových sortimentačných tabuliek (Petráš et al., 1988).

Celková produkcia pre nepoškodzované porasty (plnohodnotný — $CP_{PZ,t}$ i neplnohodnotný — $CP_{NZ,t}$) sa počítala podľa vzorca:

$$CP_{NZ,t}(CP_{PZ,t}) = V_{2,t} + \sum_1^t V_3 \quad (12)$$

Hodnota celkovej produkcie sa odvodila na podklade podielu sortimentov a platných veľkoobchodných cien.

Pre hodnotu celkovej produkcie porastu plnohodnotného (zakmenenie 0,85) a neplnohodnotných (poškodzovaného i nepoškodzovaného — zakmenenie 0,80) sa odvodili pre bonity 20, 28, 36 veky kulminácie CPP . Pre porast plnohodnotný udávajú veky hodnotovej zrelosti. Pre neplnohodnotné porasty sa odvodili Bachmannovou metódou skrátené veky rubnej zrelosti. Príklad odvodenia pre smrek, bonitu 28 je na obr. 6.

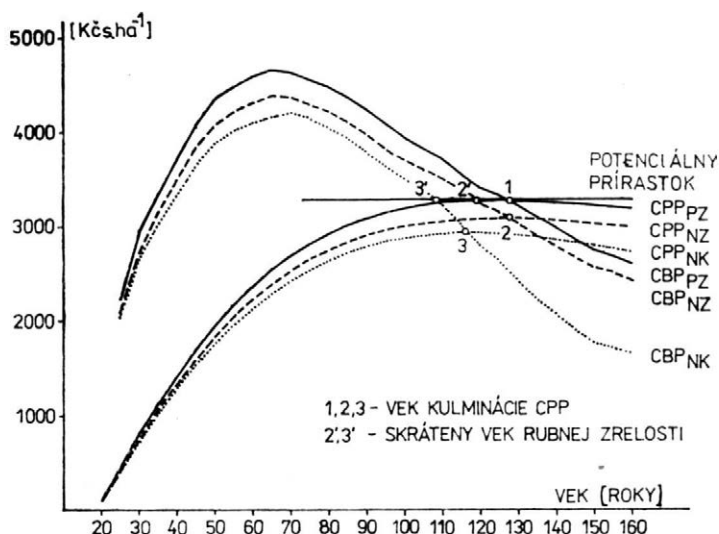
Tab. V udáva pre smrek a jedľu (nepoškodzované i poškodzované porasty s východiskovým zakmenením 0,8 — neplnohodnotné) veky hodnotovej zrelosti v závislosti od bonity.

Na znižovanie vetrových a snehových polomov v súčasnom období sa v praxi uplatňujú preventívne opatrenia a to pestovno-ochranárske pri zakladaní, výchove a obnove porastov. Jedným z účinných opatrení je aj znižovanie rubného veku poškodených porastov smreka a jedle (priamy ochranný prostriedok). Zníženie závisí od bonity. Pri smreku je to 9 až 12 rokov a jedli 9 až 11 rokov. Ide o oblasti veľmi poškodzované vetrom. Patria sem tieto geografické oblasti. — 1. Slovenské Rudohorie a Nízke Tatry (Veporská časť Slovenského Rudohoria — hlavne severná polovica, potom Gemerské a Spišské Rudohorie, Južná časť Nízkych Tatier ako aj severná časť východnej časti Nízkych Tatier). — 2. Oblasť flyšového pásma (Slovenské Beskydy, Oravská Magura, Spišská Magura a Levočské pohorie).

ZHRNUTIE

V rámci odvodzovania vekov rubnej zrelosti porastov smreka a jedle poškodzovaných abiotickými činiteľmi sa vykonali nasledovné šetrenia:

1. Zhodnotil sa vplyv taxačných charakteristík porastov na vetrové a snehové polo-



6. Smrek, bonita 28, východiskové zakmenenie 0,80. Odvodenie skráteného veku rubnej zrelosti neplnohodnotných porastov (nepoškodzovaného — NZ i poškodzovaného — NK) z kulminácie CPP plnohodnotného porastu (PZ — zakmenenie 0,85) Bachmannovou metódou — Spruce, site class — 28, initial density — 0,80. Derivation of the shortened cutting age of low-value stands (not exposed to damage — NZ and exposed to damage — NK) from the culmination CPP of the full-value stand (PZ — density 0,85) through the Bachmann's method

my. Ich intenzita sa posudzovala pomocou % $N\bar{T}$. Vykonané rozbory, až na vplyv zakmenenia, potvrdili poznatky z literatúry. Závislosť % $N\bar{T}$ od zakmenenia, či už samostatne, alebo spolu s vekom a bonitou, je slabá, čo znemožnilo jeho uplatnenie pri výpočte vekov rubnej zrelosti.

2. Preskúmala sa sortimentácia vetrovej kalamitnej zásoby. Zhodnocovala sa pomocou redukčných koeficientov v porovnaní so sortimentáciou nepoškodzovaných porastov. Vetrové polomy znižujú podiel výrezov I. + II. triedy akosti a piliarskych výrezov akosti III. A a III. B. Zvyšuje sa podiel vlákniového dreva a paliva. Percento kalamitného odpadu sa znižuje so strednou hrúbkou a % poškodenia. Priemerná hodnota je okolo 5 %.

3. Bachmannovou metódou sa odvodili veky hodnotovej rubnej zrelosti neplnohodnotných poškodzovaných a nepoškodzovaných porastov s východiskovým zakmenením 0,8. Za účelom zníženia náhodných ťažieb je potrebné znížiť rubné veky porastov v oblastiach veľmi poškodzovaných vetrovými polomami. Zníženie závisí od bonity. Pri smreku je to 9 až 12, pri jedli 9 až 11 rokov (prvý údaj sa vzťahuje na bonity najvyššie, druhý najnižšie).

Literatúra

- BACHMANN, R. P.: Untersuchungen zur Wahl des Verjüngungszeitpunktes im Waldbau. ETH, Zürich 1968, 112 s.
CSN 48 0055: „Jehličnaté sortimenty surového dříví — technické požadavky“ (platí od 1. 1. 1985).
FAITH, J. — GREGUŠ, C. — ANDRIŠIN, P. — GRÉK, J.: Odvodenie cieľového zastúpenia drevín pre oblasť smreka, jedle a buka. Lesnícke štúdie, č. 20, Príroda Bratislava, VÚLH Zvolen 1974, 134 s.

HALAJ, J. — BORTEL, J. — GRĚK, J. — MECKO, J. — MIDRIAK, R. — PETRÁŠ, R. — SOBOCKÝ, E. — TUTKA, J. — VALTÝNI, J.: Rubná zrelosť hlavných drevín so zreteľom na produkciu, mimoprodukčné funkcie lesa a hospodárnosť. [Záverečná správa.] Zvolen, VÚLH 1988, 128 s.

HUBAČ, K.: Sortimentáčné tabuľky pre ihličnaté dreviny. Príroda, Bratislava 1973, 224 s.

KODRÍK, J.: Posúdenie veku drevín v jedľovo-smrekových porastoch s ohľadom na poškodenie snehom. Les, 31, 1975, č. 3, s. 118-121.

KONÓPKA, J.: Základná rajonizácia vetrových, snehových a námrazových polomov na Slovensku. [Záverečná správa.] Zvolen, VÚLH 1972, 92 s.

KONÓPKA, J.: Vplyv zastúpenia drevín a bonity na výšku náhodných ťažieb spôsobovaných škodlivými činiteľmi. Les. Čas., 30, 1984, č. 2, s. 125-132.

KONÓPKA, J.: Vývoj poškodzovania lesných porastov vetrom, snehom a námrazou a jeho predpoklad do budúcnosti. In: Výskyt škodlivých činiteľov v lesoch SSR a ich prognóza. VÚLH Zvolen, 1988, s. 47-56.

KORF, V.: Vrstvový proces lesných porostů a obecná přírůstová rovnice. Lesnictví, 1961, č. 3, s. 231-235.

KVĚTOŇ, K.: Regrese. [Záverečná zpráva.] ČVUT, Praha 1984, 276 s.

NYMBURSKÝ, B. — ZÁRUBA, C.: Ekonomické hodnocení produkčních ztrát, vznikajících působením škodlivých činitelů v lesních porostech. [Zprávy VÚLH.] 3, 1957, č. 1, s. 47-53.

PETRÁŠ, R. — HUBAČ, K. — NOCIAR, V.: Konštrukcia a úprava sortimentačných tabuliek. [Záverečná správa.] VÚLH, Zvolen 1988, 64 s.

PFEFFER, A.: O vzniku sněhových polomů v lese. Lesnictví, 1955, č. 3, s. 315-324.

VICENA, I.: Ochrana proti polomům. SZN, Praha 1964, 178 s.

VICENA, I. — PAREZ, J. — KONÓPKA, J.: Ochrana lesa proti polomům. SZN, Praha 1979, 244 s.

Došlo dňa 23. 2. 1989

МЕЦКО, Й. (Научно-исследовательский институт лесного хозяйства, Зволень) **Спелость насаждения к рубке ели и пихты с учетом случайных рубок, вызванных абиотическими факторами.** Lesnictví, 35, 1989 (10) : 911-924.

Целью работы является выведение возрастов спелости насаждения ели и пихты к рубке, которые повреждаются абиотическими вредными факторами — ветром и снегом. Проводят оценку влияния ростовых величин (средняя высота, возраст, бонитет, полнота насаждения, коэффициент сбежимости) на ветровые и снеговые валы. Их интенсивность оценивается при помощи деценального процента случайных рубок. Результаты подтвердили влияние средней высоты, возраста и бонитета; влияние полноты насаждения не отчетливое. Приводят результаты ассортимента ветровального запаса, с подчеркиванием бедственных отходов. Методом Бахманна вывели возрасты значимостной спелости насаждения к рубке неполноценных — поврежденных и неповрежденных насаждений с результирующей полнотой насаждения 0,8. С целью понижения снего- и ветровальных необходимо понижать возрасты рубок в областях весьма поврежденных ветровалами. Понижение зависит от бонитета. В случае еловых насаждений это 9—12 годов и пихтовых 9—11 годов.

спелость насаждения к рубке; ель; пихта; случайные рубки; абиотические факторы; ассортиментация насаждений

MECKO, J. (Výzkumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen): *The Cutting Ripeness of Spruce and Fir in View of Salvage Cutting Caused by the Abiotic Factors.* Lesnictví, 35, 1989 (10) : 911-924.

Attention is focused on the derivation of cutting ages of spruce and fir stands damaged by the abiotic harmful factors of wind and snow. Evaluation is made of the influence of the forest stand parameters (mean height, age, site class, density, slenderness coefficient) on the wind and snow breaks. Their intensity is assessed by the use of decene per cent of the salvage cuttings. The results verified the influence of the mean height, age and site class; the influence of the density is not significant. Results are presented of sorting of the wind disaster reserve, with a stress on the disaster wood waste. By means of the Bachmann's method value cutting ages were derived of the low-quality — damaged and non-damaged stands

with the initial density of 0.8. In order to reduce the breaks it is necessary to decrease the cutting ages of stands in areas which are being greatly damaged by the wind breaks. The reduction depends on the site class. In spruce stands the age is 9 to 12 years and in fir stands 9 to 11 years.

cutting age; spruce; fir; salvage cutting; abiotic factors; sorting of stands

MECKO, J. (Výskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen): *Einschlagsreife der Fichte und der Tanne mit Rücksicht auf die durch abiotische Faktoren verursachten Zufallsnutzungen*. Lesnictví, 35, 1989 (10) : 911-924.

Ziel der Arbeit ist die Ableitung des Alters der Hiebsreife von Fichten- und von Tannenbeständen, die durch schädliche abiotische Faktoren Wind und Schnee beschädigt werden. Es wird der Einfluß der Bestandesgrößen (Mittelhöhe, Alter, Bonität, Bestockungsgrad, Schlankheitskoeffizient) auf Wind- und Schneebrüche eingeschätzt. Ihre Intensität wird mit Hilfe des dezennialen Prozents von Zufallsnutzungen beurteilt. Die Ergebnisse haben den Einfluß der Mittelhöhe, des Alters und der Bonität bestätigt; der Einfluß des Bestockungsgrades ist nicht ausgeprägt. Es werden die Ergebnisse der Sortierung des Windkalamitätsvorrats angeführt, unter Betonung des Kalamitätsabfalls. Mit Hilfe der Methode von Bachmann wurden Alter der Werthiebsreife nicht vollwertiger beschädigter und nicht beschädigter Bestände mit Ausgangsbestockungsgrad 0,8. Zwecks Einschränkung der Brüche ist es notwendig das Einschlagsalter von Beständen in den durch Windbruch sehr stark beschädigten Gebieten herabzusetzen. Die Herabsetzung hängt von der Bonität ab. Bei Fichtenbeständen sind es 9 bis 12 Jahre und bei Tannenbeständen 9 bis 11 Jahre.

Einschlagsreife; Tanne; Zufallsnutzungen; abiotische Faktoren; Sortierung von Beständen

Adresa autora:

Ing. Julian Mecko, Výskumný ústav lesného hospodárstva, ul. K. Marxa 22, 960 92 Zvolen

TEORIE ODHADU VÝVOJE KALAMIT A ŘÍZENÍ PROCESU VYROVNÁNÍ LESA NA NORMÁLNÍ LES

J. Kouba

KOUBA, J. (Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, Kostelec nad Černými lesy): *Teorie odhadu vývoje kalamit a řízení procesu vyrovnání lesa na normální les*. Lesnictví, 35, 1989 (10): 925–944.

Cílem práce je další zpřesnění teorie normálního lesa, založené na úvaze kalamitních těžeb, na základě teorie náhodných procesů (Kouba, 1969, 1973 a dále). Stěžejní část je věnována teoretickým základům vyjádření a odhadu kalamit v lese. Zde je užito základních funkcí teorie spolehlivosti, vyjádřených na bázi Weibullova rozdělení. Jsou uvedeny příklady možných reálných odhadů kalamit majících za následek vznik zalesňovací povinnosti, pro základní typy škod v lesích: 1. zničení lesních kultur, 2. typické škody sněhem, 3. škody větrem a škody vyplývající z vysokého věku, 4. škody bez možnosti bližšího určení. Souhrnné vyjádření těchto škod v diskretním tvaru v ekvidistantních intervalech je pak spodní hranicí rozhodovacího prostoru, ve kterém lze volit úmyslné těžby s cílem rychlého vyrovnání k normální věkové struktuře. Tato normální věková struktura je stacionárním vektorem homogenního, regulárního Markovova řetězce vyjadřujícího vývoj věkové struktury, při úvaze kalamit ve věkových stupních a předepsaných mýtních těžeb (a kalamit včetně) v mýtních věkových stupních. Proces vyrovnání na tuto normální věkovou strukturu je optimalizován spojitým lineárním programováním, kde účelová funkce maximizuje celkové mýtní těžby během doby vyrovnávací.

normální les; proces vyrovnávání; náhodné procesy; teorie obnovy; lineární programování

Při praktickém řízení vývoje produkce lesů se setkáváme odedávna s působením škodlivých činitelů, které představují hospodářské riziko lesního hospodářství. Jejich konkrétním projevem jsou kalamity v lesích. Nejvýznamnější vliv na vývoj věkové struktury a tím i na produkci lesů mají kalamity, způsobující zničení lesních porostů, vznik redukované holiny produktivní — zalesňovací povinnost. Kalamity prakticky nelze dosti dobře předvídat, je třeba předpokládat jejich nahodilý charakter. Pro vyjádření jejich vlivu na produkci lze užít teorie náhodných procesů. Základy jejího užití jsem uvedl v řadě svých prací (Kouba, 1969, 1972, 1973 ...), se zaměřením na lesy, ve kterých nelze pozorovat vliv imisních škod (šířeji onemocnění lesů) a určité základy modelování vývoje nemocných lesů (Kouba, 1986, 1987). Tato práce je věnována teorii odhadu vývoje kalamit podle věku porostů a základům optimalizace procesu vyrovnání lesa na normální les, charakterizovaný úvahou kalamit na základě náhodných procesů a předepsaných mýtních těžeb.

Výsledky práce byly u nás dosti široce využity (Čížek, 1987; Kudela, 1983; Poleno, 1973–1984) a přispěly snad i k realističtějšímu pohledu na současné zastoupení věkových stupňů našich lesů, ke zdůraznění významu udržování správné věkové struktury lesů a kontroly produkce plochou. Výsledky byly využity i v NDR (Anders, Dittrich, Gerold, Kohlsdorf, Kurth H., Kurth He., Lucas, 1974–1987) v SSSR (Deltuvás, Mišejkis, 1976, 1986) v PLR (Klocek et al., 1986), v MLR Király (1986), který rozvinul optimalizaci vyrovnání na normální les pomocí kvadratického programování, v NSR Möhring (1984–1986) využil výsledků k vyjádření imisních škod na lesích, podobně i Jöbstl (1987) v Rakousku.

TEORIE NORMÁLNÍHO LESA NA ZÁKLADĚ NÁHODNÝCH PROCESŮ, PRAVDĚPODOBNOСТИ KALAMIT A ŘÍZENÍ PRODUKCE LESŮ

Za jeden z nejzávažnějších nedostatků klasické teorie normálního lesa byla považována praktická nedosažitelnost rovnoměrného rozdělení věkových stupňů, především z důvodu výskytu kalamit v lesích. Svůj návrh nové teorie normálního lesa jsem založil hlavně na tom, že jsem pravděpodobný výskyt kalamit, podle věkových stupňů, vyjádřený na základě teorie náhodných procesů (speciálně Markovových řetězců), do teorie normálního lesa zahrnul.

Vyjádření vývoje věkové struktury lesů jednoduchým homogenním regulárním Markovovým řetězcem je dáno maticí pravděpodobností přechodu procesu (podílu plochy lesů) ze stavu i do stavu j , s prvky (p_{ij}) , $i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n$:

$$P = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & \dots & 0 \\ p_{21} & 0 & p_{23} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n-1,1} & 0 & 0 & \dots & p_{n-1,n} \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix} \quad (1)$$

Pravděpodobnosti přechodu $p_{i,j}$ v prvním sloupci jsou plošné podíly redukované holiny produktivní, vzniklé kalamitními těžbami a úmyslnou těžbou mýtních věkových stupňů (včetně kalamitní), během jednoho kroku (decennia). Poslední věkový stupeň se vyteží celý úmyslně. Pravděpodobnosti $p_{i,i+1}$ nad hlavní diagonálou jsou plošné podíly i -tých věkových stupňů, které během téhož kroku přejdou do stupňů nejbližší vyšších (stavů procesu) — podrobněji Kouba, 1969, 1973. Prvky (p_{ij}) jsou nezáporné, součet každého řádku je roven 1. Zastoupení věkových stupňů v kroku (decenniu) t je řádkový pravděpodobnostní vektor $P^{(t)}$ s prvky $(p_1^{(t)}, p_2^{(t)}, \dots, p_n^{(t)})$, jejichž součet je vždy roven jedné. Platí vztah Chapmanův-Kolmogorovův:

$$P^{(t)} = P^{(0)} P^t \quad (2)$$

a:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P^{(0)} P^t = a \quad (3)$$

dále:

$$a = aP \quad (4)$$

$a = (a_i)$ — stacionární vektor, který tak nezávisí na výchozím vektoru $P^{(0)}$. Na základě (4) lze prvky a vypočítat:

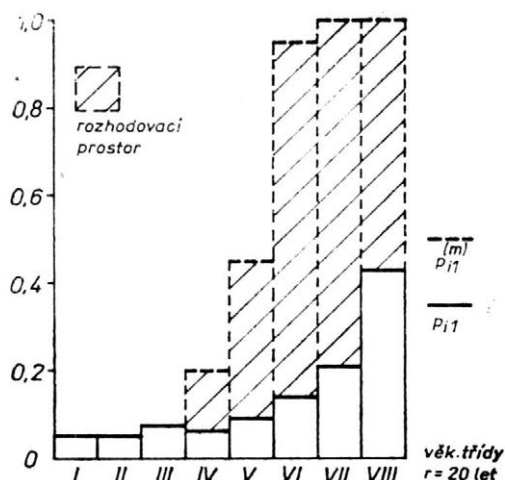
$$a_i = \frac{\prod_{i=1}^{i-1} p_{i,i+1}}{\sum_{k=1}^n \prod_{i=1}^{k-1} p_{i,i+1}} \quad (5)$$

$\prod_{i=1}^0 p_{i,i+1}$ je z definice rovno 1.

Stacionární věková struktura je základem nové teorie normálního lesa — Kouba, 1972, 1973, 1983 — tam jsou uvedeny dostatečně teoretické základy a speciální literatura. Tato teorie uvádí vývoj věkové struktury, stacionární věkovou strukturu, vývoj všech základních taxačních veličin a stacionární (normální) jejich hodnoty, pro hospodářskou skupinu (soubor) a další vyšší jednotky. Je možné provést vyjádření podle dřevin, uvažo-

vat vliv přirozené sukcese lesních dřevin atd. Pravděpodobnosti kalamitních těžeb, podle věkových stupňů, nebylo doposud možno zjistit na dostatečně reprezentativní a kvalitní úrovni. Ve svých pracích jsem proto užil objemové těžební podíly podle inventarizací lesů 1950, 70 a 80. Podobně postupovali i někteří lesníci v NDR. To umožnilo studium problému a dosáhnout i použitelných výsledků při posuzování současné i budoucí produkce našich lesů. Vývoj lesů podle této teorie se blíží tlumenými oscilacemi ke stacionárnímu stavu — normálnímu. Již od počátků studia této problematiky stála otázka optimálního řízení procesu vývoje věkové struktury lesů a jejího vyrovnání na uvedený normální stav odpovídající určité kompozici mýtních kalamitních a úmyslných těžeb vyjádřených pravděpodobnostmi přechodu podle věkových stupňů (Kouba, 1967, 1969). Na obr. 1 je znázorněn rámec, ve kterém lze volit ve věkových stupních velikost

1. Rozhodovací prostor (šrafovaná oblast), ve kterém je možno volit mýtní těžby při řízení procesu vyrovnání skutečného lesa na les normální založený na teorii náhodných procesů — The decision-making area (section lined area) where it is possible to select final felling during the managed process of the adjustment of existing forest to natural forest, based on the theory of random processes



celkové mýtní těžby, označený jako rozhodovací prostor. Příпустné hodnoty řízení (podíly celkových mýtních těžeb) nemohou být nižší než podíly kalamit a ne vyšší než velikost celkové mýtní těžby, jejíž meze se stanoví s ohledem na celkovou hospodárnost procesu vyrovnání, což spolu s výchozí věkovou strukturou určuje délku doby vyrovnávací. Tím se, myslím, moje pojetí výrazně liší od prací Suzukiho 1959—1984 (viz též Kohinora a Amano, 1986), který kalamitní těžby neuvažuje vůbec — za pravděpodobnosti p_{i1} matice považuje decenální těžební podíly úmyslné mýtní těžby. Suzukiho práce začaly být v Evropě k dispozici počátkem osmdesátých let, kdy jsem se k nim za pomoci prof. Suzukiho také dostal. Suzuki vychází z teorie spolehlivosti (obnovy), speciálně z pravděpodobnosti mýtní těžby úmyslné v určitém věkovém stupni — viz vzorec (27). Japonci ji nazývají „Gentanritu“ — „Gentan probability“. Tyto pravděpodobnosti považuje za stabilní, resp. málo se v čase mění. Můžeme tedy říci, že naše, zejména poválečná těžební úprava, reprezentovaná nejprve hospodářskými skupinami s charakteristickým obmýtim a nakonec těžebními procenty (vyhl. MLVH ČSR č. 13/78 Sb.) je vlastně v souladu s pojetím Suzukiho, i když při jejím vytváření nebyla teorie Markovových řetězců užita, protože tato možnost nebyla známa. Výklad, vycházející z teorie obnovy, je méně názorný, než přímý výklad z teorie Markovových řetězců, dávající možnosti vyjádření a rozboru řady časových charakteristik, jak jsem je ukázal (např. Kouba, 1977). Na druhé straně teorie spolehlivosti umožňuje výrazně zpřesnit a systematizovat teoretické základy odhadu a vyjádření pravděpodobností zničení lesních porostů — přirozeného rizika lesního hospodářství.

Pravděpodobnosti zničení lesních porostů ve věkových stupních p_{i1} lze v zásadě zjistit těmito postupy:

1. Zjištěním podílů redukované holiny produktivní vzniklé zničením porostů v jednotlivých věkových stupních během decennia. Takový odhad provedl poprvé Poleno (1978).
2. Na základě pravděpodobností dožití se i -tého věkového stupně vycházející z 1. věkového stupně, z podílů ploch těchto věkových stupňů. Odhad uvažující pouze kalamity provedl Lucas a Anders (1978) a u nás pro hospodářské soubory Čížek (1986).
3. Ze zjištěného stacionárního zastoupení věkových stupňů z dlouholetých historických údajů. Odhady na základě lesů v Horním Sasku v NDR provedl Gerold a Dittrich.

U odhadů ad 2 a ad 3 je problém, jak oddělit kalamity od úmyslných mytních těžeb.

Teorie spolehlivosti se mj. zabývá pravděpodobnostním popisem vývoje spolehlivého provozu nějakého prvku či celé jejich skupiny a konečně i systémů složených z celé řady prvků a různého jejich počtu. Její užití je rozsáhle rozpracováno v technických a ekonomických oborech. Lze ukázat podstatné souvislosti diskrétních vyjádření této teorie s teorií homogenních regulárních Markovových řetězců. Při využití teorie spolehlivosti jako logické osnovy a teorie především odhadu pravděpodobností zničení lesních porostů různými činiteli, budeme vycházet ze spojitého vyjádření základních pojmů a funkcí této teorie. Pro vlastní vyjádření lze užít některých typů rozdělení pravděpodobností (např. normálního, logaritmicko-normálního a dalších). V této práci bylo užito Weibullova (1939) rozdělení. Výklad nejnutnějších základů teorie spolehlivosti je uveden podle knihy Beyer et al., 1982 — součásti vzorné standardní řady vysokoškolských učebnic NDR. Pro úsporu místa jsou na levé polovině následujícího textu uvedeny definice a příslušné funkce základních pojmů teorie spolehlivosti a na pravé polovině přímo jejich vyjádření podle Weibullova rozdělení.

Def. 1. Pravděpodobnost výpadku $F(t)$ je pravděpodobnost, že u nějakého elementu dojde k první chybě před obdobím $t \in (0 \leq t \leq \infty)$:

$$F(t) = P(T < t) = 1 - \exp(-\lambda t^\alpha) \quad (6)$$

$\lambda > 0, \alpha > 0, t \geq 0$

T je doba bezchybné práce elementu.

Hustota této pravděpodobnosti je:

$$f(t) = F'(t) = \lambda \alpha t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t^\alpha) \quad (7)$$

Def. 2. Pravděpodobnost, že element nebude výřazen před obdobím $t \in (0 \leq t \leq \infty)$ je pravděpodobnost přežití (funkce spolehlivosti):

$$R(t) = 1 - F(t) = P(T \geq t) = \exp(-\lambda t^\alpha) \quad (8)$$

$R'(t) = -F'(t) \quad \text{— viz (7)}$

Def. 3. Očekávaná doba T_o bezchybné doby práce T :

$$T_o = \int_0^\infty t f(t) dt \quad (9)$$

za předpokladu konvergence integrálu, integrací per partes:

$$T_o = \int_0^{\infty} R(t) dt = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)}{\lambda^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (10)$$

Def. 4. Míra výpadku $L(t)$ elementu v intervalu $(t, t + \Delta t)$, za předpokladu, že v $(0, t)$ pracoval bez chyby:

$$L(t) = \frac{F'(t)}{1 - F(t)} = - \frac{R'(t)}{R(t)} = \lambda \alpha t^{\alpha-1} \quad (11)$$

Vztahy mezi veličinami $F(t)$, $R(t)$ a $L(t)$ jsou shrnuty v tab. I (Beyer et al., 1982).

I. Vztahy mezi veličinami $F(t)$, $R(t)$ a $L(t)$ — Relations between the quantities $F(t)$, $R(t)$, $L(t)$

$F(t)$	$R(t)$	$L(t)$
$1 - R(t)$	$1 - F(t)$	$-\frac{R'(t)}{R(t)}$
$1 - \exp\left(-\int_0^t L(t) dt\right)$	$\exp\left(-\int_0^t L(t) dt\right)$	$\frac{F'(t)}{1 - F(t)}$

Pravděpodobnosti zničení (chyby) $L(t)$ se v zásadě dělí na chyby časné, nahodilé a chyby vzniklé stárnutím (opotřebením). Superpozicí křivek, vyjadřujících časový průběh pravděpodobností uvedených chyb, získáme součtovou křivku, nazývanou podle typického tvaru vanovou křivkou (např. Beyer et al., 1982). Pro aproximaci empirických dat lze využít všech tří základních veličin. Nejvhodnějším základem teorie odhadu vývoje procesů poškozování lesních porostů a z toho plynoucího hospodářského rizika se jeví funkce spolehlivosti $R(t)$, popř. funkce $F(t)$.

Zdá se logicky možným, že na základě lesnické odborné zkušenosti budeme schopni dobře odhadnout podíl dosud nepoškozených porostů lesního komplexu pod vlivem nějakého škodlivého činitele blíže počátku a blíže konci jeho působení. Nebo obráceně, podíl zničených porostů blíže počátku a konce působení daného činitele. Rovněž lze předpokládat, že dobře odhadneme podíl z původního celku, který bude úhrnem zničen za celou dobu působení tohoto činitele.

Pro vyjádření funkce spolehlivosti $R(t)$ je třeba ve dvou vhodných časových úsecích, t_1 resp. t_2 , provést odhad jejích hodnot, R_1 , resp. R_2 . Parametry funkce $R(t)$, vyjádřené na základě Weibullova rozdělení podle (8) se vypočítají ze vzorců odvozených Kašparovou, 1988 (Kouba a Kašparová, 1988):

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{\ln R_1}{\ln R_2}\right)}{\ln\left(\frac{t_1}{t_2}\right)} \quad (12)$$

a

$$\lambda = \frac{\ln R_2}{t_2^\alpha} \quad (13)$$

Řada škodlivých činitelů se vyskytuje jen v určitých časových úsecích života lesních porostů, jejich vliv od počátku působení každého z nich stoupá a po dosažení určitého maxima postupně klesá, až jejich faktický či registrovatelný vliv vymizí. Každý takový činitel však zničí sám jen určitou část celkové plochy lesů. Z tohoto důvodu jsem upravil funkci $R(t)$ podle (8) na tvar:

$$R(t) = c \exp(-\lambda t^\alpha) + (1 - c) \quad (14)$$

c je všude konstanta ($0 \leq c \leq 1$) vyjadřující úhrnný podíl výchozí plochy lesů, který je během jejich života zničen daným škodlivým činitelem. Je-li $c = 1$, pak (14) přejde v původní funkci (8), je-li $c = 0$, je $R(t)$ stále rovno 1, což představuje situaci, jako kdyby daný činitel nepůsobil.

Při posledně uvedeném postupu je třeba s ohledem na výpočet parametrů α a λ odhadnout konstantu c , a opět ve dvou vhodných časových úsecích t_1 , resp. t_2 odhadnout podíly výchozí plochy lesů F_1 , resp. F_2 , zničené do doby t_1 , resp. t_2 daným činitelem.

Pro výpočet parametrů funkce $R(t)$ podle (14) užijeme vzorce:

$$R = 1 - \frac{F}{c} \quad (15)$$

kam za F dosadíme postupně odhady F_1 , resp. F_2 a dosazením takto získaných R_1 a R_2 do (12) a (13) obdržíme parametry α a λ . Funkce $R(t)$ podle (14) má stejné derivace jako původní funkce podle (8). Její první derivací je tedy záporně vzatý výraz podle (7). Pro výpočet intenzity $L(t)$ nelze pak užít jednoduchý (11), ale:

$$L(t) = \frac{\lambda \alpha t^{\alpha-1} \exp(-\lambda t^\alpha)}{c \exp(-\lambda t^\alpha) + (1 - c)} \quad (16)$$

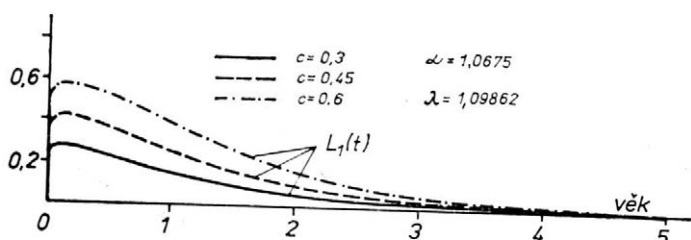
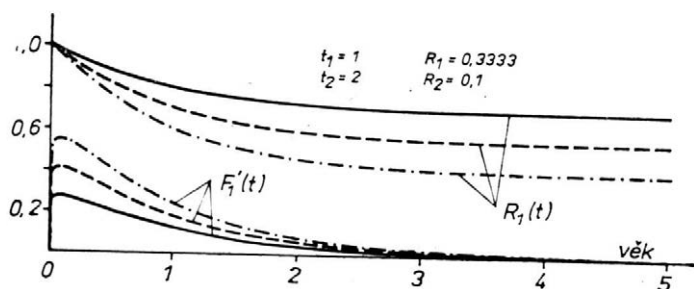
Vhodnou formou funkce $R(t)$ — podle (8) nebo (14) vyjádříme či odhadneme průběhy intenzit typických procesů zničení lesních porostů.

1. Intenzita ničení lesních kultur v procesu jejich tvorby, zalesněním počínaje, vychází od nuly, velice prudce stoupá a po dosažení maxima (obvykle ještě v prvním roce) klesá exponenciálně rychle a ve velmi nízkém věku se prakticky blíží nule. Pro vyjádření průběhu těchto škod využijeme funkce $R_1(t)$ podle (14) a $L_1(t)$ podle (16). Příklad takových funkcí je uveden na obr. 2., kde je ukázán i vliv parametru c za předpokladu stejného tvaru funkce $R(t)$ — stejných α a λ .

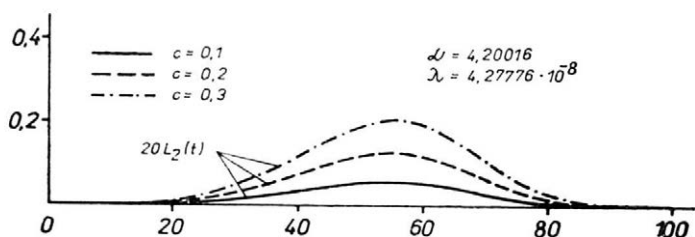
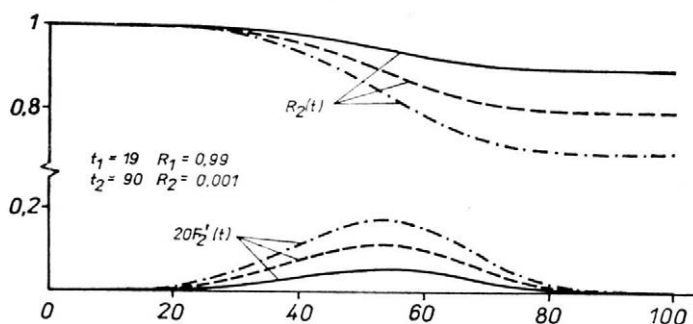
Proces tvorby prvního věkového stupně, příp. i dalších věkových stupňů, je značně složitější než zde uvádím. Obecné řešení této otázky — Kouba, 1983, 1986. Tam popsaný proces lze samozřejmě také vyjádřit teorií spolehlivosti, vyjádření je dosti složité a bude mu věnována pozornost později.

2. Vývoj intenzity typického ničení porostů sněhem, které začíná prakticky od druhého věkového stupně, ve středním věku má maximum a před nástupem porostů do mýtného věku jeho typické projevy zcela mizí. Užijeme funkce $R_2(t)$ podle (14) a $L_2(t)$ podle (16). Bylo využito odhadu ročních podílů redukované holiny produktivní, vzniklé jako důsledek škod sněhem, vztažených na střed intervalu věkového stupně, s přihlédnutím k Polenovu (1978) odhadu sumárních decenálních intenzit jehličnatých dřevin. Pro odhad parametrů α a λ bylo užito iterační metody, kterou uvedl Cohen ml. (1965, ex Kupka, 1987). Parametry α a λ lze také zjistit odhadem podle (12), (13) a (15). Bylo dosaženo výsledku, který nelze v grafu odlišit okem od výsledku prve uvedeného odhadu. Na obr. 3 jsou znázorněny příslušné křivky normované parametrem c podle (14), resp. (16) za stálých α a λ . V práci Kouba a Kašparová, 1988 bylo pro aproximaci dat odhadnutých podle věkových stupňů použito frekvenční funkce Pearsonova rozdělení I. typu.

2. Odhad pravděpodobností zničení lesních kultur v čase vyjádřený funkcemi $R(t)$ podle (14), $F'(t) = -R'(t)$ podle (7) a $L(t)$ podle (16) — The estimate of the probable destruction of forest cultures in time, expressed by the $R(t)$ functions according to (14), $F'(t) = -R'(t)$ according to (7) and $L(t)$ according to (16)



3. Odhad pravděpodobností zničení lesních porostů typickými škodami sněhem, vyjádřený funkcemi $R(t)$ podle (14), $F'(t) = -R'(t)$ podle (7) a $L(t)$ podle (16) (na ose x — věk) — The estimate of the probable destruction of forest stands by typical damages caused by snow, expressed by the $R(t)$ functions, according to (14), $F'(t)$ according to (7) and $L(t)$ according to (16) (axis x — age)

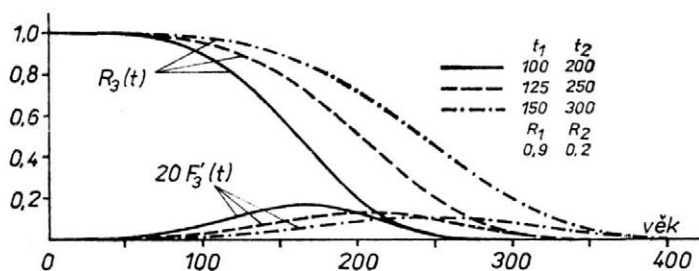


3. Vývoj intenzity ničení porostů rostoucí s věkem projevující se výrazně až od vyšších věkových stupňů, kam je třeba zahrnout hlavně škody větrem, i když s postupem věku zde působí i řada dalších činitelů, které časem vedou až k destrukci a rozpadu porostů. Zde bylo využito funkce $R_3(t)$ podle (8) a $L_3(t)$ podle (11). Příklady křivek jsou na obr. 4, t_1 bylo odhadováno ve stálém poměru, jako $t_1 = 0,5 t_2$.

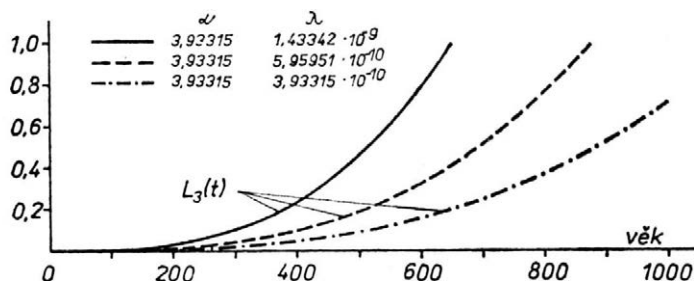
4. Jako čtvrtý typ byla konstantně odhadnuta intenzita ničení nahodilé povahy, tedy škod, kde není dobře znám důvod, takto:

$$L_4(t) = 0,0005$$

$$R_4(t) = e^{-0,0005t}$$



4. Odhad zničení porostu rostoucího s věkem (převážně větrem), vyjádřený funkcemi $R(t)$ podle (8), $F'(t) = -R'(t)$ podle (7) a $L(t)$ podle (11) — The estimate of the destruction of stands increasing with age (mainly by wind), expressed by the functions $R(t)$ according to (8), $F'(t) = -R'(t)$ according to (7) and $L(t)$ according to (11)



Průběh souhrnné intenzity zničení $L(t)$ vyjádříme obecně superpozicí funkcí intenzity zničení $L_i(t)$, příslušných i -tému škodlivému činiteli, z celé jejich množiny, připadající v určité lesní oblasti v úvahu:

$$L(t) = \sum_{i=1}^n L_i(t) \quad (17)$$

Souhrnná funkce spolehlivosti:

$$R(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t) = \exp - \left(\sum_{i=1}^n \int_0^t L_i(t) dt \right) \quad (18)$$

konečně:

$$F'(t) = \left(\sum_{i=1}^n L_i(t) \right) \cdot \left(\prod_{i=1}^n R_i(t) \right) \quad (19)$$

Příklad průběhu těchto funkcí na základě některých odhadů čtyř dříve uvedených základních typů poškození je znázorněn na obr. 5, 6.

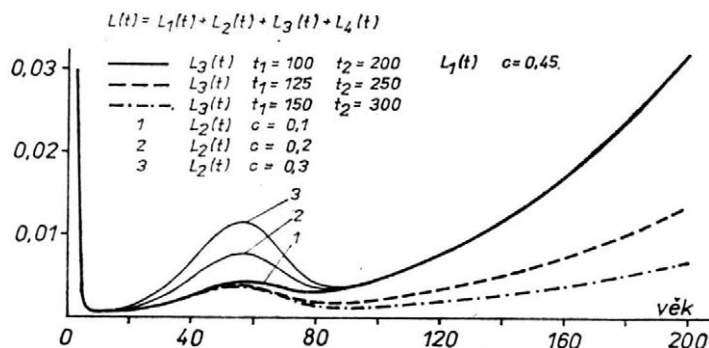
Na základě funkce $R(t)$ vypočítáme pravděpodobný podíl ročně obnovované plochy lesních porostů p :

$$p = \frac{1}{\int_0^\infty R(t) dt} = \frac{1}{T_o} \quad (20)$$

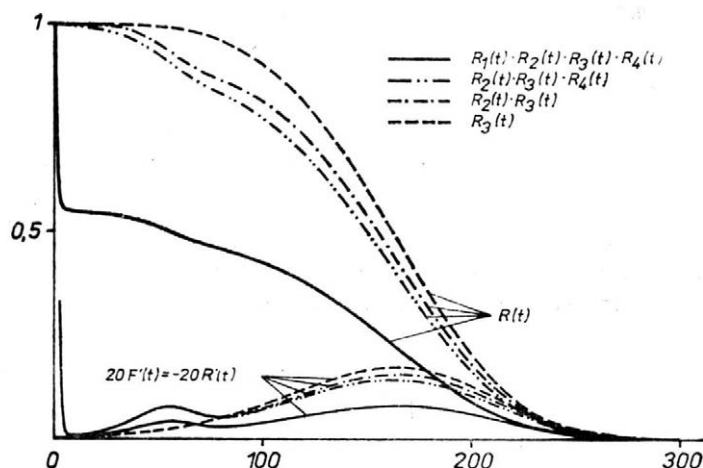
a stacionární věkovou strukturu $a(t)$ ve spojitém tvaru:

$$a(t) = \frac{R(t)}{T_o} \quad (21)$$

5. Příklad superpozice pravděpodobnosti zničení $L(t)$ podle (17) vycházejí z funkcí $L_1(t)$ — $L_4(t)$ podle textu a obr. 2 až 4 — An example of the superposition of the probable destruction $L(t)$ according to (17) based on the functions $L_1(t)$ — $L_4(t)$ according to the text and Fig. 2 to 4



6. Příklady souhrnných funkcí spolehlivosti $R(t)$ podle (18) a $F'(t) = -R'(t)$ podle (19), vycházejí z funkcí $R_1(t)$ — $R_4(t)$ podle textu a obr. 2 až 4 (na ose x — věk) — The examples of the total functions of reliability $R(t)$ according to (18) and $F'(t) = -R'(t)$ according to (19), based on the $R_1(t)$ — $R_4(t)$ functions according to the text and Fig. 2 to 4 (axis x — age)



Zřejmě platí:

$$\int_0^{\infty} a(t) dt = \frac{\int_0^{\infty} R(t) dt}{T_o} = \frac{T_o}{T_o} = 1 \quad (22)$$

Integrál $R(t)$ podle (18) je třeba počítat numericky.

Protože z praktických důvodů v hospodářské úpravě lesů využíváme rozdělení porostů do věkových stupňů (tříd) je třeba vyjádření uvedených funkcí spojit s jejich diskretním vyjádřením, resp. diskretními jejich analogiemi pro evidistanční časové intervaly, dané odpovídajícím rozpětím, které všude značím r ($r = 10$, resp. 20 let).

Na základě spojitě stacionární věkové struktury podle (21) vyjádříme stacionární vektor $\mathbf{a} = (a_i)$:

$$a_i = \frac{1}{T_o} \int_{(i-1)r}^{ir} R(t) dt, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (23)$$

i — pořadí věkového stupně (třídy), r — všude rozpětí věkového stupně (třídy). Příklad vektoru $\mathbf{a}$ pro $r = 10$, resp. 20 se znázorněným postupným integrováním je na obr. 7. Z prvků tohoto vektoru vypočítáme pravděpodobnosti přechodu $p_{i,i+1}$:

$$p_{i,i+1} = \frac{a_{i+1}}{a_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (24)$$

a pravděpodobnosti zničení:

$$p_{i1} = 1 - p_{i,i+1} \quad (25)$$

které jsou diskrétní analogií funkce $L(t)$.

Diskrétní analogií $R(t)$ je vektor $\mathbf{r} = (r_i)$:

$$r_i = R(ir) = \prod_{i=1}^{n-1} p_{i,i+1}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (26)$$

r_0 je z definice = 1.

Diskrétní analogie derivace $F'(t)$ je vektor $\mathbf{q} = (q_i)$

tj. Suzukiho *Gentan probabilities*:

$$q_i = F(ir) - F[(i-1)r], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

r_i je také:

$$r_i = q_{i+1} + q_{i+2} + \dots + q_n \quad (28)$$

Diskrétní analogie T_0 , tj. integrálu $R(t)$:

$$U = \left(\sum_{i=1}^n i q_i \right) \cdot r = \left(\sum_{i=0}^{n-1} r_i \right) \cdot r, \quad r_0 = 1 \quad (29)$$

což je současně analogie doby obměny (srovnej Kouba, 1973, 1983).

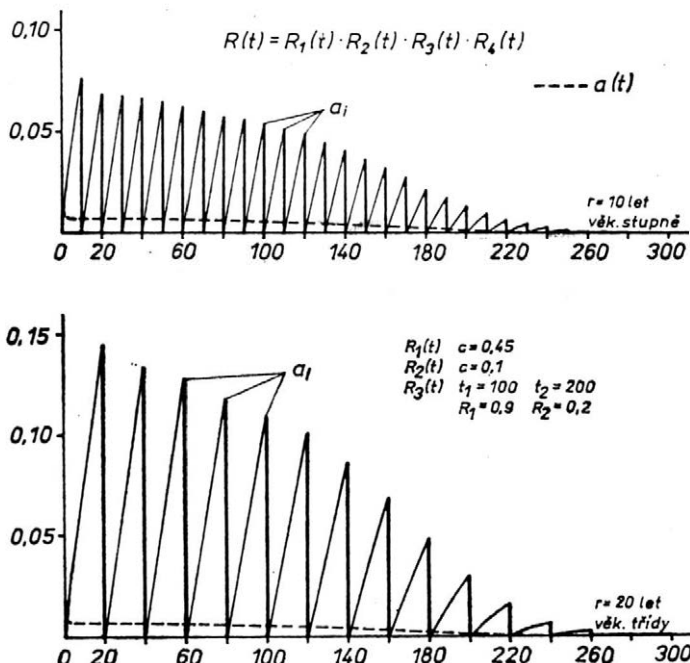
Vztah základních funkcí teorie spolehlivosti v diskrétním tvaru k homogenním, regulárním Markovovým řetězcům je tento:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} q_1 & r_1 & 0 & \dots & 0 \\ \frac{q_2}{r_1} & 0 & \frac{r_2}{r_1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{q_{n-1}}{r_{n-1}} & 0 & 0 & \dots & \frac{r_{n-1}}{r_{n-2}} \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (30)$$

Pravděpodobnosti zničení p_{n1} jsou také:

$$\left. \begin{aligned} p_{11} &= q_1 \\ p_{21} &= \frac{q_2}{1 - q_1} \\ p_{31} &= \frac{q_3}{1 - q_1 - q_2} \\ &\vdots \\ p_{n-1,1} &= \frac{q_{n-1}}{1 - \sum_{i=1}^{n-2} q_i} \\ p_n &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

7. Stacionární věková struktura podle (23) pro věkové stupně (třídy), $r = 10$ resp. 20 let, včetně znázornění postupné integrace a stacionární věková struktura podle (21) — The stationary age structure according to (24) for age degrees (classes), $r = 10$ resp. 20 years, including the graph of step integration and stationary age structure according to (21)



Prvky stacionárního vektoru:

$$a_i = \frac{r_{i-1}}{\sum_{i=0}^{n-1} r_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (32)$$

Výraz (32) vycházející z teorie obnovy je tentýž jako (5), který jsem odvodil přímo z teorie Markovových řetězců (Kouba, 1972, 1973). Další podrobnosti např. Karlin, 1968; Walter, 1970. Tím jsme tedy dospěli k uzlovému bodu mezi teorií spolehlivosti a teorií homogenních regulárních Markovových řetězců.

Pravděpodobnosti zničení vypočítané podle (25) na základě (24) pak můžeme využít při optimalizaci procesu vyrovnání k normálnímu lesu, jako spodní mez (pravděpodobnosti kalamit ve věkovém stupni) prostoru rozhodování, což je předmětem poslední části práce.

POČÁTKY TEORIE OPTIMÁLNÍHO ŘÍZENÍ PRODUKCE LESŮ

Základem teorie řízení je nalezení optimální trajektorie vývoje řízeného systému ke stanovenému cíli. V naší úloze je takovým cílem vyrovnání skutečné věkové struktury na věkovou strukturu normální, odpovídající maximu trvalé a nepřetržité produkce lesů v podmínkách daných především přirozenou produkční schopností lesů, ale i přirozeným rizikem jejich vývoje. Studium řízení věkové struktury a tím i produkce lesů mne již na počátku vedlo k úvaze o možnosti využití metod nelineárního a dynamického programování (Kouba, 1967) a dále k vyjádření vlivu kalamitních těžeb pomocí Markovových řetězců, využití řízených Markovových řetězců, resp. jejich řízení pomocí lineárního programování (Kouba, 1969). Úlohu konverze skutečného lesa ke klasickému

Věkový stupeň $r = 50$ let i	p_{i1}	$p_{i1}^{(m)}$	π_{i1}	$\pi_{i1}^{(n)}$
1	0,2	0	0	0,2
2	0,1	0,5	0,3	0,3
3	0,2	1	1	1
4	0,3	1	—	—

normálnímu lesu, tedy bez úvah kalamit, řešili Nautiyal a Pearse, 1967. Naše úloha vychází z úvah z první části článku jednoduše znázorněných na obr. 1.

Nemůže být sporu o tom, že vyrovnat určitou výchozí věkovou strukturu lesů na danou strukturu normální, v plochovém vyjádření je možné pouze vhodně zvolenou velikostí decennálních mýtních těžeb, v příslušných věkových stupních, v decenních v rámci doby vyrovnávací. Problém této volby lze popsat následujícími veličinami:

1. p_{i1} — decennální podíl kalamit v i -tém věkovém stupni podle (25)
2. $p_{i1}^{(m)}$ — decennální podíl možné celkové těžby mýtní (která musí zahrnovat i těžbu kalamitní) v i -tém věkovém stupni
3. $p_{i1}^{(t)}$ — decennální podíl celkové mýtní těžby v i -tém věkovém stupni t -tém decenniu doby vyrovnávací (skládající se z volitelné její části a pevné těžby kalamitní)
 $p_{i1}^{(t)} = p_{i1}, \quad i = 1, 2, \dots, k$ (33)
 $p_{i1} \leq p_{i1}^{(t)} \leq p_{i1}^{(m)}, \quad p_{i1} \leq p_{i1}^{(m)}, \quad i = k + 1, k + 2, \dots, n$ (34)
4. π_{i1} — decennální podíl úmyslné mýtní těžby daný předpisem (např. vyhl. MLVH ČSR č. 13/78 Sb.) v i -tém věkovém stupni
5. $\pi_{i1}^{(n)}$ — normální decennální těžební podíly v i -tém věkovém stupni:

$$\pi_{i1}^{(n)} = \begin{cases} = p_{i1}, & p_{i1} \geq \pi_{i1}, \quad i = 1, 2, \dots, k \\ = \pi_{i1}, & p_{i1} \leq \pi_{i1}, \quad i = k + 1, k + 2, \dots, n \end{cases} \quad (35)$$

které budou uplatňovány od doby vyrovnání na normální věkovou strukturu vypočtenou z (35) podle (5). Teoreticky se pak uplatňováním podílů podle (35) bude tato normální (stacionární) věková struktura udržovat i nadále. Pro náš jednoduchý příklad jsou veličiny podle bodů 1, 2, 4 a 5 uvedeny v tab. II.

Princip řízení procesu vyrovnání záleží v tom, že s ohledem na rovnosti podle (33) a omezení podle (34) stanovíme v jednotlivých decenních těžební podíly v úvahu připadajících věkových stupních tak, aby při dosažení cíle podle (5) na základě (35) a (25), bylo za celou dobu vyrovnávací dosaženo maxima sumární mýtní těžby.

Pro řešení využijeme simplexové metody spojitého lineárního programování. Standardní zápis úlohy je:

$$\mathbf{Ax} \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} \mathbf{b} \quad (36)$$

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \max \quad (37)$$

$$\mathbf{x} \geq 0 \quad (38)$$

Podrobnosti a současný stav řešení těchto úloh viz např. Beck et al., 1982.

Pro ilustraci užití zde navrženého postupu byly zvoleny čtyři jednoduché příklady.

Aby bylo možné zápis úlohy vůbec vytisknout, byly zvoleny 3 výchozí věkové stupně s rozpětím $r = 50$ let (padesátiletí) a tím i padesátileté rozpětí mezi výpočetními kroky. Zápis úvahy ve formě simplexové tabulky je v tab. III. V oblasti vymezené čísly sloupců a řádků je matice **A** koeficientů a_{ij} úlohy, kde jsou napsány pouze nenulové koeficienty. Ve sloupcích $b_1 - b_3$ jsou hodnoty našich požadavků na velikosti těžeb, pro tato výchozí zastoupení našich padesátiletých věkových stupňů:

Varianta	Věkový stupeň		
	1	2	3
b_1	0,4	0,4	0,2
b_2	0,2	0,4	0,4
b_3	0,6	0,3	0,1

Pro tyto tři příklady je tedy matice **A** stejná. Matici **A** vysvětlíme po padesátiletích uvažováno řádkově.

V prvním padesátiletí jednička v prvním sloupci znamená, že těžba v 1. stupni je rovna kalamitě (tab. II), jedničky v druhém sloupci značí spodní mez (kalamita) ve druhém stupni a horní mez — maximální celková mýtní těžba — 50 % rozlohy 2. stupně. Totéž platí pro třetí stupeň.

Ve druhém padesátiletí koeficienty 0,2 ve sloupcích 1—3 a — 1 ve 4. sloupci zabezpečí, že těžba v 1. stupni ve druhém padesátiletí, který je výsledkem těžeb v 1. padesátiletí bude 20 % jeho rozlohy (kalamita — tab. II). Jedničky ve sloupcích 1 a 5 jsou opět hranicí možných těžeb ve 2. stupni, spodní je dána kalamitou v 1. a 2. padesátiletí a horní možnou maximální těžbou celkovou v těchto padesátiletích. Rovnosti v řádku 9 a 10 zabezpečí, že ve druhém padesátiletí bude vytěžen celý třetí (výchozí druhý) a celý možný čtvrtý (výchozí třetí) věkový stupeň atd. Řádky 15—17 zabezpečí, že celková mýtní těžba ve třetím padesátiletí bude rovna 1. stupni normálního zastoupení, těžba 2. padesátiletí minus těžba v 1. stupni 3. padesátiletí je rovna podílu 2. stupně normálního zastoupení a konečně těžba celého 1. padesátiletí minus těžby v 1. resp. 2. stupni ve 2. resp. 3. padesátiletí bude rovna normálnímu podílu 3. stupně. Všude se jedná o plošné těžební podíly. 4. varianta b_1' je jako varianta b_1 , ale s podmínkou, že plošné těžební podíly budou v každém padesátiletí stejné.

Koeficienty účelové funkce $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$ v řádku označeném z , jejíž hodnotu maximizujeme, stanovíme např. z výnosových tabulek, nebo je možný i postup z údajů inventarizací lesů (např. Kouba, 1985), nebo na základě těchto údajů vyjádřených pomocí cen předpokládaných sortimentů. Zde bylo užito údajů pro sm bon. 30, 2. zásobová úroveň podle 2. vydání tabulek Halaje a Řeháka, 1980. (38) je běžná podmínka nezápornosti.

Výsledkem řešení úlohy je seznam konkrétních těžebních ploch ve věkových stupních v jednotlivých decenních — prvků vektorů $\mathbf{x}(t)$ a celková velikost mýtní těžby v plm podle (37). Řešení tab. III je v tab. IV. Bylo užito dokonalého programového systému řešení úloh lineárního programování MPSX firmy IBM (např. Pávek a Turnovec, 1987). Pro každý výpočetní krok stanovíme matici **P**(t), která má tvar jako **P** podle (1), ale závisí na kroku t , s prvky prvního sloupce:

$$p_{11}(t) = \frac{x_1(t)}{p_1(t-1)}, \dots, p_{n-1,1}(t) = \frac{x_{n-1}(t)}{p_{n-1}(t-1)}, p_{n,1}(t) = 1 \quad (39)$$

Naddiagonální prvky vypočteme vždy podle (25). Chceme-li vypočítat v úvahu připadající taxační veličiny, využijeme vzorců (15) — (35) z práce Kouby, 1983. V těchto vzorcích, místo tam uvedeného jejich základu podle (15), zde (2), užijeme všude:

$$\mathbf{p}^{(t)} = \mathbf{p}^{(t-1)} \mathbf{P}(t) \quad (40)$$

III. Simplexová tabulka řízení procesu vyrovnání skutečného lesa na les normální založený na náhodných procesech — The simplex table of the management of the process of adjustment of the existing forest to normal forest based on random processes

Padesátiletí doby vyrovnávací	Věkový stupeň $r = 50$	Číslo řádku	Padesátiletí doby vyrovnávací										Varianta výchozího zastoupení		
			1			2				3					
			věkový stupeň			věkový stupeň				věkový stupeň					
			1	2	3	1	2	3	4	1	2	3			
			číslo proměnné (sloupce)												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	b_1	b_2	b_3			
1	1	1	1								$= 0,08$	0,04	0,12		
	2	2		1							$\geq 0,04$	0,04	0,03		
		3		1							$\leq 0,2$	0,2	0,15		
	3	4			1						$\geq 0,04$	0,08	0,02		
		5			1						$\leq 0,2$	0,4	0,1		
2	1	6	0,2	0,2	0,2	-1					$= 0$	0	0		
		7	1				1				$\geq 0,112$	0,056	0,168		
	2	8	1				1				$\leq 0,24$	0,12	0,36		
	3	9		1				1			$= 0,4$	0,4	0,3		
	4	10			1				1		$= 0,2$	0,4	0,1		
3	1	11				0,2	0,2	0,2	0,2	-1		0	0	0	
	2	12	0,1	0,1	0,1	-0,1					-1	0	0	0	
		13	0,5	0,5	0,5	-0,5					-1	0	0	0	
	3	14	1				1					1	0,2	0,6	
Normální les	1	15								1	1	1	$= 0,4237$	0,4237	0,4237
	2	16				1	1	1	1	-1			$= 0,339$	0,339	0,339
	3	17	1	1	1	-1					-1		$= 0,2373$	0,2373	0,2373
Účelová funkce — z			13	435	706	13	435	706	876	13	435	706	→ max		

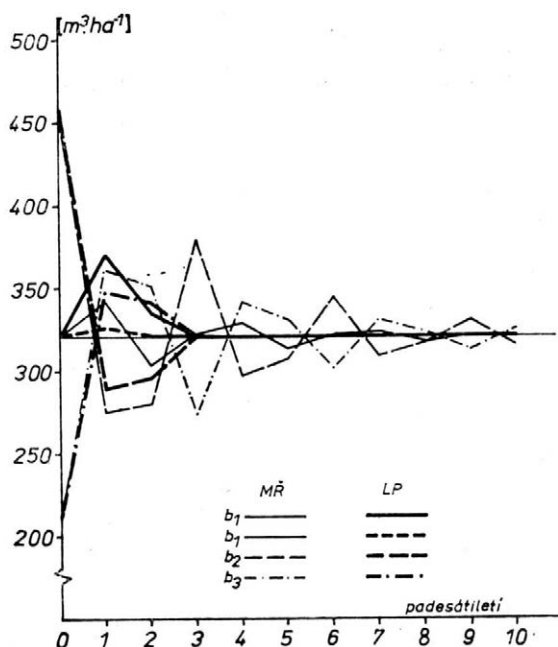
IV. Řešení simplexové úlohy z tab. III — plochy těžeb v jednotlivých padesátiletích doby vyrovnávací — $x_i(t)$, velikost účelové funkce z — maximum celkových mýtních těžeb za dobu vyrovnávací (3 padesátiletí) — The solution of the simplex task from Fig. III — felling areas in fifty year periods of adjustment — $x_i(t)$, the size of the object function z — maximum of total final felling for the period of adjustment (3rd fifty year period)

Proměnná č.	Věkový stupeň $r = 50$	Varianta			
		b_1	b'_1	b_2	b_3
1	1 $x_1(1)$	0,08	0,08	0,04	0,12
2	2 $x_2(1)$	0,08031	0,14375	0,10031	0,10958
3	3 $x_3(1)$	0,2	0,2	0,4	0,1
Celkem 1. padesátiletí		0,36031	0,42375	0,54031	0,32958
5	1 $x_1(2)$	0,07206	0,08475	0,10806	0,06592
6	2 $x_2(2)$	0,032	0,08275	0,016	0,16742
7	3 $x_3(2)$	0,31969	0,25625	0,29969	0,19042
8	4 $x_4(2)$	0	0	0	0
Celkem 2. padesátiletí		0,42375	0,42375	0,42375	0,42376
9	1 $x_1(3)$	0,08475	0,08475	0,08475	0,08475
10	2 $x_2(3)$	0,05095	0,1017	0,19495	0,02637
11	3 $x_4(3)$	0,288	0,23725	0,144	0,31258
Celkem 3. padesátiletí		0,4237	0,4237	0,4237	0,4237
Celková těžba [m ³] za dobu vyrovnávací, účelová funkce — z		644,33	635,62	734,07	561,2

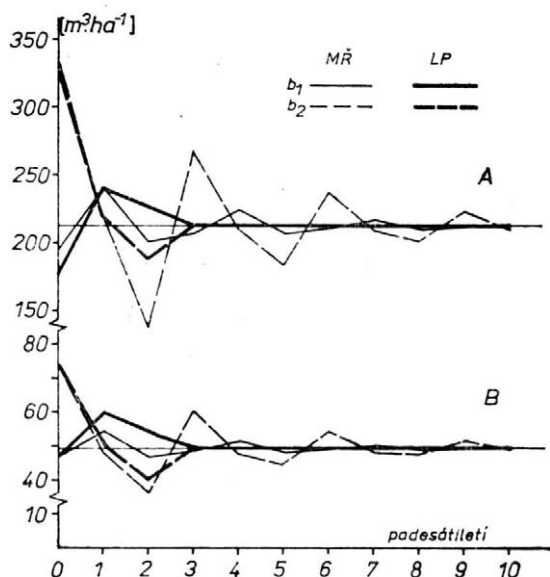
a obdržíme taxační veličiny, které ukazují optimálně řízený proces vyrovnání k normálnímu lesu na základě náhodných procesů, který byl uveden při charakterizování cíle řízení. Příklady vývoje základních taxačních veličin, tj. zásoby, mýtní těžby, celkové a mýtní těžby kalamitní jsou uvedeny na obr. 8, resp. obr. 9. Pro porovnání je zde znázorněn vývoj i podle regulárního, homogenního Markovova řetězce s maticí **P** vycházející z (35). Normální velikosti uvedených veličin se dosahuje po třech krocích (padesátiletích). Rozdíl mezi sumární mýtní těžbou za dobu vyrovnávací b_1 a b'_1 ukazuje cenu, kterou vyžaduje splnění požadavku stejné plošné velikosti těžeb u b'_1 (tab. IV).

ZÁVĚR A PERSPEKTIVY DALŠÍHO VÝZKUMU

Hlavním výsledkem práce je, že se podařilo dále teoreticky upřesnit teorii normálního lesa založenou na vyjádření vlivu především kalamitních těžeb na vývoj plochové struktury lesů. Byly vypracovány teoretické základy vyjádření a odhadů pravděpodobnosti zničení ploch lesních porostů v závislosti na věku, ve spojitě i diskrétním vyjádření, na základě teorie spolehlivosti (obnovy). Její užití nám umožňuje všestranně matematicky popsat proces ničení lesů škodlivými činiteli a od určité doby i jejich přirozeného rozpadu, plynoucího z věku, který je lesním porostům dán. Na takovém základě



8. Vývoj zásob [$\text{m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$] objemu hroubí s kůrou na základě homogenního regulárního Markovova řetězce (MR) a procesu vyrovnání řízeného lineárním programováním (LP), konvergující k normální (stacionární) její hodnotě — The development of the dimension timber stock with bark on the basis of homogenous Markov's chain (MR) and the process of compensation directed by linear programming (LP), converging to the normal (stationary) value



9. Vývoj padesátiletých celkových mýtních těžeb (A) a těžeb kalamitních (B) [$\text{m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$] podle Markovova řetězce (MR) a procesu vyrovnání řízeného lineárním programováním, konvergující k normálním (stacionárním) jejich hodnotám — The development of final felling for the period (A) of 50 years and salvage cutting (B) [$\text{m}^3 \cdot \text{ha}^{-1}$] according to the Markov's chain and the process of compensation directed by linear programming, converging to the normal (stationary) values

lze provádět teoreticky zdůvodněné odhady, do důsledků je logicky rozebírat a podpořit. Konečně i na základě empirických dat tyto procesy matematicko-statisticky vyjádřit. Výsledky těchto teoreticky dobře založených odhadů a vyjádření slouží pak jako jeden z důležitých základů teorie optimálního řízení produkce lesů, kterým úvaha přirozeného i antropogenně podmíněného rizika lesního hospodářství bezesporu je. Další rozvoj aplikací teorie spolehlivosti lze spatřovat ve využití složitějších, např. serio-paralelních modelů pro účely přesnějšího popisu procesu tvorby a vývoje věkových stupňů, zejména prvního a počátečních věkových stupňů, ale i v oblasti přestárých porostů.

Jednou ze základních úloh optimálního řízení produkce lesů je optimalizace procesu vyrovnání konkrétní (výchozí) věkové struktury lesů na strukturu normální představanou stacionárním vektorem zastoupení věkových stupňů. V práci uvedené ilustrativní příklady ukazují reálnost řešení takové úlohy simplexovou metodou spojitého lineárního programování. Lze reálně předpokládat, že zde uvedené postupy umožňují dosáhnout lepších výsledků, než doposud běžně užívané metody těžební regulace založené v podstatě na určitých variantách tzv. vzorcových metod. Řešení těchto otázek si vyžádá jistě i další rozpracování. Užití lineárního programování nese s sebou výhodu v poměrné jednoduchosti a snadnosti zavedení dalších faktorů (omezení) např. ekonomického a technologického charakteru. Při úvaze skutečných (desetiletých) věkových stupňů roste sice značně rozměr předpokládaných úloh, což je ovšem v dnešní době úloha řešitelná. Další pokrok zde představuje užití metod stochastického programování, kdy je možné uvažovat i rozptyl parametrů úlohy. Metody stochastického programování je možné propojit i s dalšími metodami operačního výzkumu.

Konečně bude možno být využito i teorie řízených Markovových řetězců. Užití těchto metod by mělo dále přiblížit metody řízení produkce lesů realitě.

Literatura

- BECK, J. — LAGOVÁ, M. — ZELINKA, J.: Lineární modely v ekonomii. SNTL, Praha 1982.
- BEYER, O. — GIRLICH, H. J. — ZSCHIESCHE, H. V.: Stochastische Prozesse und Modelle. 2. Aufl. B. G. Teubner, Leipzig 1982.
- CÍŽEK, J.: Zur Systemanalyse und Modellierung des Mehrzweckwaldes. IUFRO, S 4.04-02, Zvolen, 1987, s. 31-38.
- CÍŽEK, J.: Teoretická východiska modelování a analýzy víceúčelového lesního hospodářství. Část I. ZZ VI-6-6/6, ÚAEE, Kostelec nad Černými lesy, 1986.
- JÖBSTL, H. A.: Betriebsklassensimulationsmodell FOBSI. Univ. f. Bodenkultur — Österreichischer Agrarverlag, Wien 1987.
- KARLIN, S.: A first course in stochastic processes. Acad. Press., N. Y. and London 1968. Rusky — Izd. Mir, Moskva 1971.
- KIRÁLY, L.: Modelle für Waldfondsprognose und Ertragsregelung. In: „175 Jahre forstliche Lehre in Tharandt 1811—1986“. Vorträge Band 2, TU Dresden, 1986, s. 170-187.
- KLOCEK, A. — RUTKOWSKI, V.: Optymalizacja regulacji użytkowania rebnego drzewostanów. PWRL, Warszawa 1986.
- KONÓPKA, J.: Modely rastových vlastností cieľových stromov smreka z hľadiska ochrany proti polomom, hlavne snehovým. Lesnictví, 31, 1985, s. 309-322.
- KORF, V.: Hospodářská úprava lesů. SZN, Praha 1955.
- KOUBA, J.: Modelování produkce nemocných lesů na základě náhodných procesů. Lesnictví, 10, 1987a, s. 875-886.
- KOUBA, J.: Modelling the production projections of diseased forests by scenarios based on random processes. IUFRO S. 4.04-02. Zvolen, 1987b, s. 131-138.
- KOUBA, J.: Teorie náhodných procesů v hospodářské úpravě lesů. (Mezinárodní symposium Nové směry v hospodářské úpravě lesů.) Zvolen, 1986, s. 117-129.
- KOUBA, J.: Stanovení celkové objemové produkce lesů. Lesnictví, 31, 1985, č. 10, s. 883-903.
- KOUBA, J.: Teorie normálního lesa na základě náhodných procesů. Lesnictví, 29, 1983, s. 915-930.
- KOUBA, J.: Quantifizierung von Risikofaktoren. Wiss. Tagung Steigerung und Sicherung der forstlichen Rohstoffproduktion. TU Dresden, Sektion Forstwirtschaft, Tharandt 1981, Band II, s. 185-193.
- KOUBA, J.: Modelování a řízení dlouhodobého vývoje produkce lesů. [Habilitační práce.] VŠZ Praha. VLÚ Kostelec nad Černými lesy 1977.
- KOUBA, J.: Markov chains and modelling the long-term development of the age structure and production of forests. Proposal of a new theory of the normal forest. Scientia Agric. bohemoslov., 1977, s. 179-193.
- KOUBA, J.: Lineární programování ve výrobním plánování lesní výroby. In: Sborník VLÚ VŠZ Praha, 17, 1974, s. 237-253.

- KOUBA, J.: Die Markoffschen Ketten und Definition des Normalwaldes. Internationales Forsteinrichtungssymposium, TU Dresden, 25. 9.—28. 9. 1973, (Themenkomplex 4, 00034 Band II) 1974, s. 381-390.
- KOUBA, J.: Systémový přístup k výzkumné a řídicí práci v lesním hospodářství. Lesnictví, 1973, s. 677-686.
- KOUBA, J.: Stanovení cílů v organické lesní výrobě a regulační opatření k jejich dosažení. In: Sborník: Organizace řízení lesního hospodářství. ÚVTI, Praha 1972, s. 74-79.
- KOUBA, J.: Analýza hospodářského procesu v lesním hospodářství pomocí matematických metod. [Kandidátská disertace.] Kostelec nad Černými lesy 1969, VLÚ VŠZ.
- KOUBA, J.: Analýza hospodářského procesu v lesním hospodářství pomocí matematických metod. Předběžná studie. Referát k odborné zkoušce kandidátské. VLÚ VŠZ Kostelec nad Černými lesy 1967.
- KOUBA, J. — KAŠPAROVÁ, I.: Metody optimálního řízení produkce lesů na základě náhodných procesů. ZZ — VI-6-5/5.01, ETÚ VŠZ v Praze, Kostelec nad Černými lesy 1988.
- KOUBA, J. — KAŠPAROVÁ, I.: Systémová analýza a vědecké modelování lesních ekosystémů a biotechnických systémů. ZZ — VI-6-6/6, ETÚ VŠZ v Praze, Kostelec nad Černými lesy 1985.
- KUDELA, M.: Realizace hospodářské politiky strany v oblasti rozvoje lesního hospodářství po XVI. sjezdu KSČ. [Kandidátská disertace.] Praha 1983, VŠP ÚV KSČ.
- KUPKA, I.: Vyjádření tloušťkové struktury porostu Wiebullovou funkcí. Lesnictví, 33, 1987, s. 245-254.
- KURTH, H. — GEROLD, D. — DITTRICH, K.: Reale Waldentwicklung und Zielwald — Grundlagen nachhaltiger Systemregelung des Waldes. Wiss. Zeitschr. d. TU Dresden, 1987, s. 121-137.
- MÖHRING, B.: Dynamischen Betriebsklassensimulation. Ein Hilfsmittel für die Waldschadenbewertung und Entscheidungsfindung im Forstbetrieb. Ber. d. Forschungszentrums Waldökosysteme/Waldsterben. Bd. 20, [Doktorská disertace.] Universität Göttingen, 1986.
- NAUTIYAL, J. C. — PEARSE, P. H.: Optimizing the conversion to sustained yield — A programming solution. For. Sci., 1967, s. 131-139.
- NIMBURSKÝ, J.: Zařízení lesů král. města Písku. Vzhledem k zákonům týkajícím se lesů obecních. Nákl. Frant. Podhajského, Písek (patrně rok 1905).
- PÁVEK, J. — TURNOVEC, F.: Řešení úloh matematického programování systémem MPSX. SPN, Praha 1987.
- PRIESOL, A.: Verfahren für die Ermittlung des Waldhiebsatzes in der Tschechoslowakei. IUFRO, S. 4.04 Determinations of the Forest's Allowable Cut in Various Countries of the World, ICAS, Bucharest, 1986, s. 39-57.
- POLENO, Z.: Analýza a prognóza vývoje poškození lesních dřevin a jejich porostů průmyslovými exhalacemi. ZZ — R-331-012/03/01. VÚLHM Jíloviště-Strnady 1984.
- POLENO, Z.: Důsledky působení škodlivých činitelů na produkci a strukturu lesa. Zprávy lesnického výzkumu, 23, č. 1, 1978, s. 21-26.
- RYCHLÝ, B.: Kvantitativní rozbor organického vzrůstu vzhledem k lesní produkci. [Disertace doktora technických věd.] Praha 1931, Vysoká škola zemědělského a lesního inženýrství ČVUT.
- STOLINA, M.: Stabilita lesních ekosystémů v modernej ochrane lesa. VŠLD, Zvolen 1982.
- SUZUKI, T.: Die Gentan — Wahrscheinlichkeit als Anwendung von Markow-Ketten in der Forstwissenschaft. XVII IUFRO World Congress, Kyoto, 1981, s. 165-170.
- VYSKOT, M. — POLÁK, V.: Perspektivy pěstění lesů a modely. Lesnictví, 1972, s. 995-1024.
- WALTER, J.: Stochastické modely v ekonomii. SNTL/Alfa, Praha 1970.

Došlo dne 19. 5. 1989

КОУБА, Я. (Институт прикладной экологии и экотехники СХИ, Костелец над Черными лесами): Теория оценки развития бедствий и управления процесса выравнивания леса в нормальный лес. Lesnictví, 35, 1989 (10) : 925-944.

Целью работы является уточнение теории нормального леса, основанной на рассуждении о рубке леса после стихийного бедствия, на основе теории случайных процессов (Коуба 1969, 1973 и далее). Основная часть посвящена теоретическим основам выражения и оценки стихийных бедствий в лесу. Здесь используют основные функции

теории надежности, выраженных на базе разделения Вейбулла. Приводятся примеры возможных реальных оценок стихийных бедствий, имеющих последствие возникновения облесения для основных типов повреждений в лесах: 1. уничтожение лесных культур, 2. типичные повреждения снегом, 3. повреждения ветром и повреждения вытекающие из высокого возраста, 4. повреждения без возможности близкого определения. Суммарное выражение этих повреждений в дискретной форме в эквидистантных промежутках затем нижней границей пространства решения, в котором можно выбирать целенаправленные рубки с целью быстрого выравнивания к нормальной структуре возраста. Эта нормальная структура является стационарным вектором гомогенной, регулярной цепи Маркова, выражающей развитие возрастной структуры, при учёте стихийных бедствий в степенях возраста и предписанных возобновительных рубках (и стихийных бедствий включительно) в возрастных степенях. Процесс выравнивания на эту нормальную возрастную структуру — это оптимизация с помощью линейного программирования, когда целевая функция максимизирует общие возобновительные рубки в рамках срока выравнивания.

нормальный лес; процесс выравнивания; случайные процессы; теория восстановления; линейное программирование

KOUBA, J. (Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, Kostelec nad Černými lesy): *The Theory of an Estimate of the Development of Calamities and of Management of the Process of Forest Adjustment to Normal Forest*. Lesnictví, 35, 1989 (10) : 925-944.

The aim of the study is to express more precisely the theory of normal forest, based on the consideration of salvage cutting, with the help of the theory of random processes (Kouba, 1969, 1973 etc.). In the main part, the theory and estimation of forest calamities are dealt with. Here, the basic functions of the theory of reliability are used, expressed on the basis of Weibull's distribution. Examples are stated of the possible estimates of calamities with the consequent duty of reforestation, for the basic types of damage in forests: 1. the destruction of forest cultures, 2. typical damages caused by snow, 3. damages by wind and damages caused by the old age of trees, 4. damages that cannot be more precisely defined. The sum of these damages, expressed in a discrete form in equidistant intervals, form the lower boundary of the decision-making area, where it is possible to select planned felling with the aim of rapid adjustment to the normal age structure. This normal age structure is a stationary vector of the homogeneous, regular Markov chain, expressing the development of the age structure where the calamities in age groups and obligatory felling (inclusive calamities) in age degrees are included. The process of adjustment to this normal age structure is optimized by continuous linear programming where the object function maximizes the final felling by the age of adjustment period.

natural forest; process of adjustment; random processes; theory of renewal; linear programming

KOUBA, J. (Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, Kostelec nad Černými lesy): *Theorie der Schätzung der Kalamitätenentwicklung und der Steuerung des Ausgleichprozesses zum Normalwald*. Lesnictví, 35, 1989 (10) : 925-944.

Ziel der Arbeit ist eine weitere Präzisierung der Theorie des Normalwaldes, die auf der Erwägung von Kalamitätsnutzungen, auf der Grundlage der Theorie stochastischer Prozesse basiert (Kouba 1969, 1973 und weiter). Der Hauptteil ist den theoretischen Grundlagen der Darstellung und der Abschätzung der Kalamitäten im Walde gewidmet. Hier werden die Grundfunktionen der Zuverlässigkeitstheorie angewandt, die auf der Basis der Weibullschen Verteilung ausgedrückt sind. Es werden Beispiele möglicher realer Abschätzungen von Kalamitäten angeführt, die die Entstehung der Aufforstungspflicht zur Folge haben, und zwar Grundtypen von Waldschäden: 1. Vernichtung der Forstkulturen, 2. typische Schäden durch Schnee, 3. Schäden durch den Wind und die aus hohem Alter herrührenden Schäden, 4. Schäden ohne Möglichkeit näherer Bestimmung. Die Gesamtdarstellung dieser Schäden in diskreter Form in äquidistanten Intervallen stellt dann die untere Grenze des Entscheidungsraumes dar, in dem man planmäßige Nutzungen mit dem Ziel eines schnellen Aus-

gleichs zur normalen Altersstruktur wählen kann. Diese normale Altersstruktur stellt einen stationären Vektor der homogenen, regulären Markowschen Kette dar, die die Entwicklung der Altersstruktur ausdrückt, und zwar bei der Erwägung von Kalamitäten in Altersstufen und von planmäßigen Endnutzungen (Kalamitäten einbezogen) in haubaren Altersstufen. Der Ausgleichprozeß auf diese normale Altersstruktur wird durch kontinuierliche lineare Programmierung optimiert, wo die Zweckfunktion die Gesamtnutzungen durch das Alter der Ausgleichzeit maximiert.

Normalwald; Ausgleichprozeß; Zuverlässigkeitstheorie; lineare Programmierung

Adresa autora:

Doc. ing. Jan K o u b a, CSc., Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, 281 63 Kostelec nad Černými lesy

CONTENTS

Kouba J.: Targets and perspectives of research in the sphere of forestry biometric and forest cultural treatments	865
Petráš R.: The Mathematical Model of the Trunk Shape of Conifers	877
Černý M., Pařez J.: The Dynamics Model of the Development of the Mean Stand Height of Spruce	897
Priesol A.: Production in Spruce Stands Damaged by Emissions	909
Mecko J.: The Cutting Ripeness of Spruce and Fir in View of Salvage Cutting Caused by the Abiotic Factors	923
Kouba J.: The Theory of an Estimate of the Development of the Calamities and of Management of the Process of Forest Adjustment to Normal Forest	943

Supplement

Mathematical methods in forestry

Páv B., Machek J.: Methods of establishing and evaluation of experiments in forestry	1
--	---

INHALT

Kouba J.: Einleitung — Die Aufgaben und Perspektiven der Forschungen auf dem Gebiet der Waldbiometrie und der wirtschaftlichen Aufbereitung der Wälder	865
Petráš R.: Mathematisches Modell der Stammform von Nadelholzarten	877
Černý M., Pařez J.: Dynamisches Modell der Entwicklung der Bestandeshöhe der Fichte	897
Priesol A.: Produktionsleistung der durch Immissionen beschädigten Fichtenbestände	910
Mecko J.: Einschlagsreife der Fichte und der Tanne mit Rücksicht auf die durch abiotische Faktoren verursachten Zufallsnutzungen	924
Kouba J.: Theorie der Schätzung der Kalamitätenentwicklung und der Steuerung des Ausgleichprozesses zum Normalwald	943

Matematische Beilage

Páv B., Machek J.: Methode für das Anlegen und die Auswertung von Versuchen in der Forstwirtschaft	1
--	---

LESNICTVÍ č. 11/1989

má obsahovat tyto práce:

Vyskot M.: Man and Forest

Vyskot M.: Forests as an Ecological and Economic Factors

Bludovský Z.: System of Motivation in Forestry

Materna J.: Mineral Nutrition of Norway Spruce Stands in the Western part of Czechoslovakia

Chalupa V.: Micropropagation of Nature Trees of Birch (*Betula pendula* Roth.) and Aspen (*Populus tremula* L.)

Čapek M.: The Identity of *Apanteles dioryctriae* Wilk. and of *A. murinanae* Čap. & Zwölf. (Hym.: Braconidae)

Švestka M.: Results and Problems of Aerial Application of Pesticides and Bio-preparations in Czechoslovak Forestry

Ilavský J.: Tree Foliage Processing and its Utilization

Kouba J.: Control of Conversion Process towards the Stochastically Defined Normal Forest by the Linear and Stochastic Programming

Lesnictví č. 11/1989 stojí 12,— Kčs. Objednávky přijímá

Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství, Slezská 7, 120 56 Praha 2
Poštovní novinová služba, Jindřišská 14, 110 00 Praha 1

Rukopisy odevzdány k tisku 15. 6. 1989, podepsáno k tisku 10. 10. 1989

Vědecký časopis LESNICTVÍ • Vydává Československá akademie zemědělská — Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství • Vychází měsíčně • Redak-torka RNDr. Marie Forejtová • Redakce: 120 56 Praha 2, Slezská 7, telefon 257541 • Vytiskl MÍR, Novinářské závody, n. p., závod 6, tř. Lidových milicí 22, 120 00 Praha 2.

Rozšiřuje PNS. Informace o předplatném podá a objednávky přijímá každá admin-istrace PNS, pošta, doručovatel a PNS-ÚED Praha, ACT, Kafkova 19, 160 00 Pra-ha 6; PNS-ÚED Praha, závod 02, Obránců míru 2, 656 07 Brno; PNS-ÚED Praha, závod 03, Gottwaldova tř. 206, 709 90 Ostrava 9. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice a dovoz tisku Praha, administrace vývozu tisku, Kovpa-kova 26, 160 00 Praha 6.

MATEMATICKÉ METODY V LESNICTVÍ

B. Páv, J. Machek: Metody zakládání a vyhodnocování pokusů v lesnictví

(analýza variance při jednoduchém třídění, analýza variance
při dvojném třídění, znáhodněné bloky)

PŘÍLOHA LESNICTVÍ 35 (LXII), 1989, Č. 10

Dnešní doba klade lesnímu hospodářství, tedy i lesnickému výzkumu stále obřížnější úkoly. Je nutno zachovat vysokou produktivitu kvalitního dřeva a udržet i všechny funkce lesa důležité pro životní prostředí ve stále komplikovanějších podmínkách — růst množství agresivních faktorů, přizpůsobivost škůdců běžným prostředkům ochrany lesa, nutnost „optimalizace ochranných zásahů“, tj. takové jejich volby, při níž se dosáhne nejlepšího hlavního účinku s minimálními vedlejšími škodlivými účinky atd. V této situaci přirozeně rostou i požadavky na lesnický výzkum: na volbu odrůd či proveniencí — vyhovujících z hlediska odolnosti a produkce v různých růstových oblastech — odolných vůči škodlivým vlivům, na způsoby pěstování, na volbu ochranných zásahů atd. Řešení takových a podobných úloh vyžaduje rozsáhlého experimentování a hodnocení velkých množství empirických dat.

Je nutno mít na paměti určité specifické rysy výzkumu v lesnictví. Jde zejména o dvě specifika:

1. V lesnickém výzkumu se pracuje s živou přírodou, s biologickým materiálem (semena, semenáčky, sazenice, vzrostlé stromy, hmyz, houby, zvěř atd.), který je velmi variabilní, takže je nevyhnutelný statistický přístup, statistická analýza výsledků umožňující oddělení „nahodilé variability“ od systematických, zákonitých vlivů.

2. V lesnickém výzkumu jde zpravidla o pokusy dlouhodobé, na jejichž výsledek se čeká i několik let.

Vzhledem k uvedeným dvěma specifikám lesnického výzkumu je nutno pokusy pečlivě plánovat (uspořádat), aby každý umožňoval důvěryhodnou výpověď o vlivech co největšího počtu faktorů zkoumaných v daném experimentu i o tom, jak se tyto faktory mezi sebou navzájem ovlivňují. Pokusy, které jsou uspořádány nevhodným způsobem, neumožňují ohodnotit přesnost a spolehlivost závěrů matematicko-statistickými metodami.

Současná matematická statistika má prostředky k řešení podobných úloh — uspořádání experimentu a rozboru jeho výsledků. Mnohé z nich jsou odborné lesnické veřejnosti dobře známy a rozsáhle se jich využívá, některé jsou méně rozšířeny a o některých dalších dokonce existují nejasnosti. Proto se redakce rozhodla uveřejnit sérii článků o metodice lesnického výzkumu a o analýze jeho experimentálních dat. Cílem článků je podat přehled o nejdůležitějších metodách zakládání pokusů a statistické analýze jejich výsledků. Metody jsou vhodné pro vyhodnocování biologických pokusů (pro něž byly původně odvozeny a na nichž jsou v našich článcích převážně demonstrovány), u kterých se také nejvíce používají. Hodí se však i při řešení nejrozmanitějších úloh v technice, technologii, ekonomice, sociologii apod.

Principiálně rozeznáváme metody zakládání pokusů dvojího druhu: klasický způsob a statistický způsob.

Klasický způsob ponechává všechny působící činitele konstantní a mění pouze jeden faktor. Tím máme zajištěnu homogenitu dat, která zjišťujeme.

Výhodou této metody je menší experimentální chyba. Její velkou nevýhodou je, že je vhodná jen pro aplikaci v laboratoři, kde máme možnost všechny činitele, kromě zkoumaného, učinit neměnnými.

Zmíněný defekt klasické metody odstraňuje metoda statistická.

Statistický způsob nechává měnit všechny činitele, o nichž soudí, že mají podstatný vliv na výsledek experimentu a ostatní nedůležité faktory zahrnuje do skupiny vlivů náhodných. Tím se poruší homogenita experimentálních podmínek, která se však „napravuje“ pomocí různých rozvrhů pokusů jako např. pomocí znáhodněných bloků, latinských a řecko-latinských čtverců, jednoduchých, dvojitých i trojitých mříží atd. Pro všechna tato uspořádání experimentů byly odvozeny matematické metody, které souhrnně nazýváme metodami analýzy variance.

Výhodou statistického uspořádání pokusu je, že lze přímo zpracovat výsledky z „provozu“ (z venkovního experimentu).

Analýza variance (rozptylu) je metoda, která slouží k statistickému hodnocení experimentů, jejichž účelem je ověření vlivu jednoho či více faktorů na úroveň zkoumaného kvantitativního znaku. Hlavním oborem, kde se této metody užívá, jsou experimenty biologické.

Do matematické statistiky zavedl analýzu variance Fisher (1947), který ve své monografii zdůvodnil principy systematického plánování a uspořádání experimentů se zřetelem k jejich statistickému vyhodnocování.

Zde probereme nejdůležitější uspořádání experimentů a metody statistické analýzy jejich výsledků.

Řekněme hned zkrata, že se omezíme na případ pokusů, v nichž výsledkem každého jednotlivého měření (pozorování) je číselná hodnota kvantitativního znaku (např. výčetní tloušťka, výška, objem kmene, štíhlostní koeficient atd.)¹⁾, který má tzv. normální rozložení, a jejichž cílem je ověřit (zjistit) rozdíly mezi průměrnými (středními) hodnotami tohoto znaku při různých tzv. ošetřeních.

Ošetřením se rozumí kombinace různých úrovní zkoumaných faktorů, které mohou průměrnou hodnotu znaku ovlivnit. Můžeme uvažovat např. jediný faktor — provenience s úrovněmi: alpská, sudetská, uralská atd. nebo dvojici faktorů — provenience a nadmořská výška. Ošetřením bude pak kombinace — provenience alpská vysazená v pásmu 1000 až 1300 m n. m. atd.

Podstata každého experimentu je zhruba tato: Každé ošetření se aplikuje na nějaký počet experimentálních jednotek a pozorují se výsledky (např. každá provenience se vysází na nějaký počet dílčích pokusných ploch — dílců a měří se průměrná tloušťka nebo výška v určitém věku). Je-li k dispozici dostatečné množství experimentálních jednotek ve všech jiných ohledech zcela stejných (homogenní soubor), uskuteční se zcela znáhodněný pokus — náhodně se přidělí určité experimentální jednotky určitým ošetřením. Náhodnost se vyžaduje proto, aby ten, kdo pokus zakládá — třeba podvědomě — nepřiděloval určité ošetření na ty jednotky, u nichž očekává zvláště dobrý výsledek.

¹⁾ Je vhodné na tomto místě zdůraznit, že analýzu variance lze aplikovat i v případě diskrétní náhodné veličiny, jakou je např. kvalita. Ve volném překladu Cochran (1950) k tomuto problému říká: Lidé se často bojí aplikovat metody analýzy rozptylu na data s výrazně nespojitým charakterem (např. klasifikace výsledných zkoušek jen třístupňovou stupnicí apod.). Podle mých zkušeností lze i data alternativní (s hodnotami 0 nebo 1) zpracovat úspěšně metodami analýzy rozptylu, když počet pozorování není příliš malý.

V lesnickém výzkumu často bývá ošetření vysoký počet, takže nelze získat homogenní skupinu experimentálních jednotek natolik rozsáhlou, aby každé ošetření mohlo být opakovaně aplikováno na několik stejných jednotek. Podaří-li se získat několik homogenních skupin rozsahu rovného počtu ošetření, aplikuje se každé ošetření jednou v každé takové skupině. Pak jde o pokus uspořádaný v tzv. znáhodněných blocích (skupina jednotek je tzv. blok).

Konečně — a to se v lesnictví často stává — je možné, že lze získat homogenní skupiny experimentálních jednotek tak malé, že na žádné z nich nelze umístit všechna ošetření. (Je-li např. ošetření pět a můžeme-li získat jen homogenní skupiny po třech jednotkách, je nutno aplikovat v každé skupině — na každém bloku — jen tři z pěti ošetření.) Skupiny obsahující menší počet ošetření než celkový počet srovnávaných se nazývají neúplné bloky. Specifický způsob uspořádání pokusu v neúplných blocích představují tzv. mřížová uspořádání. Naším cílem je dospět k výkladu mřížového uspořádání a jeho analýzy.

1. ANALÝZA VARIACE PŘI JEDNODUCHÉM TRÍDĚNÍ

Obecně předpokládejme, že je dáno p ($p \geq 2$) nezávislých náhodných výběrů o $n_1, n_2, \dots, n_p$ pozorováních, přičemž j -té pozorování v i -tém výběru označíme jako y_{ij} . Dále předpokládáme, že i -tý výběr pochází ze základního souboru s normálním rozložením, jehož střední hodnota m_i a konstantní rozptyl σ^2 jsou neznámé. Za tohoto předpokladu máme testovat hypotézu:

$$m_1 = m_2 = \dots = m_p. \quad (1)$$

Předpoklad normálního rozložení a stejného rozptylu v tomto případě a v dalších nezužuje příliš použitelnost metody. Jak ukazuje Davies (1956) a další autoři, i při poměrně značných odchylkách od normality (kdy koeficient asymetrie se pohyboval v intervalu $-\sqrt{2}$ až $\sqrt{2}$ a koeficient excesu v intervalu -2 a 2) se skutečná hladina významnosti pohybuje v rozmezí 0,045 až 0,054 oproti předpokládané hladině významnosti 0,05, což je zanedbatelná difference. Podobně je tomu u postulátu konstantního rozptylu.

Zmíněný fakt je důležitý proto, že uvedené dva předpoklady nemůžeme často na základě výsledků pokusů ani ověřit, neboť pokusů bývá někdy jen malý počet.

Dále je známo, že normálním rozložením se řídí veličiny, jejichž hodnoty lze považovat za výsledek působení velkého počtu malých a nezávislých vlivů. Tyto předpoklady velmi často vyhovují experimentálním podmínkám, za nichž se pokusy provádějí, a proto je možno předpoklad normality v řadě případů považovat za vyhovující (Likeš, 1968).

Na konec je třeba ještě říci, že často pracujeme s průměrnými hodnotami, o nichž víme, že podle centrálního limitního teorému (Páv, 1978; Likeš a Machek, 1981) je jejich rozložení blízké normálnímu bez ohledu na tvar rozložení četností základního souboru. V tomto případě starost o rozložení četností původních veličin odpadá.

V experimentální praxi se testu hypotézy (1) používá ke statistickému ověření vlivu různých způsobů „ošetření“ (např. způsobu hnojení, různé velikosti sponu, způsobu prořezávek a probírek, různých druhů dřevin, různých jejich proveniencí atd.) lesních porostů na střední hodnotu zkoumaného znaku (např. průměrné výčetní tloušťky, průměrné výšky, průměrného objemu kmene, průměrného stíhlostního koeficientu apod.). Analýza variance při jednoduchém třídění přichází v úvahu při takovém typu experimentu, při němž je k dispozici dosti rozsáhlá homogenní skupina experimentálních jednotek, takže lze každé ošetření aplikovat na několik jednotek bez zvláštních dalších opatření.

²⁾ Jak jsme již dříve poznamenali, slova „ošetření“ se používá, na základě usancí v teorii analýzy variance, ve zcela obecném smyslu k označení určitého komplexu experimentálních podmínek.

Ia. Tabulka jednoduchého třídění

Třída	Pozorování	Počet pozorování	Součet	Podíl	Průměr
1	$y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n_1}$	n_1	$Y_1.$	$\frac{Y_1.^2}{n_1}$	$y_{1.}$
2	$y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n_2}$	n_2	$Y_2.$	$\frac{Y_2.^2}{n_2}$	$y_{2.}$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
i	$y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in_i}$	n_i	$Y_i.$	$\frac{Y_i.^2}{n_i}$	$y_{i.}$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
p	$y_{p1}, y_{p2}, \dots, y_{pn_p}$	n_p	$Y_p.$	$\frac{Y_p.^2}{n_p}$	$y_{p.}$
Celkem		n	$Y_{..}$	$\sum_{i=1}^p \frac{Y_i.^2}{n_i}$	$y_{..}$

Ib. Tabulka jednoduchého třídění výčetních tloušťek

Hustota porostu	Počet měření	Součet výčetních tloušťek	Podíl	Průměrná výčetní tloušťka
20 000	703	3 788	20 411,02	5,4
16 000	595	3 183	17 027,71	5,4
13 333	583	3 311	18 803,98	5,7
10 667	488	2 944	17 760,52	6,0
8 000	373	2 363	14 969,89	6,3
6 400	285	2 002	14 063,17	7,0
Celkem	3027	17 591	103 036,29	5,8

$$p = 6 \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 = 120\,591$$

Soubor všech pozorování y_{ij} můžeme uspořádat do p tříd tak, jak ukazuje tabulka jednoduchého třídění (tab. Ia). O jednoduchém třídění mluvíme proto, že třídění se děje podle jednoho kritéria, jímž je způsob ošetření.

Řádkové součty, respektive řádkové průměry jsou v tab. Ia označeny symboly $Y_i.$ respektive $y_{i.}$, tedy,

$$Y_i. = \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \text{ a } y_{i.} = \frac{Y_i.}{n_i}$$

Pro celkový součet respektive celkový průměr zavedeme označení $Y_{..}$ respektive $y_{..}$, takže:

$$Y_{..} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} \text{ a } y_{..} = \frac{Y_{..}}{n},$$

kde:

$$n = \sum_{i=1}^p n_i$$

značí celkový počet pozorování.

Vyjdeme nyní z identity

$$\begin{aligned} (y_{ij} - y_{..})^2 &= [(y_{i.} - y_{..}) + (y_{ij} - y_{i.})]^2 = \\ &= (y_{i.} - y_{..})^2 + (y_{ij} - y_{i.})^2 + 2(y_{i.} - y_{..})(y_{ij} - y_{i.}), \end{aligned}$$

sečtením přes i a j obdržíme

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - y_{..})^2 = \sum_{i=1}^p n_i (y_{i.} - y_{..})^2 + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - y_{i.})^2, \quad (2)$$

neboť

$$\begin{aligned} 2 \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{i.} - y_{..})(y_{ij} - y_{i.}) &= 2 \sum_{i=1}^p (y_{i.} - y_{..}) \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - y_{i.}) = \\ &= 2 \sum_{i=1}^p (y_{i.} - y_{..})(n_i y_{i.} - n_i y_{i.}) = 0, \end{aligned}$$

protože druhý činitel v posledním součtu je nulový.

Podle (2) je tedy celkový součet čtverců odchylek jednotlivých pozorování od celkového průměru rozložen v součet dvou složek. Složka

$$Q_1 = \sum_{i=1}^p n_i (y_{i.} - y_{..})^2,$$

kteřá je součtem čtverců zvážených odchylek řádkových průměrů od celkového průměru, se nazývá součtem čtverců mezi třídami. Složka

$$Q_2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - y_{i.})^2,$$

kteřá je součtem čtverců odchylek jednotlivých pozorování od průměru příslušné třídy, se nazývá součtem čtverců uvnitř tříd nebo reziduálním součtem čtverců.

Uvažujme nyní podíl $\frac{Q_1}{p-1} / \frac{Q_2}{n-p}$, který označíme jako **F**, tedy

$$F = \frac{\frac{Q_1}{p-1}}{\frac{Q_2}{n-p}} = \frac{n-p}{p-1} \cdot \frac{\sum_{i=1}^p n_i (y_{i.} - y_{..})^2}{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - y_{i.})^2}. \quad (3)$$

Je-li hypotéza (1) správná, potom můžeme očekávat, že hodnota podílu **F**, vypočtená z experimentálně zjištěných hodnot veličin y_{ij} , bude malá. Naopak, není-li hypotéza (1)

IIa. Analýza variance při jednoduchém třídění

Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Rozptyl ²⁾	Hodnota F
Mezi třídami $Q_1 = \sum_{i=1}^p n_i (y_{i.} - y_{..})^2$	$p - 1$	$\frac{Q_1}{p - 1}$	$F = \frac{\frac{Q_1}{p - 1}}{\frac{Q_2}{n - p}}$
Uvnitř tříd (reziduální) $Q_2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - y_{i.})^2$	$n - p$	$\frac{Q_2}{n - p}$	
Celkový $Q = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - y_{..})^2$	$n - 1$		

²⁾ Někdy se též používá termínu průměrný čtverec nebo pouze podíl

IIb. Analýza variance výčetních tlouštěk při jednoduchém třídění

Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Rozptyl	Hodnota F
Mezi třídami (hustota porostu) $Q_1 = 808,58$	5	$\frac{Q_1}{p - 1} = 161,716$	$F = \frac{161,716}{5,811} = 27,830$
Uvnitř tříd (reziduální) $Q_2 = 17\,554,71$	3021	$\frac{Q_2}{p - 1} = 5,811$	
Celkový $Q = 18\,363,29$	3026		

správná, potom se dá očekávat, že hodnota podílu F bude velká. To nás vede k tomu, abychom pro test hypotézy (1) užili jako testovacího kritéria podílu F (viz 3) a hypotézu přijali, jestliže provedený experiment dává malou hodnotu F a hypotézu zamítli, jestliže experiment vede k velké hodnotě tohoto podílu.

Dá se dokázat, že je-li hypotéza (1) správná, má podíl

$$F = \frac{\frac{Q_1}{p - 1}}{\frac{Q_2}{n - p}} \quad (4)$$

Snedecorovo F — rozložení s $(p - 1)$ a $(n - p)$ stupni volnosti, stručněji rozložení $F(p - 1, n - p)$.

Test hypotézy (1) provádíme takto:

Hypotézu na hladině významnosti α zamítneme, jestliže podíl F , vypočtený z provedeného experimentu, je $F > F_\alpha(p - 1, n - p)$, kde $F_\alpha(p - 1, n - p)$ je 100 α —

procentní kvantil rozložení $F(p-1, n-p)$. Je-li $F \leq F_\alpha(p-1, n-p)$ hypotézu přijmeme.

Prakticky provádíme testovací proceduru sestavením tabulky (tab. IIa) analýzy variance.

Jednotlivé položky tabulky analýzy variance můžeme vyjádřit pomocí řádkových součtů $Y_{i.}$, celkového součtu $Y_{..}$ a součtu čtverců $\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2$:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \sum_{i=1}^p \frac{Y_{i.}^2}{n_i} - c, \\ Q_2 &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \sum_{i=1}^p \frac{Y_{i.}^2}{n_i}, \\ Q &= \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - y_{..})^2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - c, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\text{kde: } c = \frac{Y_{..}^2}{n}.$$

Podíl **F** vypočteme z třetího sloupce tabulky.

Sestavení tabulek a celou testovací proceduru si ukážeme na následujícím příkladě.

Příklad 1: Na výzkumné ploše se sedmnáctiletým borovým porostem bylo třeba ověřit mimo jiné vliv hustoty porostu na výčetní tloušťku (Páv, 1983).

Výzkumná plocha (obr. 1) o rozloze 1,2 ha byla rozdělena na 6 stejně velkých obdélníkových plošek (dílů) o rozměrech 60 m $\times$ 30 m, na nichž se nacházely stromky v různých sponech a jim odpovídajících hustotách: 20 000, 16 000, 13 333, 10 667, 8 000 a 6 400 stromků na 1 ha.

Pro ověření vlivu hustoty borového porostu na výčetní tloušťku bude použito analýzy variance při jednoduchém třídění.

Nejdříve si podle obecného vzoru (tab. Ia) sestavíme tabulku jednoduchého třídění (tab. Ib), v níž však vynecháme druhý sloupec (tab. Ia) pro velký počet pozorování, která by se nám do tabulky nevešla (uvádíme jen jejich součty a podíly).

Podle vzorců (5) si vypočítáme Q_1 a Q_2 dosazením příslušných hodnot z tab. Ib:

$$Q_1 = 103\,036,29 - \frac{17\,591^2}{3\,027} = 808,58$$

$$Q_2 = 120\,591 - 103\,036,29 = 17\,554,71$$

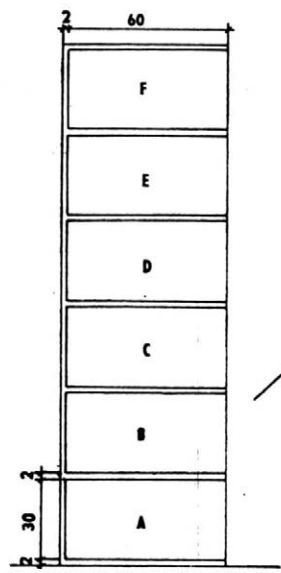
a pro kontrolu ještě součet čtverců

$$Q = 120\,591 - \frac{17\,591^2}{3\,027} = 18\,363,29.$$

Z vypočtených hodnot sestavíme tabulku analýzy variance výčetních tloušťek při jednoduchém třídění (tab. IIB).

Hodnotu **F** (viz 4) vypočteme z předposledního sloupce tab. IIB:

$$F = \frac{161,716}{5,811} = 27,830.$$



Porostní skupina 504 A4

Výměra 1,20 ha

Založeno 1965

Varianta:

A 1,25 m × 0,4 m . . . 20 000 sazenic/ha

B 1,25 m × 0,5 m . . . 16 000 sazenic/ha

C 1,25 m × 0,6 m . . . 13 333 sazenic/ha

D 1,25 m × 0,75 m . . . 10 667 sazenic/ha

E 1,25 m × 1,0 m . . . 8 000 sazenic/ha

F 1,25 m × 1,25 m . . . 6 400 sazenic/ha

(Metoda jednoduchého třídění)

1. Výzkumná plocha č. 01 — Polesí Zelená Bouda

V tabulkách *F* — rozložení (Janko, 1958) nacházíme pro $f_1 = 5$ a $f_2 = 3021$ (resp. ∞) stupňů volnosti a nejnížší (nejpřísnější) tabelovanou hladinu významnosti $\alpha = 0,005$, pro níž je kritická hodnota testovacího kritéria nejvyšší, $F_{0,005}(5, \infty) = 3,350$. Porovnáme-li vypočtenou hodnotu *F*, která je více než osmkrát vyšší než uvedená tabelovaná hodnota, můžeme prohlásit, že vliv hustoty porostu na průměrnou výčetní tloušťku borovice je vysoce významný.

K experimentu v příkladu 1 je zapotřebí poznamenat, že pokusný pozemek, který představuje blok o šesti dílcích stejné velikosti, musí mít homogenní složení půdy, všechny stromky musí být vysázeny stejným způsobem a stejným způsobem i v dalších letech ošetřeny. Eventuální vliv polohy dílce uvnitř bloku se vylučuje tak, že se hustota porostu (spon) přiřadí na dílce náhodně.

2. ANALÝZA VARIANCE PŘI DVOJNÉM TŘÍDĚNÍ S JEDNÍM POZOROVÁNÍM V KAŽDÉ PODTŘÍDĚ

Někdy je třeba při třídění pozorování celkového výběru přihlížet ke dvěma třídícím znakům (kritériím). Například se může zjišťovat velikost střední hodnoty některé taxační veličiny (výčetní tloušťky, výšky atd.) v závislosti na stanovišti a současně na způsobu hnojení půdy anebo v závislosti na způsobu hnojení a zároveň na sponu nebo v závislosti na sponu a druhu probírky apod.

Předpokládejme, že pozorování jsou tříděna podle dvou kritérií **A** a **B**. Podle kritéria **A** jsou roztržena do r_1 tříd, podle kritéria **B** do r_2 tříd. Prakticky uspořádáme všechna pozorování do tabulky dvojného třídění s jedním pozorováním v každé podtřídě (tab. IIIa).

Omezujeme se pouze na jedno pozorování v každé podtřídě, protože nám tento předpoklad umožní nejen explicitní řešení tzv. normálních rovnic, ale vyhneme se i řadě teoretických i interpretačních potíží. Vyskytuje-li se nám v podtřídách více pozorování, počítáme s jejich aritmetickými průměry. Výjimku tvoří stejný počet pozorování v každé podtřídě. V tomto případě je i větší počet pozorování v podtřídách snadno řešitelný a navíc umožňuje testování interakcí (bližší kapitola 4).

IIIa. Tabulka dvojného třídění s jedním pozorováním v každé podtřídě

		Kritérium B					Součet	Průměr
		1	...	j	...	r ₂		
Kritérium A	1	y ₁₁	...	y _{1j}	...	y _{1r₂}	Y _{1.}	y _{1.}
	.	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.	.
	i	y _{i1}	...	y _{ij}	...	y _{ir₂}	Y _{i.}	y _{i.}
	.	.	.	.	.	.	.	.
	r ₁	y _{r₁1}	...	y _{r₁j}	...	y _{r₁r₂}	Y _{r₁.}	y _{r₁.}
Součet		Y _{.1}	...	Y _{.j}	...	Y _{.r₂}	Y _{..}	y _{..}
Průměr		y _{.1}	...	y _{.j}	...	y _{.r₂}		

IIIb. Tabulka dvojného třídění ročního odtoku

		Index insolace			Y _{i.}	y _{i.}
		0,20	0,24	0,34		
Redukce zakmenění	20	1,9	1,0	0,5	3,4	1,1
	35	3,6	3,2	1,8	8,6	2,7
	68	10,4	8,1	4,7	23,2	7,7
	100	17,1	13,2	7,9	38,2	12,7
Y _{.j}		33,0	25,5	14,9	Y _{..} = 73,4	
y _{.j}		8,2	6,4	3,7	y _{..} = 6,12	

$$r_1 = 4 \quad r_2 = 3 \quad n = r_1 \cdot r_2 = 12 \quad \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} y_{ij}^2 = 756,22$$

Řádky tab. IIIa odpovídají r_1 třídám kritéria **A** a sloupce r_2 třídám kritéria **B**. Pozorování řádku **i** a sloupce **j** je označeno jako y_{ij} . Pro řádkové a sloupkové součty resp. průměry bylo použito označení zavedeného v kapitole 1. Celkový počet pozorování je $n = r_1 \cdot r_2$.

Dále předpokládáme, že y_{ij} ($i = 1, 2, \dots, r_1; j = 1, 2, \dots, r_2$) jsou nezávislé náhodné veličiny s normálním rozložením o konstantním neznámém rozptylu σ^2 a střední hodnota veličiny y_{ij} je dána výrazem

$$E(y_{ij}) = m + m_{i.} + m_{.j}, \quad (6)$$

kde: $m, m_{i.}, m_{.j}$ jsou parametry.

		Hustota porostu			$Y_{i.}$	$y_{i.}$
		4444	2222	1111		
Blok	1	3,5	3,8	4,1	11,4	3,8
	2	3,4	4,0	4,2	11,6	3,9
$Y_{.j}$		6,9	7,8	8,3	$Y_{..} = 23,0$	
$y_{.j}$		3,45	3,9	4,15	$y_{..} = 3,8$	

$$r_1 = 2 \quad r_2 = 3 \quad n = r_1 \cdot r_2 = 6 \quad \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} y_{ij}^2 = 88,7$$

Parametry $m_{i.}$ se nazývají efekty řádkovými, $m_{.j}$ efekty sloupcovými. Efekty nazýváme odchylky od celkového průměru a musí proto v součtu dávat nulu. Splňují tedy podmínky

$$\sum_{i=1}^{r_1} m_{i.} = 0 \quad \text{a} \quad \sum_{j=1}^{r_2} m_{.j} = 0.$$

Podle předpokladu (6) je tedy střední hodnota $E(y_{ij})$ aditivně složena z obecné konstanty m , efektu řádkového $m_{i.}$ a efektu sloupcového $m_{.j}$.

Poněkud obtížněji než v kapitole 1 (důkaz např. Fischer, 1956) se dospěje k následujícímu rozkladu součtu čtverců

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} (y_{ij} - y_{..})^2 &= \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} (y_{ij} - y_{i.} - y_{.j} + y_{..})^2 + \\ &+ r_2 \sum_{i=1}^{r_1} (y_{i.} - y_{..})^2 + r_1 \sum_{j=1}^{r_2} (y_{.j} - y_{..})^2. \end{aligned}$$

Rozklad součtu čtverců provádíme pomocí tabulky analýzy variance (tab. IV). K výpočtu součtu čtverců jednotlivých řádek tabulky používáme následujících identit:

$$c = \frac{Y_{..}^2}{r_1 r_2},$$

$$Q_1 = r_2 \sum_{i=1}^{r_1} (y_{i.} - y_{..})^2 = \frac{\sum_{i=1}^{r_1} Y_{i.}^2}{r_2} - c,$$

$$Q_2 = r_1 \sum_{j=1}^{r_2} (y_{.j} - y_{..})^2 = \frac{\sum_{j=1}^{r_2} Y_{.j}^2}{r_1} - c,$$

$$Q = \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} (y_{ij} - y_{..})^2 = \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} y_{ij}^2 - c.$$

a

Reziduální součet čtverců Q_3 vypočteme doplněním $Q_3 = Q - Q_1 - Q_2$.

IVa. Analýza variance při dvojném třídění s jedním pozorováním v každé podtřídě

Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Rozptyl	Hodnota F
Řádkový $Q_1 = r_2 \sum_{i=1}^{r_1} (y_{i.} - y_{..})^2$	$r_1 - 1$	$\frac{Q_1}{r_1 - 1}$	$F_1 = \frac{\frac{Q_1}{r_1 - 1}}{\frac{Q_3}{(r_1 - 1)(r_2 - 1)}}$
Sloupcový $Q_2 = r_1 \sum_{j=1}^{r_2} (y_{.j} - y_{..})^2$	$r_2 - 1$	$\frac{Q_2}{r_2 - 1}$	$F_2 = \frac{\frac{Q_2}{r_2 - 1}}{\frac{Q_3}{(r_1 - 1)(r_2 - 1)}}$
Reziduální $Q_3 = \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} (y_{ij} - y_{i.} - y_{.j} + y_{..})^2$	$(r_1 - 1)(r_2 - 1)$	$\frac{Q_3}{(r_1 - 1)(r_2 - 1)}$	
Celkový $Q = \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} (y_{ij} - y_{..})^2$	$r_1 r_2 - 1$		

Pro test hypotézy

$$m_{i.} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r_1 \quad (8)$$

která je testem významnosti řádkových efektů, je testovacím kritériem podíl

$$F_1 = \frac{\frac{Q_1}{r_1 - 1}}{\frac{Q_3}{(r_1 - 1)(r_2 - 1)}}, \quad (9)$$

který má v případě správnosti hypotézy (8) F – rozložení s $(r_1 - 1)$ a $(r_1 - 1)(r_2 - 1)$ stupni volnosti.

Pro test významnosti sloupcových efektů, tj. pro test hypotézy

$$m_{.j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, r_2, \quad (10)$$

je testovací kritérium dáno podílem

$$F_2 = \frac{\frac{Q_2}{r_2 - 1}}{\frac{Q_3}{(r_1 - 1)(r_2 - 1)}}, \quad (11)$$

který má v případě správnosti hypotézy (10) rozložení $F[r_2 - 1, (r_1 - 1)(r_2 - 1)]$.

Obě testové charakteristiky (hodnoty testovacího kritéria) F vypočteme z třetího sloupce tab. IVa.

Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Rozptyl	Hodnota F
Řádkový (redukce zakmenění) $Q_1 = 245,37$	3	$\frac{Q_1}{r_1 - 1} = 81,790$	$F_1 = \frac{81,790}{2,037} = 40,152$
Sloupcový (index insolace) $Q_2 = 49,67$	2	$\frac{Q_2}{r_2 - 1} = 24,835$	$F_2 = \frac{24,835}{2,037} = 12,192$
Reziduální $Q_3 = 12,22$	6	$\frac{Q_3}{(r_1 - 1)(r_2 - 1)} = 2,037$	
Celkový $Q = 307,26$	11		

Příklad 2: Na experimentálním povodí Coweeta (North Carolina, USA) se zkoumala změna ročního odtoku v palcích [inch] v závislosti na indexu insolace [bezrozměrná veličina] a redukci zakmenění [%]. Výsledky šetření (Corbett a Sopper, 1976) jsou obsaženy v tabulce dvojného třídění (tab. IIIb).

Nejdříve si podle vzorců (7) vypočteme potřebné součty čtverců:

$$c = \frac{73,4^2}{12} = 448,96,$$

$$Q_1 = \frac{2083}{3} - 448,96 = 245,$$

$$Q_2 = \frac{1994,51}{4} - 448,96 = 49,67,$$

a

$$Q = 756,22 - 448,96 = 307,26$$

a dosadíme do tabulky analýzy variance při dvojném třídění ročního odtoku (tab. IVb).

Reziduální součet čtverců Q_3 si doplníme jako $Q_3 = 307,26 - 49,67 - 245,37 = 12,22$.

Z předposledního sloupce tab. IVb si pro test významnosti vlivu redukce zakmenění na roční odtok vypočteme podle (9) testovou charakteristiku (hodnotu testovacího kritéria)

$$F_1 = \frac{81,790}{2,037} = 40,152,$$

která je vysoce významná, neboť hypotézu o nulovém efektu (8) nemůžeme přijmout ani na tak přísné hladině významnosti, kterou je nejnižší tabelovaná hodnota $\alpha = 0,005$, pro níž je $F_{0,005}(3,6) = 12,917$ (Janko, 1958).

Podobně pro test významnosti vlivu indexu insolace na roční odtok je podle (11) testová charakteristika

$$F_2 = \frac{24,835}{2,037} = 12,192$$

kteřá je také významná, neboť hypotézu o nulovém efektu (10) nemůžeme přijmout ani při jednoprocenní hladině významnosti, pro níž je $F_{0,01}(2,6) = 10,925$. Signifikance však není již tak vysoká jako v předchozím případě, kdy ještě při půlprocenní hladině významnosti vypočtená hodnota F_1 převyšovala více než třikrát tabelovanou hodnotu.

Závěrem je možno říci, že na základě empirického materiálu (který nám poskytl experiment) můžeme prohlásit, že redukce zakmenění výrazně ovlivňuje roční odtok. Roční odtok ovlivňuje zřejmě i index insolace, i když ne tak výrazně jako redukce zakmenění.

3. ZNÁHODNĚNÉ BLOKY

Metoda znáhodněných bloků je při lesnických výzkumech zvláště vhodnou. I při správné volbě pozemku a pečlivém provedení experimentu bývají výsledky pokusu často ovlivněny nestejnorodostí experimentálních podmínek na pozemku. Při metodě znáhodněných bloků se vliv nehomogenosti stanovištních podmínek odstraňuje tak, že každý pokusný pozemek (čtvercový nebo obdélníkový) se rozdělí na určitý počet stejně velkých pruhů (obecně to nemusí být vždy pruhy), tzv. bloků, aby experimentální podmínky uvnitř každého bloku byly pokud možno stejné. Každý blok se pak rozdělí na tolik čtvercových či obdélníkových plošek, tzv. dílců, kolik je třeba. Eventuální vliv polohy dílce uvnitř bloku se vylučuje tak, že se ošetření přiřadí na dílce náhodným způsobem.

Aplikace mohou být nejrozmanitější. Je třeba například experimentálně ověřit vliv různých způsobů ošetření půdy na produkci dřeva nebo se má ověřit, zda se od sebe významně liší — co do objemu dřeva i kvality — různé provenience té které dřeviny, mají se zvážit různé pracovní postupy vzhledem k časové náročnosti ev. nákladnosti atd.

Obecně máme r_1 bloků. Jelikož počet experimentálních jednotek (dílců) na každém bloku je roven r_2 , je každý blok jedním opakováním pokusu za poměrně homogenních podmínek. Celkový počet experimentálních jednotek je $n = r_1 \cdot r_2$.

Označme obecně pozorování na i -tém bloku a j -tém dílci jako y_{ij} . Pozorování uspořádáme do tabulky dvojného třídění stejně jako v kapitole 2 (tab. IIIa). Předpokládáme, že y_{ij} jsou nezávislé náhodné veličiny s normálním rozložením o konstantním neznámém rozptylu σ^2 . O střední hodnotě $E(y_{ij})$ předpokládáme, že je dána součtem konstanty m , blokového efektu m_i , a efektu sledovaného kritéria (např. efektu ošetření) $m_{.j}$, tedy jako v předchozí kapitole

$$E(y_{ij}) = m + m_i + m_{.j},$$

přičemž

$$\sum_{i=1}^{r_1} m_i = 0 \quad \text{a} \quad \sum_{j=1}^{r_2} m_{.j} = 0.$$

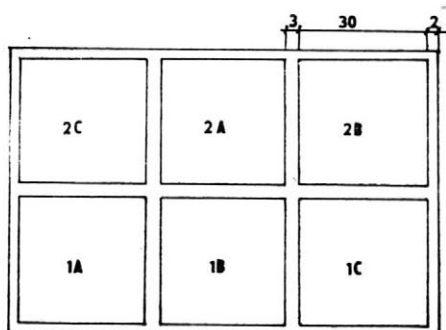
K analýze variance experimentálních dat uspořádaných do znáhodněných bloků můžeme použít metody vyložené v předchozí kapitole, kdy řádky odpovídají blokům a sloupce např. ošetřením. Proto se již dále teorií zabývat nebudeme, ale uvedeme si hned řešený příklad.

Příklad 3: Při sponovém pokusu se měla na desetiletém porostu douglasky tisolisté zkoumat závislost výšky stromů na hustotě porostu (Páv, 1985). Porost byl založen

IVc. Analýza variance výšek při znáhodněných blocích

Součet čtverců	Počet stupňů volnosti	Rozptyl	Hodnota F
Bloky $Q_1 = 0,007$	1	$\frac{Q_1}{r_1 - 1} = 0,007$	$F_1 = \frac{0,007}{0,0115} = 0,609$
Hustota porostu $Q_2 = 0,504$	2	$\frac{Q_2}{r_2 - 1} = 0,252$	$F_2 = \frac{0,252}{0,0115} = 21,913$
Reziduum $Q_3 = 0,023$	?	$\frac{Q_3}{(r_1 - 1)(r_2 - 1)} = 0,0115$	
Celkem $Q = 0,534$	5		

(Metoda znáhodněných bloků)



Porostní skupina 7 A1

Výměra 0,66 ha

Založeno 1975

Varianta:

A 1,5 m × 1,5 m . . . 4444 sazenic/ha

B 3,0 m × 1,5 m . . . 2222 sazenic/ha

C 3,0 m × 3,0 m . . . 1111 sazenic/ha

2. Výzkumná plocha č. 17 — Polesí Hůrka

ve třech sponových variantách s počty stromů 4444, 2222 a 1111 stromů na 1 ha, které se opakují na dvou blocích (obr. 2).

Experimentální data jsou reprezentována aritmetickými průměry naměřených výšek na každém dílci (počet hodnot na dílci byl vesměs větší než 100), které jsou přehledně uspořádány v tab. IIIC.

Součty čtverců v jednotlivých řádkách tabulky analýzy variance (tab. IVc) se vy počtou podle vzorců (7) předchozí kapitoly:

$$c = \frac{Y^2}{n} = \frac{23,0^2}{6} = 88,166,$$

$$Q_1 = \frac{\sum_{i=1}^{r_1} Y_{i.}^2}{r_2} - c = \frac{11,4^2 + 11,6^2}{3} - 88,166 = 0,007,$$

$$Q_2 = \frac{\sum_{j=1}^{r_1} Y_{.j}}{r_1} - c = \frac{6,9^2 + 7,8^2 + 8,3^2}{2} - 88,166 = 0,504,$$

$$Q = \sum_{i=1}^{r_1} \sum_{j=1}^{r_2} y_{ij}^2 - c = 88,7 - 88,166 = 0,534.$$

Pro test hypotézy (10), kterým ověřujeme významnost sponového efektu, tj. vliv hustoty porostu na výšku stromů, je testová charakteristika

$$F_2 = \frac{0,252}{0,0115} = 21,913,$$

což je hodnota významná na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ ($F_{0,05}(2,2) = 19,000$), avšak není již významná na poněkud přísnější hladině významnosti $\alpha = 0,025$ ($F_{0,025}(2,2) = 39,000$). Proto na základě informací, které nám experiment poskytl, nemůžeme považovat vliv hustoty porostu na průměrnou výšku douglasek za vysoce signifikantní.

Pro verifikaci významnosti blokových efektů, tj. pro test hypotézy (8), jsme počítali

$$F_1 = \frac{0,007}{0,0115} = 0,609,$$

což je hodnota zcela nevýznamná, protože všechny tabelované hodnoty $F_\alpha(1,2)$ jsou vyšší než vypočtená hodnota. Dokonce i nejnižší tabelovaná hodnota pro tak paradoxní hladinu významnosti, jakou je $\alpha = 0,25$ (při níž na sebe bereme riziko, že v 25 % zamítneme testovanou hypotézu, když je správná), je $F_{0,25}(1,2) = 2,571$, tj. vyšší než charakteristika F_1 . Z toho se dá usoudit, že vybraný pokusný pozemek je homogenní.

ZÁVĚR

Cílem článků souhrnně nazvaných *Metody zakládání a vyhodnocování pokusů v lesnictví* je podat přehled o nejdůležitějších způsobech zakládání pokusů a matematicko-statistické analýze jejich výsledků.

V prvním článku jsme vysvětlili a příklady doprovodili analýzu variance při jednoduchém a dvojném třídění a metodu znáhodněných bloků.

Testování signifikance při větším počtu ošetření se zpravidla provádí ve dvou etapách. V první etapě, jak jsme si dosud demonstrovali, testujeme pomocí analýzy variance hypotézu H_0 , že všechny střední hodnoty jsou si rovny. Tímto globálním testem zjistíme, zda se nám ošetření vůbec mezi sebou liší. Dojde-li k zamítnutí hypotézy H_0 , řešíme v druhé etapě problém, která ošetření se mezi sebou významně liší a která ne. Jinak řečeno snažíme se najít příčiny, které vedly k zamítnutí hypotézy H_0 . Nejpoužívanější metody pro mnohonásobná srovnávání (podrobnější rozbor diferencí mezi úrovněmi faktorů) uvedeme později.

V příštím článku budeme pokračovat analýzou variance při trojném třídění a metodou latinských čtverců.

Literatura

- ANDĚL, J.: Matematická statistika. SNTL, Praha 1985.
- COCHRAN, W. G.: The comparison of percentages in matched samples. *Biometrika*, 37, 1950, s. 256-266.
- CORBETT, J. H. — SOPPER, R. S.: Municipal watershed management. Forest Service USDA, 1976.
- DAVIES, O. L.: The Design and Analysis of Industrial Experiments. Oliver and Boyd London, 1956.
- FISCHER, R. A.: The Design of Experiments. Oliver and Boyd Edinburgh, 1947.
- FISHER, O.: Analýza rozptylu. SPN, Praha 1956.
- JANKO, J.: Statistické tabulky. ČSAV, Praha 1958.
- LIKEŠ, J.: Navrhování průmyslových experimentů. SNTL, Praha 1968.
- LIKEŠ, J. — MACHEK, J.: Počet pravděpodobností. SNTL, Praha 1981.
- PÁV, B.: Matematická statistika v lesnictví. Příloha *Lesnictví*, 24, 1978, č. 5, s. 1-20.
- PÁV, B.: Vliv počáteční hustoty kultur na produkci, stabilitu a výchovu mladých smrkových, borových a douglaskových porostů. Etapa 2: Borové porosty. [Závěrečná zpráva.] Jíloviště-Strnady, 1983.
- PÁV, B.: Vliv počáteční hustoty kultur na vývoj mladých porostů douglasky tisolisté. *Lesnictví*, 33, 1987, č. 11, s. 1011-1026.

Adresa autorů:

Ing. et ing. Bohdan Páv, Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, Jíloviště-Strnady, 156 04 Praha 5 - Zbraslav

Ing. Josef Machek, CSc., Matematicko-fyzikální fakulta, Sokolovská 83, 180 00 Praha 8 - Karlín
