

VĚDECKÝ ČASOPIS



LESNICTVÍ

10

ROČNÍK 29 (LVI)
PRAHA
ŘÍJEN 1983
CENA 12 Kčs

ČESKOSLOVENSKÁ AKADEMIE ZEMĚDĚLSKÁ
ÚSTAV VĚDECKOTECHNICKÝCH INFORMACÍ
PRO ZEMĚDĚLSTVÍ

Vědecký časopis

LESNICTVÍ

Redakční rada: člen korespondent ČSAV prof. Dr. Ing. Miroslav Vyskot, DrSc. (předseda), Ing. Zdeněk Bludovský, CSc., prof. Dr. Ing. Václav Douša, CSc., prof. Dr. Ing. Ján Halaj, DrSc., prof. Dr. Ing. Václav Korf, DrSc., Ing. Jan Materna, CSc., prof. Dr. Ing. Josef Pelíšek, DrSc., člen korespondent ČSAV prof. Ing. Adolf Priesol, DrSc., genmjr. Ing. Václav Růžicka, prof. Ing. Miroslav Stolina, DrSc.

Za vedení časopisu odpovídá člen korespondent ČSAV prof. Dr. Ing. Miroslav Vyskot, DrSc.

© Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství, Praha 1983

CS ISSN 0024-1105

LESNICTVÍ uveřejňuje vědecká pojednání o vyřešených výzkumných úkolech ze všech oborů lesnické vědy, studie a rozborů. Vydává Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství. Vychází měsíčně. Redakce: 120 56 Praha 2, Slezská 7, telefon 257541. Celoroční předplatné Kčs 144,—.

LESNICTVÍ публикует научные статьи о решенных заданиях по научному исследованию в области лесохозяйственной науки, обзоры и анализы. Издает Институт научно-технической информации по сельскому хозяйству. Выход в свет ежемесячно. Редакция: 120 56 Прага 2, Слезска 7.

LESNICTVÍ publishes scientific treatises about the solved research tasks in the line of forest science, studies and analyses. Published by the Institute of Scientific and Technical Information for Agriculture. Issued monthly. Editorial office: 120 56 Prague 2, Slezská 7.

NOVÉ ÚKOLY LESNICKÉHO BIOMETRICKÉHO A HOSPODÁRSKOPRAVNICKÉHO VÝZKUMU V ČSSR

Na základě podkladových údajů získaných pro konstrukci čs. růstových tabulek jsou biometrickým výzkumem řešeny další výzkumné úkoly spojené s růstovým procesem stejnověkých nesmíšených porostů, hlavně s jeho objemovou produkcí. Jde tedy přitom o další využití a biometrické vyhodnocení růstových údajů získaných pro naše hlavní dřeviny. Je možno konstatovat, že číselný materiál shromážděný za téměř 20 let na PVP a TVP z celého území ČSSR periodickým měřením ve stejnověkých porostech je pro konstrukci růstových tabulek, ale i pro další biometrický výzkum velmi cenný a rozsahem nemá v zahraničí obdoby. Kromě toho se tento empirický materiál dále rozšiřuje při kontrole nových růstových tabulek. Do biometrického výzkumu stejnověkých porostů jsou začleněni pedagogičtí a vědeckí pracovníci všech našich pracovišť přicházející v úvahu. Proto také biometrický a hospodářskopravnický výzkum přinesl řadu výsledků jak po stránce teoretické, tak i pro přímé využití v praxi.

Přes tyto nesporně kladně hodnocené výsledky je zapotřebí, aby biometrický a hospodářskopravnický výzkum byl dále plánovitě rozvíjen a získaly se tak další podklady pro intenzifikaci našeho socialistického lesního hospodářství. Je zapotřebí objektivně zhodnotit získané zkušenosti a zejména pak využít konkrétních, provedených výsledků lesnického výzkumu.

Požadavky na celospolečenské poslání lesů i na objemovou produkci se postupně zvětšují a je zájem na využití všech částí stromové biomasy. Výzkum v zahraničí i u nás se proto orientuje na metody jejího stanovení a její hospodářské využití. U nás za vedení M. Vyskoka probíhá již řadu let výzkum podle upravené mezinárodní metodiky zaměřený na objemové stanovení lesní biomasy jehličnatých a listnatých dřevin. Dosahované výsledky jsou postupně uveřejňovány ve vědeckých publikacích a odborných pojednáních.

Pokud jde o objemovou produkci lesních porostů v dosavadním pojetí, tj. objem kmenový, hroubí a celého objemu stromového, výzkum zpřesnil a zracionalizoval způsoby stanovení, zejména aplikací nových biometrických metod tak, aby se o výsledky mohla spolehlivě opírat hospodářská opatření, řízení růstových procesů a jejich souborů ve větších hospodářských jednotkách.

Lesnická biometrie jako aplikace matematických metod s využitím měření získaných porostních veličin se především zabývá odvozením růstových a přírůstových zákonitostí, a tím řeší podklady pro celou produkční problematiku. Řešení této problematiky je náročné a složité tím, že lesní hospodářství zaujímá poměrně značné rozlohy, že jde o výrobní odvětví s dlouhou produkční dobou, s rozmanitou věkovou a dřevinnou skladbou na různých stanovištích. Přitom lesní porosty jsou soubory, jež poskytují předpoklady pro využití metod hromadného zkoumání.

Vývoj lesnických biometrických metod začal v zahraničí i u nás po druhé světové válce, když se postupně došlo k poznání, že jen popisným způsobem nelze vyjádřit složité komplexní vztahy, jež existují v produkčním procesu lesních porostů, a že je zapotřebí znát regresní závislosti mezi růstovými veličinami. Biometrický výzkum se dále rozvíjel po druhé světové válce činností vědeckých a pedagogických pracovníků, zejména z oblasti hospodářské úpravy, pěstění a ochrany lesů.

Při tomto výzkumu byly vypracovány metodické postupy k získání potřebných údajů, byly teoreticky odvozeny a prověřeny dřívější matematické výrazy, jimiž jsou definovány regresní vztahy mezi porostními veličinami a postupně vypracovány metody, jež doplňují nebo nahrazují dřívější více aproximační způsoby.

Růstový proces stejnověkých, nesmíšených porostů s regresně vyrovnanými číselnými údaji všech základních tahačích a produkčních veličin, o něž nám především jde, je pro jednotlivé dřeviny v potřebném bonitním a věkovém rozsahu obsažen v růstových tabulkách. Dlouho se již zaměřuje biometrický výzkum na vypracování teoreticky zdůvodněných metod konstrukce růstových tabulek. Můžeme konstatovat, že jsme u nás věnovali mimořádnou pozornost problematice růstových tabulek ve výzkumu v úzké spolupráci s hospodářskopravnickou praxí.

Při konstrukci růstových tabulek pro naše hlavní dřeviny byla mimo jiné využita i má tříparametrová růstová funkce. Její teoretická koncepce a možnost jejího využití v biometrickém výzkumu byla v podstatě zkoumána od jejího uveřejnění (1939), a to jednak jejím autorem, jednak řadou vědeckých pracovníků. U nás to byli zejména J. Halaj, J. Řehák, Z. Poleno, J. Rod, F. Burda, F. Pá-

nek, J. Kouba aj. Jejich rozbor y této růstové funkce a možnost aplikace byly uveřejněny ve vědeckých časopisech. V zahraničí vykonali rozbor této růstové funkce zejména J. Hradetzky ve Freiburgu (1972) a R. Žarnovičan v Quebecu (1979).

Růstová funkce byla použita především pro zachycení vývoje středních porostních výšek. Základní model růstových tabulek byl zpracován v poslední koncepci J. Halajem, F. Pánkem, R. Petrášem a pro borovici J. Řehákem.

Pro objemovou produkci lesních stejnověkých porostů je v tomto tematickém čísle uvedena aplikace růstových funkcí, a to při řešení celkového běžného přírůstu (CBP) a celkové objemové produkce (CP). Jako příklad je uveden rozbor pro smrk nižších poloh podle růstových tabulek (V. Korf, F. Burda).

V souvislosti s konstrukcí růstových tabulek a jejich prověřováním řeší výzkum další produkční problémy. Pro studium vzájemných vztahů mezi produkčními veličinami ve stejnověkých porostech jsou údaje z periodicky opakovaných dendrometrických měření na PVP a TVP velmi cenným domácím materiálem. Při konstrukci našich růstových tabulek bylo použito empirického materiálu, který svým rozsahem nemá obdoby při konstrukci růstových tabulek zahraničních.

Další biometrický výzkum pro všechny hlavní naše dřeviny se týká počtu stromů ve stejnověkých porostech a jeho vztahu k ostatním veličinám. Počet stromů je např. u průměrovaných porostů jediným bezesporným údajem. Je známo, že počet stromů v růstových tabulkách byl vždy řešen ve vztahu k bonitám a věku, zatímco existují další aspekty, které je zapotřebí prozkoumat.

Při biometrických rozbozech se projevují vztahy počtu stromů k stromovým rozestupům. Rozbor této problematiky na podkladě výsledků několikaletého výzkumu podal v obsáhlé biometrické studii A. Priesol. V našem tematickém čísle se zabývá rozbohem rozestupových čísel a s tím spojeného počtu stromů pro borové porosty J. Řehák.

S tím do jisté míry souvisí i pojednání zabývající se indexem modelové hustoty borových porostů v ČSSR. Současně se zde uvádějí i možnosti využití tohoto indexu pro kontrolu produkce, při zjišťování zakmenění a pro další účely (J. Polák).

Pro hlavní dřeviny a jejich nejvýznamnější hospodářské soubory lesních typů Slovenska byla odvozena z údajů výzkumných ploch v závislosti na věku přirozená kruhová plocha jako míra přirozeného zakmenění, což je významné pro výchovu porostů. Rámcově se navrhuje přirozené zakmenění pro dubové, bukové a smrkové porosty pro období intenzivní výchovy a pro dospívající porosty (J. Grék).

V dalším pojednání (J. Wolf) je teoretický rozbor přesnosti stanovení běžného přírůstu porostních veličin za předpokladu použití různých regresních vztahů mezi přírůstem a jinými veličinami.

Pro zpřesnění inventarizačních výsledků bylo nutno prověřit údaje objemových tabulek pro hroubí s k. a b. k. pro smrk a jedli. Proto byla zahrnuta do výzkumu konstrukce objemových tabulek pro hroubí s kůrou a bez kůry pro smrk a jedli. Výsledky řešení jsou uvedeny v našem tematickém čísle (K. Hubač, F. Pánek).

Výsledky hospodářskoúpravnického výzkumu týkající se vývoje věkové struktury hospodářských jednotek jsou obsaženy v závěrečné části našeho tematického čísla (J. Kouba). Řeší se v něm nová koncepce normality věkových stupňů na podkladě náhodných procesů uplatněných v lesním hospodářství. Vychází se přitom z poznatku, podle něhož základní princip modelu hospodářské jednotky předpokládá zdůvodněné zastoupení věkových stupňů ovlivněné úmyslnými a náhodnými těžbami. Dovozuje, že při této nové koncepci normality věkových stupňů je vhodné využít aplikaci náhodných procesů obsažených v teorii Markovových řetězců. Pojednání je vědeckým prohloubením soustavy věkových tříd a nová koncepce normality umožňuje vyhodnocení lesa ve všech jeho hlavních složkách.

Prof. Dr. Ing. Václav Korf, DrSc.

BIOMETRICKÝ ROZBOR RŮSTOVÉHO PROCESU STEJNOVĚKÝCH POROSTŮ A MATEMATICKÝ MODEL RŮSTOVÝCH TABULEK PRO SMRK NIŽŠÍCH POLOH

V. Korf. F. Burda

KORF, V. — BURDA, F. (Praha). *Biometrický rozbor růstového procesu stejnověkých porostů a matematický model růstových tabulek pro smrk nižších poloh*. Lesnictví, 29, 1983 (10): 841 — 855.

V pojednání jsou obecně matematicky odvozeny hlavní produkční veličiny objemové produkce stejnověkých nesmíšených porostů, a to celkový běžný přírůst (CBP) a celková objemová produkce (CP). Model objemové produkce byl sestaven pro kmenovou zásobu s kůrou smrku nižších poloh. Za tím účelem byla pro všechny výškové bonity (12–42) vypočítána růstová intenzita sdruženého porostu, matematicky definována pro jednotlivé bonity funkcí

$$\beta = \frac{C}{t^r}$$
. Ve druhé variantě jsou oba parametry C , r vyjádřeny pro celý soubor výškových bonit jako jejich funkce, takže $\beta = \frac{C(B)}{t^{r(B)}}$. Takto vyjádřené hodnoty β pro celý soubor bonit

se použily pro odvození obou základních produkčních veličin CBP a CP s využitím tříparametrové růstové funkce V. Korfa. Hodnoty obou veličin jsou tabelovány (tabulka IV).

hospodářská úprava lesů; biometrie; růstové tabulky; matematický model; smrk

Biometrický výzkum lesních porostů nabývá stále většího významu pro využití jeho výsledků v pěstování, ochraně a hospodářské úpravě lesů. Hlubší zpracovávání zákonitostí růstových procesů lesních porostů, zejména matematické vyjádření vztahů mezi taxačními veličinami v průběhu porostního věku, jsou předpokladem pro zpřesnění hospodářského plánování a ekonomické usměrňování objemové produkce dřeva.

Stanovení závislostí mezi hlavními taxačními veličinami, jež se projevují zákonitě v průběhu vývoje stejnověkých lesních porostů, musí navazovat na výsledky dosavadních biometrických studií a doplňovat je tam, kde poznatky nejsou ještě ucelené. V naší práci nám v podstatě jde o matematické odvození celkové objemové produkce stejnověkých nesmíšených porostů v celém daném bonitním a věkovém oboru. Přitom je využito číselných údajů obsažených v růstových tabulkách, jež byly u nás sestaveny s využitím rozsáhlého materiálu nashromážděného periodickým měřením na výzkumných plochách za posledních téměř 20 roků.

V růstovém procesu stejnověkých porostů při normálním jejich vývoji jsou intervaly probírkového klidu, v nichž se porostní zásoba objemově zvětšuje růstovou činností daného počtu stromů. Po jeho uplynutí se probírkou redukuje počet stromů. Tím se mění celková prostorová vnitřní struktura porostů charakterizovaná změnou jejich hustoty a změnou sítě stromových rozestupů. Porostní zásoba před probírkou — zásoba sdruženého porostu (V_1) se probírkou zmenší na zásobu porostu hlavního (V_2). Během dalšího probírkového klidu — při konstantním počtu stromů — se porostní zásoba zvětšuje běžným přírůstem periodickým (BP), takže bezprostředně před další probírkou jde opět o zásobu sdruženého porostu $V_1 = V_2 + BP$.

Celková objemová produkce (CP) ve věku t se obvykle vyjadřuje součtem objemu hlavního porostu (V_2) a sumou všech probírek vykonaných do tohoto věku $\left(\sum_0^t \text{prob}\right)$.

Platí tedy obecně známá rovnice

$$CP = V_2 + \sum_0^t \text{prob.}$$

I když je tato rovnice srozumitelná a logická, je pro odvození celkové objemové produkce porostů málo upotřebitelná pro prakticky těžko zjistitelný druhý člen na pravé straně $\left(\sum_0^t \text{prob.}\right)$, což není třeba zvláště dokazovat. Pro soubor porostů jedné bonity

v různých věkových stupních je možno při systematicky prováděné probírkové evidenci vyrovnaním probírkových objemů jejich součet aproximativně zjistit. Za různých předpokladů byly navrženy pro odhad celkové objemové produkce některé metody. Tak je známa v literatuře metoda R. Magina (1964, 1966), k jejímuž použití je zapotřebí údajů o počtu stromů a objemu hlavního porostu v plynulé věkové řadě v 5 nebo 10letých intervalech. Na podkladě rozsáhlých biometrických šetření na bavorských výzkumných plochách byla uveřejněna metoda F. Franze (1963). Vychází při výpočtu objemové produkce z objemu hlavního porostu (V_2) a procenta předmýtní těžby. Převodní faktor na odvození celkové objemové produkce z objemu hlavního porostu byl tabelován.

U nás se podrobnějším stanovením celkové objemové produkce zabýval zejména J. Kouba (1980). Součet probírek vyjadřuje jako integrál probírkové funkce. Přitom vztah ročního probírkového objemu k celkovému součtu probírek vyjadřuje obdobně podle definice růstové intenzity a (V. Korf 1939). Je tedy podle autorova označení ve věku x objem probírky $V_p(x)$ a součet probírek do věku x pak $\sum_0^x V_p(x)$. Potom podle autora platí vztah

$$\frac{V_p(x)}{\sum_0^x V_p(x)} = \frac{y'}{y} = \frac{k}{x^n}.$$

Z toho vyplývá, že součet probírek $\sum_0^x V_p(x) = K_4(x) = A_4 \exp\left(\frac{k_4}{1-n_4} x^{1-n_4}\right)$.

Prvá derivace k této funkci vyjadřuje v podstatě objem probírky $V_p(x) = K_4'(x)$ a celková objemová produkce je

$$CP = K_1(x) = K_2(x) + K_4(x),$$

kde $K_2(x)$ je zásoba hlavního porostu ve věku x . Roční probírkový objem $K_4'(x)$ je roven objemu sdruženého porostu $K_3(x)$ zmenšenému o zásobu hlavního porostu $K_2(x)$. Platí proto tyto dvě rovnice

$$K_1(x) = K_2(x) + K_4(x)$$

$$K_4'(x) = K_3(x) - K_2(x)$$

Obě rovnice podle autora vyjadřují základní vztahy komponentů celkové objemové produkce. V dalším rozboru pak J. Kouba rovnice podrobuje podmínkám platným pro růstové funkce. Zejména vyjadřuje asymptotické hodnoty funkcí $K_1(x)$, $K_2(x)$, $K_4(x)$, tj. parametry A_1 , A_2 , A_4 . Všechny základní růstové rovnice byly vypočítány autorem pro růstové tabulky F. Franze (smrk) a J. Řeháka (borovice).

Odvození celkové objemové produkce s využitím své tříparametrové růstové funkce navrhl V. Korf (1971). Metoda pro využití při konstrukci růstových tabulek nebyla řešiteli doporučena vzhledem k tomu, že probírky v růstových řadách na PVP byly před jejich založením velmi různé intenzity a značně kolísavé. Metoda byla však použita

A. Priesolem a M. Hladíkem (1975) pro vyšetřování objemové produkce smíšených jedlo-bukových porostů Školního lesního podniku VŠLD ve Zvolenu s uspokojivými výsledky.

RŮSTOVÝ VÝVOJ STEJNOVĚKÝCH LESNÍCH POROSTŮ

Normální růstový vývoj stejnověkých nesmíšených lesních porostů je číselně vyjádřen v růstových tabulkách, které podávají model celého produkčního procesu v rozsahu uvažovaných bonit a věku. Všechny základní porostní veličiny můžeme v růstových tabulkách uvažovat jako funkce dvou proměnných, tj. bonity (B) a věku (t), podle obecného vztahu

$$y = f(B, t), \quad (1)$$

Tento vztah umožňuje zařazení konkrétních porostů do modelu růstových tabulek, a tím i stanovení potřebných tabulkových produkčních údajů s určitou přesností.

Při konstrukci růstových tabulek je všeobecnou snahou, aby byly sestaveny na podkladě nejširšího využití současných vědeckých poznatků, prověřených růstových zákonitostí a s využitím dendrometrických údajů získaných periodickým měřením na výzkumných plochách. Je to úloha velmi složitá a metodika konstrukce tabulek může být pochopitelně velmi různá, jak je také patrné z dosud konstruovaných tabulek zahraničních. Je zapotřebí přitom konstatovat, že nové čs. růstové tabulky pro hlavní naše dřeviny jsou sestaveny skutečně na podkladě nejnovějších vědeckých poznatků našich i zahraničních. Při jejich konstrukci bylo použito tak rozsáhlého empirického materiálu, jako nebylo použito při jiných tabulkách zahraničních. Metodika konstrukce tabulek a popis použitého podkladového materiálu byl podrobněji popsán a zhodnocen autory těchto tabulek, J. Halajem a J. Řehákem, i dalšími našimi vědeckými pracovníky. Obecně matematickým rozbořem biometrických zákonitostí růstového procesu stejnověkých porostů a jejich využitím pro modely růstových tabulek se také zabýval J. Wolf (1982).

Některé veličiny při konstrukci tabulek jsou primární, vyplývají přímo z vyhodnocených změřených údajů na výzkumných plochách. Konkrétně u našich růstových tabulek jsou primárními veličinami střední porostní výška, střední výčetní tloušťka a zásoba sdruženého porostu. Ostatní veličiny jsou pak odvozené. Vyrovnání empirických údajů pro jednotlivé bonity a jejich věkové řady bylo vykonáno podle teoreticky zdůvodněných spojitých funkcí, jež v geometrické interpretaci tvoří plynulé, hladké křivky.

Při složitě a velmi náročné výzkumné práci spojené s vyhotovením růstových tabulek bylo nutno stanovit předem některé základní předpoklady. Tak bylo stanoveno, že základní porostní zásobou bude kmenová zásoba s kůrou. Je to vedle stromové zásoby nejpřirozenější objemová jednotka pro stojící porosty. Pro některé potřeby praxe a také se zřetelem na dřívější používání jiných tabulek byly v čs. růstových tabulkách odvozeny zásoby v kmenovém objemu bez kůry, zásoba hroubí s kůrou a bez kůry, stromová zásoba s kůrou.

Bylo též stanoveno, že v našich tabulkách bude použito absolutních výškových bonit v rozsahu potřebném pro jednotlivé dřeviny. Základem pro tento bonitní systém je střední výška sdruženého porostu pro věkovou hladinu 100 roků. Byla tím vytvořena poměrně větší řada výškových bonit, jež umožňuje dostatečně přesné bonitační zařazení konkrétních porostů.

Pro další zpřesnění tabulkových údajů byl dále zaveden pojem „zásobových úrovní“. Jejich smysl, zdůvodnění a praktické využití je v uveřejněných pracích J. Halaje (1979, 1980, 1981).

V závislosti na výškových bonitách, zásobových úrovních a věku byly stanoveny

základní veličiny porostu sdruženého. Veličiny porostu hlavního a podružného byly odvozeny ve vztahu k veličinám porostu sdruženého. Tento postup byl metodicky zdůvodněn jak teoreticky, tak i na základě požadavků praxe.

ODVOZENÍ CBP STEJNOVĚKÝCH POROSTŮ JAKO ZÁKLADNÍ VELIČINY PRO CELKOVOU OBJEMOVOU PRODUKCI CP

Již v dřívějších pracích je uvedeno, že základní primární veličinou v růstovém procesu stejnověkých porostů je celkový běžný přírůst. Přitom uvažujeme celkový běžný přírůst periodní za období 5 nebo 10 roků (BP), z něhož vyplývá roční podíl označovaný jako celkový běžný přírůst roční (CBP). Odvození CBP je tedy při základních metodách na podkladě BP.

O významu celkového běžného přírůstu pro pěstění, ochranu, hospodářskou úpravu lesů a metodách pro jeho stanovení byla uveřejněna velká řada studií a odborných pojednání v zahraničí i u nás. Stručný přehled o přírůstové problematice a uveřejněných pracích za poslední období byl uveřejněn v Lesnictví (V. Korf 1981). Přitom se uvádí i význam CBP pro odvození celkové objemové produkce, která je v každém věku součtem všech celkových běžných přírůstů, takže platí

$$CP = V_2 + \sum_0^t \text{prob} = \sum_0^t \text{CBP}. \quad (2)$$

Teoreticky jsou ve veličinách BP, resp. CBP, obsaženy dvě objemové složky. Jedna z nich po probírce zůstává dále v růstovém procesu porostu, druhá pak je v objemovém ekvivalentu odčerpána probírkou. Tato skutečnost je známa z dendrometrické přírůstové teorie. Dále je známo, že za normálního růstového procesu stejnověkých porostů můžeme celkovou objemovou produkci definovat v průběhu věku růstovou funkcí. To znamená v matematickém vyjádření, že celkový roční běžný přírůst je definován jako prvá derivace k této růstové funkci. Obráceně pak celková produkce je integrálem přírůstové funkce. V našem rozboru používáme pro odvození CBP a CP tříparametrovou funkci V. Korfa (1939).

Celé řešení může být založeno na celkovém běžném přírůstu periodickém (BP) a jeho vztahu k zásobě porostu sdruženého (V_1). Pro tento rozbor je použito veličiny $\beta = \frac{BP}{V_1}$. Uvedený poměr se vypočítá pro jednotlivé výškové bonity a všechny věkové intervaly. Při podrobném průzkumu, a to pro různé dřeviny, bylo zjištěno, že veličina β se dá pro jednotlivé bonity dobře matematicky vyjádřit dvouparametrovou funkcí

$$\beta = \frac{BP}{V_1} = \frac{C}{t^r}, \quad (3)$$

kde C, r jsou parametry funkce, které mají pro jednotlivé bonity různé hodnoty. Pochopitelně, že při použití CBP na místo BP by poměr $\frac{CBP}{V_1}$ byl zlomkem β .

Veličina β je označena jako „růstová intenzita sdruženého porostu“ na rozdíl od dříve definované růstové intenzity α vyjadřující obecně vztah celkového běžného ročního přírůstu k celkové produkci. Matematicky je

$$\alpha = \frac{y'}{y} = \frac{k}{t^n}.$$

Vztahy mezi pravou růstovou intenzitou α , jež platí obecně i pro jiné základní růstové veličiny, a růstovou intenzitou zásoby sdruženého porostu β jsou biometricky velmi zajímavé regresní vztahy a vyžadují dalšího teoretického rozboru. Zatím se budeme zabývat dalším využitím intenzity β definované dvouparametrovou funkcí.

Důležitou veličinou v růstovém procesu stejnověkých porostů je objem středního kmene definovaný jako aritmetický průměr objemů všech kmenů v porostě v daném věku. Podle uvažované porostní zásoby rozeznáváme objem středního kmene porostní zásoby sdružené, objem středního kmene po probírce, tedy na počátku intervalu probírkového klidu, je porostní zásoba hlavního porostu dělená počtem stromů. Na konci probírkového klidu při stejném počtu stromů, bezprostředně před další probírkou, je to zásoba sdruženého porostu a jejím vydělením počtem stromů dostaneme objem středního kmene sdruženého porostu. Z probírkových objemů vyplývá objem středního kmene probírkového. V novějších růstových tabulkách jsou zpravidla také uvedeny objemy středních kmenů.

Objem středního kmene obecně je důležitá statistická veličina ve věkovém vývoji stejnověkých porostů. Dendrometricky je tato veličina (u zásoby sdruženého a hlavního porostu) označována jako vzorník zásoby, který má svůj teoretický i praktický význam. Proto také byla této veličině věnována zvláštní pozornost. U nás použil objemu středního kmene jako bonitační veličiny J. Nimburský (1905). Již před tím se zabývala problematikou středního kmene řada zahraničních autorů. Teoretickým rozбором objemu středního kmene se zabýval u nás A. Leporský (1931). J. Řehák ve svých pracích (1956, 1959, 1962 aj.) podrobně studoval teoretické vztahy objemů středních kmenů k ostatním dendrometrickým veličinám, jež se uplatňují ve vývoji stejnověkých porostů a které také mají význam zejména při konstrukci růstových tabulek.

V. Korf (1961) matematickým rozбором obecně vyřešil vztah objemu středního kmene (porostního vzorníku) k objemu přírůstového vzorníku. Teorii přírůstového vzorníku dále propracoval Š. Šmelko (1981). Na podkladě objemu středního kmene sdruženého porostu může být v každém věku porostu vyjádřen faktor β , jenž je pak veličinou pro odvození celkové objemové produkce stejnověkých porostů. Podle dřívějšího

$\beta = \frac{BP}{V_1}$ a v tomto poměru vyjádříme čitatele i jmenovatele zlomku pomocí objemu středního kmene sdruženého porostu $\bar{v} = \frac{V_1}{N}$

$$\beta = \frac{n\bar{v}}{N\bar{v}} = \frac{n}{N}, \quad (4)$$

kde n je počet stromů, jež objemově vyjadřují celkový běžný přírůst periodický při uvažovaném objemu středního kmene sdruženého porostu $\bar{v}$. Proto celkový běžný periodický přírůst můžeme pro jednotlivé bonity vyjádřit podle vztahů

$$BP = \beta V_1 = \beta N\bar{v}, \text{ kde } \beta = \frac{C}{t^r}.$$

Takto vyšetřený běžný přírůst periodický BP je podkladem pro odvození CBP. Jeho vyrovnaním pomocí derivace růstové funkce

$$y' = CBP = A \exp \left(\frac{k}{1-n} t^{1-n} \right) \frac{k}{t^n} \quad (5a)$$

se určí základní parametry růstové funkce — tedy celkové objemové produkce, jež je dána rovnicí

$$y = CP = A \exp \left(\frac{k}{1-n} t^{1-n} \right). \quad (5b)$$

Pro číselné odvození obou základních produkčních veličin (CBP, CP) bylo použito údajů růstových tabulek Halajových pro smrk nižších poloh, střední zásobové úrovně. Porostní zásoba je uvažována v kmenovém objemu s kůrou. Výpočet byl proveden pro všech 16 výškových absolutních bonit v rozpětí (12–42) při věkovém intervalu 5 roků až do 140 roků.

Vyrovnaní veličiny β na všech bonitách je velmi uspokojivé, o čemž svědčí korelační indexy dosahující ve všech případech $I_k = 0,999$.

Oba parametry C , r se stoupající bonitou v celku dosti pravidelně klesají. Tak C u výškové bonity 12 má hodnotu 265,34 a klesá tak, že u výškové bonity 42 má hodnotu 43,43. Podobně exponent r mírně klesá od nejvyšší hodnoty 1,684 (při bonitě 12) k hodnotě 1,424 (při bonitě 42). Jako příklad výpočtu obou produkčních veličin CBP a CP se uvádějí číselné údaje pro bonitu 20 (tabulka I).

VÝPOČET VELIČIN CBP A CP PRO CELÝ SOUBOR VÝŠKOVÝCH ABSOLUTNÍCH BONIT

Popis růstového procesu stejnověkých nesmíšených porostů na jednotlivých výškových bonitách vystihuje růstový model tabulek v konečných objemových jednotkách, o něž nám v podstatě jde.

V dalším propracování produkčního modelu se zabýváme komplexnějším jeho vyjádřením v celém oboru uvažovaných bonit a věku. Vyjdeme přitom především z formulace růstové intenzity sdruženého porostu, která pro jednotlivé bonity byla matematicky vyjádřena funkcí $\beta = \frac{C}{t^r}$.

Pro celý soubor uvažovaných výškových bonit oba parametry C , r vyjádříme funkcí bonity, takže růstová intenzita sdruženého porostu je pak definována

$$\beta = \frac{C(B)}{t^{r(B)}}. \quad (6)$$

Rozborem číselných údajů Halajových růstových tabulek pro smrk nižších poloh podle dříve uvedených předpokladů byly sestaveny regresní funkce

$$C(B) = \exp(-1,39797 \ln B + 8,94917), \quad (7)$$

$$r(B) = \exp(-0,13 \ln B + 0,83856). \quad (8)$$

Veličina β byla pomocí těchto parametrů vypočítána pro celý soubor výškových bonit (12–42) a všechny věkové intervaly do 140 roků. Přitom korelační index pro celý soubor je $I_k = 0,999$.

Výpis výpočtu pro $\beta = f(B, t)$ pro bonitu 20 s porovnáním s vypočítanými podíly $\frac{BP}{V_1}$ je v tabulce II.

Na podkladě vypočítaných veličin pro celý soubor výškových bonit (12–42) byl další postup výpočtu jako v dřívějším příkladu pro bonitu 20 jen s tím rozdílem, že bylo použito $\beta = \frac{C(B)}{t^{r(B)}}$. To znamená, že se vypočítal celkový běžný přírůst CBP (nevyrovnaný). Jeho vyrovnaní se vykonalo pomocí funkce vyjadřující prvou derivací k funkci růstové, tj.

$$CBP = A \exp\left(\frac{k}{1-n} t^{1-n}\right) \frac{k}{t^n}. \quad (5a)$$

I. Výpočet parametrů C , r , A , k , n . — Calculation of the parameters C , r , A , k , n

Bonita 20

t	N	V_2	V_1	BP	$\frac{BP}{V_1}$	$\beta = \frac{C}{t^r}$	$\bar{v} = \frac{V_1}{N}$	$\frac{BP}{V_1} = \beta \cdot V_1 = \beta \cdot N \cdot \bar{v}$	CBP	$A \exp \left(\frac{k}{1-n} t^{1-n} \right) \frac{k}{t^r}$	$A \exp \frac{k}{1-n} t^{1-n}$	CP dle růst. tabulek
m^3					m^3							
35	8521	73	80	35	0,4375	0,4332	0,009	34,65	6,93	7,00	86	84
40	6734	103	112	39	0,3482	0,3515	0,017	39,36	7,87	7,87	123	123
45	5447	134	145	42	0,2897	0,2923	0,027	42,38	8,47	8,45	164	165
50	4508	167	179	45	0,2514	0,2479	0,040	44,37	8,87	8,80	208	210
55	3807	198	211	44	0,2085	0,2135	0,056	45,05	9,01	8,98	252	254
60	3271	229	243	45	0,1852	0,1863	0,074	45,28	9,05	9,04	297	299
65	2851	259	274	45	0,1642	0,1644	0,096	45,05	9,01	9,00	342	344
70	2517	288	303	44	0,1452	0,1464	0,120	44,36	8,87	8,89	387	388
75	2246	315	331	43	0,1299	0,1314	0,148	43,50	8,70	8,73	431	431
80	2022	342	358	43	0,1201	0,1188	0,177	42,53	8,50	8,53	474	474
85	1836	368	384	42	0,1094	0,1080	0,209	41,49	8,29	8,33	517	516
90	1679	392	408	40	0,0980	0,0988	0,243	40,31	8,06	8,10	558	556
95	1544	416	432	40	0,0926	0,0906	0,279	39,22	7,84	7,86	598	596
100	1429	438	454	38	0,0837	0,0838	0,318	38,03	7,60	7,63	636	634
105	1328	459	475	37	0,0779	0,0776	0,358	36,87	7,37	7,39	674	671
110	1240	479	495	36	0,0727	0,0722	0,399	35,72	7,14	7,16	710	707
115	1162	498	514	35	0,0681	0,0673	0,442	34,60	6,92	6,93	745	742
120	1094	517	533	35	0,0657	0,0630	0,487	33,57	6,71	6,70	779	777
125	1032	535	550	33	0,0600	0,0591	0,533	32,50	6,50	6,48	812	810
130	977	552	567	32	0,0564	0,0556	0,580	31,50	6,30	6,27	844	842
135	928	568	583	31	0,0532	0,0524	0,628	30,52	6,10	6,07	875	873
140	883	583	598	30	0,0501	0,0495	0,677	29,59	5,91	5,88	905	903

$Ik = 0,999$

Regresní parametry

Odhad směrod. odchylek parametrů

$C = 113,008$

3,2862

$r = 1,565$

0,0074

$A = 2735,38$

23,22

$k = 52,776$

1,24

$n = 1,822$

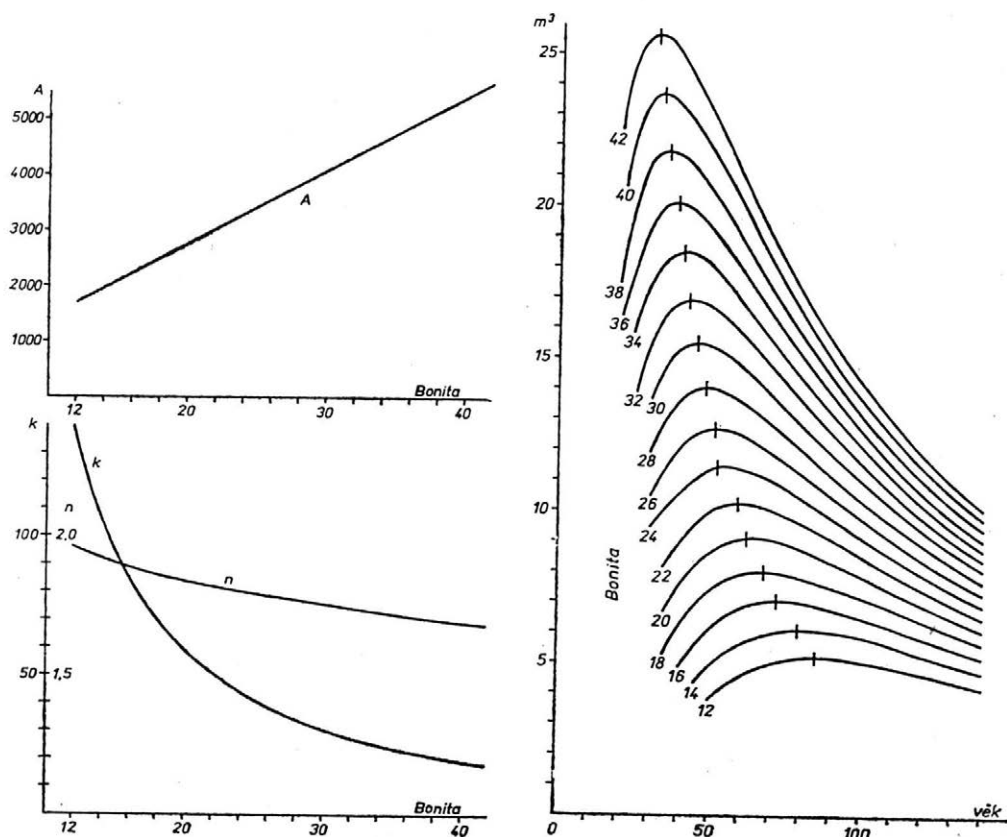
0,004

II. Výpočet veličiny β pro bonitu 20. — Calculation of the parameter β for height class 20

t	$\frac{BP}{V_1}$	$\beta = \frac{C(B)}{tr(B)}$	t	$\frac{BP}{V_1}$	$\beta = \frac{C(B)}{tr(B)}$
35	0,4375	0,4457	90	0,0980	0,1045
40	0,3482	0,3615	95	0,0926	0,0932
45	0,2897	0,3006	100	0,0837	0,0860
50	0,2514	0,2549	105	0,0779	0,0797
55	0,2085	0,2195	110	0,0727	0,0741
60	0,1852	0,1915	115	0,0681	0,0691
65	0,1642	0,1690	120	0,0657	0,0647
70	0,1452	0,1504	125	0,0600	0,0607
75	0,1299	0,1350	130	0,0564	0,0570
80	0,1201	0,1220	135	0,0532	0,0538
85	0,1094	0,1110	140	0,0501	0,0508

III. Vyrovnané parametry růstové funkce. — Smoothed parameters of the growth function

Výšková bonita B	Parametry			Kulminace přírůstů	
	A	k	n	t_1	t_2
12	1728,70	138,17	1,958	85	171
14	1988,59	107,44	1,922	78	160
16	2248,50	86,40	1,892	72	148
18	2508,39	71,29	1,865	67	139
20	2768,29	60,02	1,842	63	129
22	3028,19	51,37	1,820	59	122
24	3288,09	44,57	1,802	55	114
26	3547,99	39,11	1,784	51	107
28	3807,90	34,65	1,768	48	101
30	4067,79	30,95	1,754	45	95
32	4327,70	27,86	1,740	42	90
34	4587,59	25,24	1,728	40	84
36	4847,49	22,99	1,716	38	82
38	5107,39	21,05	1,705	35	75
40	5367,29	19,36	1,694	33	72
42	5627,20	17,88	1,684	32	68



1. Vyrovnané parametry A , k , n . — Smoothed parameters A , k , n
2. Průběh celkového běžného přírůstu. — The course of the total current increment

Tím byly získány pro jednotlivé bonity parametry A , k , n , jež byly dále pro celý soubor vyrovnány metodou nejmenších čtverců podle přílehlajících funkcí takto:

$$A = 129,95 B + 169,297; \quad I_k = 0,9997 \quad (9)$$

$$k = \exp(-1,63243 \ln B + 8,98493); \quad I_k = 0,9812 \quad (10)$$

$$n = \exp(-0,120296 \ln B + 0,971017); \quad I_k = 0,9922 \quad (11)$$

Vyrovnané parametry podle těchto rovnic jsou v tabulce III a na obr. 1. Pro jednotlivé bonity jsou dále vypočítány kulminace t_1 , t_2 obou přírůstů (CBP, CPP) podle vzorců vyplývajících z teorie růstové funkce:

$$t_1 = \sqrt[n-1]{\frac{k}{n}}; \quad t_2 = \sqrt[n-1]{\frac{1}{k}}.$$

Vyrovnané hodnoty obou základních produkčních veličin CBP a CP jsou pro všechny výškové bonity (12–42) tabelovány v tabulce IV. Průběh CBP je znázorněn na obr. 2.

IV. Vyrovnané hodnoty CBP a CP pro jednotlivé výškové bonity. — Smoothed values CBP and CP for different height classes

t	Bonita							
	12		14		16		18	
	CBP	CP	CBP	CP	CBP	CP	CBP	CP
	m ³							
35							5,26	55
40					4,89	61	6,21	85
45			4,37	61	5,61	87	6,92	118
50	3,78	58	4,93	85	6,15	117	7,42	154
55	4,21	78	5,36	110	6,54	148	7,75	192
60	4,55	100	5,66	138	6,79	182	7,94	231
65	4,80	123	5,87	167	6,94	216	8,02	271
70	4,97	148	5,99	197	7,01	251	8,02	311
75	5,09	173	6,05	227	7,01	286	7,96	351
80	5,15	199	6,06	257	6,97	321	7,85	390
85	5,17	225	6,03	287	6,88	356	7,71	429
90	5,15	250	5,97	317	6,77	390	7,55	468
95	5,11	276	5,88	347	6,64	423	7,37	505
100	5,04	301	5,78	376	6,49	456	7,18	541
105	4,97	326	5,66	405	6,33	488	6,98	577
110	4,88	351	5,53	433	6,17	519	6,79	611
115	4,77	375	5,40	460	6,00	550	6,59	645
120	4,67	399	5,26	487	5,84	580	6,39	677
125	4,56	422	5,13	513	5,67	608	6,20	708
130	4,45	444	4,99	538	5,51	636	6,01	739
135	4,33	466	4,85	563	5,35	663	5,83	769
140	4,22	488	4,72	586	5,19	690	5,65	797

ZÁVĚR

V biometrickém rozboru je řešen růstový proces stejnověkových nesmíšených porostů tak, aby konečné produkční veličiny, tj. celkový běžný přírůst CBP a celková objemová produkce CP byly matematicky vyjádřeny v celém oboru bonit a věku. Jako podkladu pro výzkum této biometrické úlohy a prověření celé metodické koncepce řešení bylo použito číselných údajů čs. růstových tabulek Halajových, a to údajů pro smrky nižších poloh.

Přitom jsme vyšli z údajů kmenového objemu s kůrou zásoby sdruženého porostu (V_1). Na této veličině a jejím celkovém periodickém běžném přírůstu (BP) je založena

<i>t</i>	Bonita							
	20		22		24		26	
	CBP	CP	CBP	CP	CBP	CP	CBP	CP
	<i>m</i> ³							
25							8,21	66
30			6,83	65	8,41	86	10,09	112
35	6,65	77	8,15	103	9,73	132	10,36	165
40	7,61	113	9,08	146	10,59	183	12,15	224
45	8,28	153	9,69	193	11,11	237	12,56	286
50	8,72	196	10,04	242	11,37	294	12,71	349
55	8,98	240	10,21	293	11,44	351	12,67	413
60	9,09	285	10,24	344	11,37	408	12,50	476
65	9,10	331	10,16	395	11,21	464	12,24	538
70	9,02	376	10,01	446	10,98	520	11,93	598
75	8,89	421	9,81	495	10,71	574	11,59	657
80	8,73	465	9,58	544	10,41	627	11,22	714
85	8,53	508	9,32	591	10,10	678	10,85	769
90	8,31	550	9,05	637	9,78	728	10,48	823
95	8,09	591	8,77	682	9,46	776	10,11	874
100	7,85	631	8,50	725	9,14	822	9,75	924
105	7,62	670	8,23	767	8,82	867	9,40	971
110	7,38	707	7,96	807	8,52	911	9,06	1018
115	7,15	743	7,70	846	8,23	953	8,74	1062
120	6,93	779	7,44	884	7,94	993	8,43	1105
125	6,71	813	7,20	921	7,67	1032	8,13	1147
130	6,49	846	6,96	956	7,41	1070	7,84	1187
135	6,29	878	6,73	990	7,16	1106	7,57	1225
140	6,09	909	6,51	1023	6,92	1141	7,31	1262

nově definovaná růstová intenzita sdruženého porostu β , kterou je možno matematicky vyjádřit pro každou bonitu dvouparametrovou funkcí

$$\beta = \frac{C}{t^r} \quad (3)$$

Při prvním řešení byla veličina β vyrovnána pro každou výškovou bonitu k odvození celkového běžného přírůstu CBP, a tím i celkové objemové produkce CP. Matematickým vyrovnáním předběžně odvozeného CBP pomocí derivace růstové funkce byly pro jednotlivé bonity získány parametry A , k , n růstové funkce, tj. celkové objemové produkce CP. Jako příklad je uveden výpočet pro výškovou bonitu 20 (tabulka I). Diference mezi

t	Bonita							
	28		30		32		34	
	CBP	CP	CBP	CP	CBP	CP	CBP	CP
	m ³							
20							12,98	91
25	9,96	85	11,84	108	13,82	134	15,89	164
30	11,86	140	13,70	172	15,60	208	17,54	248
35	13,05	203	14,78	243	16,54	289	18,32	338
40	13,72	270	15,32	319	16,92	373	18,52	430
45	14,01	339	15,47	396	16,91	458	18,35	522
50	14,03	410	15,36	474	16,67	542	17,96	613
55	13,88	479	15,08	550	16,27	624	17,43	702
60	13,61	548	14,70	624	15,78	704	16,83	787
65	13,26	615	14,25	697	15,24	782	16,19	870
70	12,87	680	13,78	767	14,67	856	15,55	949
75	12,45	744	13,29	834	14,10	928	14,91	1026
80	12,02	805	12,79	900	13,55	997	14,28	1098
85	11,59	864	12,30	962	13,00	1064	13,68	1168
90	11,16	921	11,83	1023	12,48	1128	13,11	1235
95	10,75	976	11,37	1081	11,97	1189	12,56	1299
100	10,35	1029	10,93	1136	11,49	1247	12,04	1361
105	9,96	1079	10,50	1190	11,03	1304	11,54	1420
110	9,59	1128	10,10	1241	10,59	1358	11,07	1476
115	9,23	1175	9,71	1291	10,18	1410	10,63	1531
120	8,89	1220	9,35	1339	9,79	1459	10,21	1583
125	8,57	1264	9,00	1385	9,42	1507	9,82	1633
130	8,26	1306	8,67	1429	9,06	1554	9,44	1681
135	7,97	1347	8,36	1471	8,73	1598	9,10	1727
140	7,69	1386	8,06	1512	8,42	1641	8,76	1772

vypočítanými hodnotami CP a údaji růstových tabulek na jednotlivých bonitách jsou relativně malé a dosahují jen v ojedinělých případech několika procent.

Při druhé variantě řešení byla růstová intenzita sdruženého porostu β vyjádřena pomocí parametrů C , r , které jsou funkcí bonit, takže

$$\beta = \frac{C(B)}{r(B)} \quad (6)$$

Hodnoty β byly podle tohoto vztahu vypočítány v celém rozsahu daných výškových bonit (12–42). Přitom korelační index pro celý soubor bonit obnáší $I_k = 0,999$.

t	Bonita							
	36		38		40		42	
	CBP	CP	CBP	CP	CBP	CP	CBP	CP
	m ³							
20	15,18	113	17,50	137	19,92	165	22,44	195
25	18,04	196	20,25	232	22,51	272	24,81	314
30	19,53	291	21,54	337	23,56	387	25,60	441
35	20,11	390	21,90	446	23,70	506	25,48	569
40	20,12	491	21,71	555	23,29	625	24,86	695
45	19,78	591	21,20	663	22,59	738	23,97	817
50	19,24	688	20,50	767	21,74	849	22,96	934
55	18,58	783	19,71	868	22,82	955	21,90	1046
60	17,87	874	18,88	964	19,88	1037	20,85	1153
65	17,13	962	18,05	1056	18,95	1154	19,83	1255
70	16,40	1046	17,24	1145	18,05	1247	18,85	1351
75	15,69	1126	16,45	1229	17,19	1335	17,92	1443
80	15,00	1202	15,70	1309	16,38	1419	17,05	1530
85	14,34	1276	14,99	1386	15,62	1499	16,23	1614
90	13,71	1346	14,32	1459	14,90	1575	15,46	1693
95	13,12	1413	13,68	1529	14,22	1648	14,75	1769
100	12,57	1477	13,08	1596	13,59	1717	14,08	1841
105	12,04	1539	12,52	1660	12,99	1784	13,45	1909
110	11,54	1598	11,99	1721	12,43	1847	12,87	1975
115	11,07	1654	11,50	1780	11,91	1908	12,31	2038
120	10,63	1708	11,03	1836	11,42	1966	11,80	2098
125	10,21	1761	10,59	1890	10,96	2022	11,32	2156
130	9,82	1811	10,18	1942	10,53	2076	10,87	2212
135	9,45	1859	9,79	1992	10,12	2128	10,44	2265
140	9,10	1905	9,42	2040	9,74	2177	10,05	2316

Stejným postupem, jako je znázorněno při první variantě u bonity 20, byl pomocí takto vypočítaných hodnot β odvozen CBP a k němu příslušné parametry A , k , n , které se metodou nejmenších čtverců vyrovnaly podle přílehlajících funkcí (9), (10), (11).

Konečné objemové veličiny CBP, CP vypočítané pomocí vyrovnaných parametrů růstové funkce jsou tabelovány (tabulka IV).

Porovnání vypočítané celkové objemové produkce CP s údaji růstových tabulek svědčí o tom, že postup řešení je přijatelný. Objemové difference vyplývající z tohoto porovnání jsou u většiny bonit jen zlomkem procenta. U několika bonit (při nižším věku) jsou difference několikaprocentní.

Pro matematické odvození konečných objemových veličin CBP a CP byla využita vlastní tříparametrová růstová funkce. Matematickým rozбором bylo potvrzeno, že tato růstová funkce je dobře použitelná k biometrickému modelu růstových tabulek.

Došlo dne 3. 5. 1983

Literatura

- BURDA, F.: Metoda nejmenších čtverců a její aplikace v lesnickém biometrickém výzkumu. *Lesnictví*, 1971, s. 891-902
- HALAJ, J.: Rast a produkcia smrekových porastov. *Lesnictví*, 1979, s. 869-882
- HALAJ, J. — PÁNEK, Fr. — PETRÁŠ, R. — GREK, J.: Rastové tabuľky hlavných drevín ČSSR — 2. vydanie. ZZ, 1980
- HALAJ, J. — PÁNEK, Fr. — PETRÁŠ, R.: Matematický model druhého vydania rastových tabuliek pre smrek, jedlu, dub a buk. *Lesnictví*, 1981, s. 867-878
- HRADEZKY, J.: Modell eines integrierten Ertragsstafel-Systems in modularer Form. 1972, Freiburg, 172 s.
- KORF, V.: O přírůstové porostní kontrole. *Lesnictví*, 1961, s. 75-86
- KORF, V.: Příspěvek k matematické definici vzrůstového zákona hmot lesních porostů. *Les. práce*, 1939, s. 339-356
- KORF, V.: Odvození celkové produkce hmotové lesních porostů. *Lesnictví*, 1971, s. 903-922
- KOUBA, J.: Metody řízení produkce lesů na základě teorie náhodných procesů. ZZ, 1980, 57 s.
- PRIESOL, A. — HLADÍK, M.: Produkcia zmiešaného jedlo-bukového lesa v bukovom vegetačnom stupni. *Lesnictví*, 1975, s. 831-850
- ŘEHÁK, J.: Některé poznatky ze studia stejnověkých nesmíšených porostů, jako příspěvek k metodice konstrukce růstových tabulek. *VÚLHM* 1973, 289 s.
- ŘEHÁK, J.: Metodické zásady konstrukce růstových tabulek borovice druhého vydání. *Lesnictví*, 1981, s. 879-896
- STOLINA, M.: Ohrozenost lesných porastov škodlivými činiteľmi v závislosti od rastových fáz. *Lesnický časopis*, 1982, s. 439-456
- ŠMELKO, Š.: Biometrické vzťahy pre prírastové tabuľky smreka založené na teórii prírastkového vzorníka. *Lesnictví*, 1981, s. 913-928
- VYSKOT, M. a kol.: Základy růstu a produkce lesů. SZN, Praha, 1971, 440 s.
- WOLF, J.: Biometrické zákonitosti růstového procesu stejnověkých porostů a biometrické modely růstových tabulek. *Lesnictví*, 1982, s. 1037-1043
- ŽARNOVIČAN, R.: Fonction de la croissance de Korf. *The Forestry Chronicle*, 1979, s. 194-197

КОРФ, В. — БУРДА, Ф. (Praha). Биометрический анализ ростового процесса лесонасаждений одинакового возраста и математическая модель ростовых таблиц для ели низших положений. *Lesnictví*, 29, 1983 (10): 841-855.

В работе общематематически выведены главные производственные величины объемной продукции несмешанных лесонасаждений одинакового возраста, а именно общий текущий прирост (ОТП) и общая объемная продукция (ОП). Модель объемной продукции была составлена для стволового запаса с корой низменной ели. С этой целью для всех высотных бонитетов (12—42) была вычислена ростовая интенсивность разновозрастного насаждения, математически определена для отдельных бонитетов функции $\beta = \frac{C}{t^r}$. Во втором варианте оба параметра C , r выражены для всей совокупности высотных бонитетов как их функции, так что $\beta = \frac{C(B)}{t^{r(B)}}$.

Таким образом выраженные величины β для всей совокупности бонитетов использовались для выведения обеих основных продуктивных величин ОТП и ОП с использованием трехпараметровой ростовой функции В. Корфа. Данные обеих величин табулированы (таблица IV).

лесостроительство; биометрия; таблицы роста; математическая модель; ель

KORF, V. — BURDA, F. (Praha). *Biometric Analysis of the Growth Process of Coeval Forest Stands and a Mathematical Model of the Growth Tables for Lowland Spruce*. Lesnictví, 29, 1983 (10) : 841-855.

The main production characters of the volume production of coeval unmixed stands — total current increment (CBP) and total volume production (CP) — have been derived in general form mathematically. A model of volume production was made for the tree stock outside bark in lowland spruce. Therefore the growth intensity of the stand before thinnings was calculated for all height classes (12—42), defined mathematically for different classes by the function $\beta = \frac{C}{t^r}$. In the other variant the two parameters C , r are expressed for the whole set of height classes in form of their function — $\beta = \frac{C(B)}{t^{r(B)}}$.

The values expressed in this way for the whole set of height classes were used to derive the two basic production characters CBP and CP applying the three-parameter growth function of V. Korf. The values of the two characters have been arranged in a table (Tab. IV).

forest management; biometry; growth tables; mathematical model; spruce

Adresy autorů:

Prof. Dr. Ing. Václav Korf, DrSc., Na okraji 48, 162 00 Praha 6

Dr. František Burda, Vysoká škola zemědělská, 160 21 Praha - Suchbát

POČET STROMŮ V RŮSTOVÉM PROCESU STEJNOVĚKÝCH BOROVÝCH POROSTŮ

J. Řehák

ŘEHÁK, J. (Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, Kostelec nad Černými lesy). *Počet stromů v růstovém procesu stejnověkých borových porostů*. Lesnictví, 29, 1983 (10): : 857 – 870.

Príspevek se zabývá vztahem mezi hektarovým počtem stromů a některými dalšími porostními veličinami, zejména střední výčetní tloušťkou, objemem středního kmene, popř. též výškou a výtvarnicí. Dokazuje možnost využití rozestupové vzdálenosti, která je lineárně závislá na střední výčetní tloušťce, k odvození počtu stromů při konstrukci růstových tabulek. Předností tohoto vztahu je to, že je bezčasový a bezbonitní, a proto výhodnější, než poskytuje postup používaný při vyhotovení československých růstových tabulek pro hlavní dřeviny z roku 1980, tj. z hektarové zásoby porostu (sdruženého) a objemu středního kmene, kde obě vstupní veličiny byly vyrovnány v závislosti na věku a bonitě. Počtu stromů, přestože je nejspolehlivěji zjištělnou taxační veličinou při stanovení porostních zásob průměrkováním a některými statistickými metodami, není v taxační praxi využíváno přiměřeně jeho významu (ve srovnání s ostatními porostními veličinami), a to pro jeho velkou variabilitu nejen podle věku a bonity. Při rozbořech materiálu z kontrolních porostů a trvalých výzkumných ploch v rámci prověrky borových růstových tabulek se ukázalo, že relativní odchylky mezi skutečným a tabulkovým počtem stromů se chovají velmi zajímavě ve vztahu k relativním odchylkám některých základních porostních veličin, zvláště střední výčetní tloušťky, střední porostní výšky, popř. i výtvarnice. Těchto poznatků by bylo možno využít v pracích hospodářské úpravy lesů, například při stanovení zakmenění podle počtu stromů (a tím ev. ke kontrole zakmenění odvozeného z poměru tabulkových a skutečných zásob nebo výčetních základů).

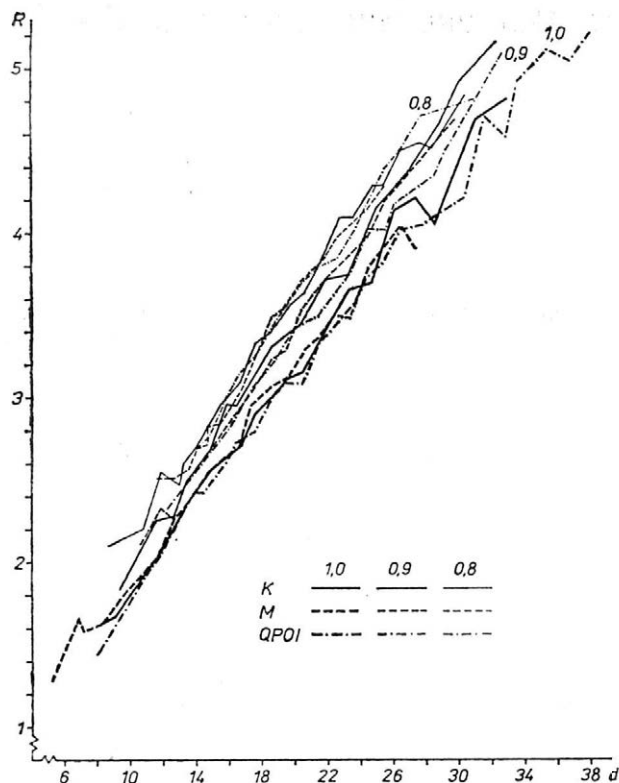
hospodářská úprava lesů; růstový proces; zakmenění; borovice

Při prověrce československých růstových tabulek pro borovici (Řehák 1981a) a později též při rozbořech dalších empirických podkladů se ukázaly některé zajímavé vztahy mezi porostními veličinami stejnověkých nesmíšených borových porostů (jež budou patrně v obměnách platit i pro jiné dřeviny), které dosud nebyly předmětem podrobnějšího studia, popř. výsledky prací tohoto zaměření nebyly ještě prakticky využity.

Sem patří především určité bezčasové a bezbonitní závislosti týkající se počtu stromů, který je nesporně velmi důležitou primární porostní veličinou. Jeho předností je především to, že při zjišťování porostních zásob průměrkováním je velmi přesně zjištělný (spolehlivěji než např. výčetní tloušťky a zvláště výšky, kde záleží na přesnosti měřických pomůcek — průměrek a výškoměrů — i na svědomitosti pracovníků). Přesto však jeho využívání v taxační praxi nenabýlo uplatnění přiměřeného jeho významu v porostní struktuře. Podle zkušeností působila vždy značné obtíže jeho velká variabilita vzhledem k údajům růstových tabulek, a to nejen podle věku a bonity.

Na podkladě výsledků studie uskutečněné v souvislosti s ověřováním borových růstových tabulek — na materiálu, který nebyl použit při jejich konstrukci (tj. na kontrolních porostech založených pracovníky Lesprojektu a na velkém počtu trvalých výzkumných ploch — býv. VLÚ v Kostelci n. Č. Lesy, VÚLHM Strnady aj.) se vlastnosti této veličiny projeví v poněkud jiném světle, než jsme zatím byli zvyklí.

Poznátky získané z uskutečněných rozborů se staly impulsem k novému hledání možností, jak se vypořádat s problematikou počtu stromů, jejíž řešení je potřebné k dal-



1. Průměrné hodnoty rozestupové vzdálenosti R v závislosti na střední výčetní tloušťce d podle stupňů zakmenění a ekologických kategorií. — Average values of tree spacing R in relation to mean breast-height diameter d according to the degrees of stand density and ecological categories

šímu prohlubování studia růstových procesů lesních porostů a vedle toho též pro případnou inovaci metodických základů konstrukce růstových tabulek.

Podkladem ke studiu závislosti počtu stromů na jiných porostních veličinách byly především publikace A. Priesola, uveřejněné v období od roku 1966 do 1973, a rovněž na ně navazující práce J. Roda (1980). V této fázi výzkumu bylo použito celého empirického materiálu z borových poloprovozních výzkumných ploch (který sloužil k vyhotovení borových růstových tabulek — 1980). K tomuto účelu však byl podroben novým rozborům a úpravám se zaměřením na odvození počtu stromů pomocí rozestupové vzdálenosti.

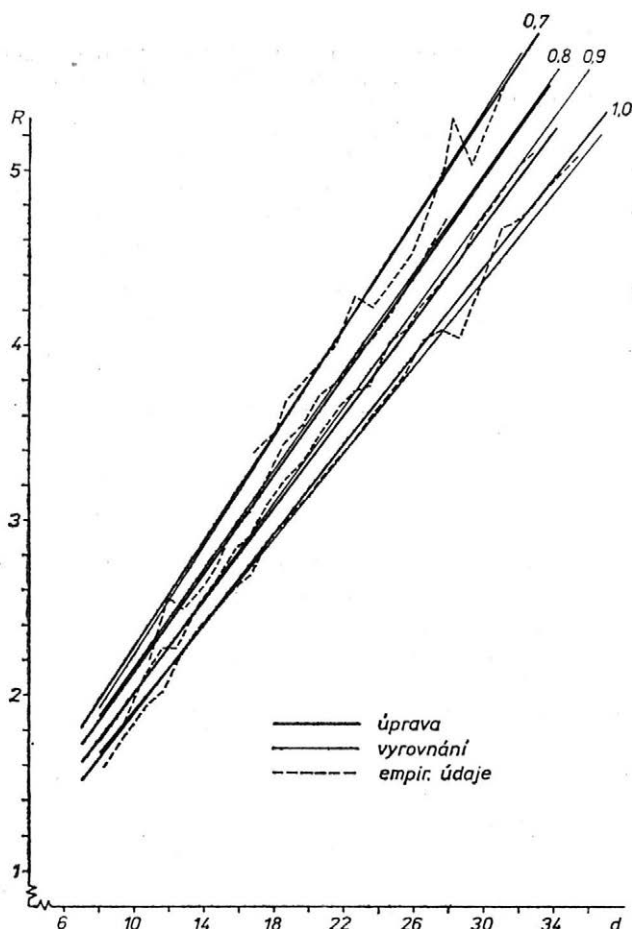
Nejprve byl celý materiál přetříděn podle vybraných (nejvíce zastoupených) ekologických kategorií, popř. jejich skupin, a to: K — M — PQOI, a v jejich rámci pak ještě podle stupně odhadnutého zakmenění (ovšem po jeho ověření podle společné metodiky výzkumných pracovišť). Pro všechny údaje o počtu stromů byla vypočtena rozestupová vzdálenost podle vzorce (Priesol 1978)

$$R = \sqrt{\frac{11547}{N}} \quad (1)$$

a potom podle průměrných středních výčetních tloušťek (v intervalech po 1 cm) byly vyšetřeny odpovídající průměrné rozestupové vzdálenosti. Ty pak byly vyneseny do grafu na obr. 1 v závislosti na průměrných středních výčetních tloušťkách, a to odděleně podle zvolených ekologických kategorií (různými druhy čar) a současně též diferencované podle stupně odhadnutého zakmenění (1,0 — 0,9 — 0,8). Pro zakmenění 0,7 a rovněž pro ostatní ekologické kategorie (řady živné, extrémní a další, ani pro plochy typologicky nezatříděné) nebylo k dispozici dostatek údajů nezbytných pro tak podrobné třídění,

2. Vyrovnání empirických hodnot rozestupové vzdálenosti R v závislosti na střední výčetní tloušťce d podle stupňů odhadnutého zakmenění.

— Empirical values of tree spacing R smoothed in relation to mean breast-height diameter d according to the degrees of estimated stand density



a tak nebyly v této etapě zahrnuty do dalšího zpracování. Z grafu je patrné, že čáry znázorňující seřazení průměrných hodnot rozestupové vzdálenosti R v závislosti na střední výčetní tloušťce d se bez ohledu na různé ekologické kategorie vzájemně prolínají, přičemž sledují stejný směr; zřetelně se však rozvrstvějí podle stupňů zakmenění. Dá se tedy předpokládat, že je možno vyhodnotit celý empirický materiál souhrnně bez zřetele na příslušnost k typologickým jednotkám, tedy diferencovaně pouze podle zpracovávaných stupňů zakmenění. Za tím účelem byla vyhotovena pomocná sestava, v níž byly podle jednotlivých stupňů zakmenění (nyní bylo již dosti údajů i pro 0,7) vypočteny průměrné hodnoty výčetních tloušťek podle jednocentimetrových intervalů a k nim příslušející průměrné hodnoty rozestupové vzdálenosti. Zde již nebyly respektovány ekologické kategorie. Do tohoto zpracování bylo zahrnuto 798 dvojic údajů z poloprovozních výzkumných ploch, z čehož 180 PVP (tj. 14 %) připadá na kategorie řady živné, extrémní a ostatní, včetně 35 ploch typologicky nezatržďených.

Empirické údaje průměrných hodnot rozestupové vzdálenosti v závislosti na střední výčetní tloušťce byly pak diferencovaně podle stupňů zakmenění vyneseny do grafu na obr. 2, do něhož jsou též zakresleny vyrovnávací regresní přímky pro příslušná zakmenění (a dodatečně byly ještě do tohoto grafu vloženy přímky, jejichž koeficienty byly upraveny podle postupu dále popsáního).

Vyrovnáním průměrných rozestupových vzdáleností v závislosti na středních výčetních tloušťkách pomocí lineární regrese byly získány předběžné rovnice uvedené v tabulce I.

I. Předběžné rovnice pro výpočet rozestupové vzdálenosti pro různé stupně zakmenění. — Preliminary equations for calculating the tree spacing for different degrees of stand density

Zakm.	Rovnice regresní přímky	r	s^2	n
1,0	$R = 0,1237541 d + 0,6738282$	0,99749	0,00696	31
0,9	$R = 0,1370233 d + 0,6407349$	0,99873	0,00221	22
0,8	$R = 0,1411377 d + 0,7502481$	0,99672	0,00393	19
0,7	$R = 0,1555128 d + 0,6792813$	0,98791	0,01646	15

Podle rovnice uvedené v prvním řádku tabulky lze vypočítat rozestupovou vzdálenost k dané tloušťce při plném zakmenění a z té pak vyšetřit počet stromů podle rovnice

$$N = \frac{11547}{R^2}. \quad (2)$$

Pro jiný stupeň zakmenění se počet stromů získá tak, že údaj vyšetřený podle rovnice (2) se vynásobí příslušným zakmeněním.

Podobně podle dalších tří rovnic (odvozených pro rozestupovou vzdálenost při zakmenění 0,9 — 0,8 — 0,7) je možno vyšetřit počet stromů odpovídající plnému zakmenění tak, že počet stromů získaný z některé rovnice pro nižší stupeň zakmenění se vydělí příslušným zakmeněním.

Oprávněnost předpokladu, že rovnice odvozené pro závislost $R = f(d, \text{zakm.})$ podle stupňů zakmenění 1,0 — 0,9 — 0,8 — 0,7 jsou podloženy dostatečně spolehlivým odhadem zakmenění, se dá prokázat tím, že rozestupová vzdálenost a jí odpovídající počet stromů (vypočítané z uvedených předběžných rovnic) budou vykazovat přibližně stejné výsledky po přepočtu na plné zakmenění (popř. naopak z plného na nižší stupeň).

V tabulce II jsou porovnány hodnoty počtu stromů a rozestupové vzdálenosti vypočtené podle rovnic uvedených v tabulce I s odpovídajícími údaji získanými po příslušné redukci zakmenění. V prvním sloupci a v prvním hlavním řádku jsou (vždy pro tloušťky 10, 15, 20, 25 a 30 cm) vypočteny rozestupové vzdálenosti a počty stromů podle rovnice pro plné zakmenění; v následujících třech sloupcích jsou tyto údaje přepočteny na nižší stupně zakmenění (0,9 — 0,8 — 0,7). V dalších sloupcích a hlavních řádcích jsou hodnoty N a R vypočteny z rovnic: pro zakmenění 0,9 (údaje zapsány ve druhém hlavním řádku, druhém sloupci), pro zakmenění 0,8 (třetí hlavní řádek, třetí sloupec) a konečně pro zakmenění 0,7 (čtvrtý hlavní řádek, čtvrtý sloupec). V prvním sloupci pak druhý, třetí a čtvrtý hlavní řádek uvádí hodnoty rozestupové vzdálenosti a počtu stromů přepočtené na plné zakmenění z údajů získaných podle rovnic pro nižší stupně zakmenění. Z hodnot zapsaných v prvním sloupci (a to v prvním hlavním řádku podle rovnice pro plné zakmenění a v druhém až čtvrtém hlavním řádku podle rovnic pro nižší stupně zakmenění po přepočtu na plné) byla vypočtena definitivní rovnice odpovídající zakmenění 1,0

$$R = 0,1275236d + 0,6302632, \quad (3)$$

$$r = 0,999462, \quad s^2 = 0,0008755.$$

Z této rovnice pak byly upraveny rovnice pro nižší stupně zakmenění, a to pro:

$$q = 0,9 \quad R = 0,1344219d + 0,6443532 \quad (3a)$$

$$q = 0,8 \quad R = 0,1425758d + 0,7046547 \quad (3b)$$

$$q = 0,7 \quad R = 0,1524201d + 0,7533059 \quad (3c)$$

II. Porovnání rozestupové vzdálenosti a počtu stromů vypočtených pro různé stupně zakmenění podle rovnic v tabulce I; redukce údajů z plného na nižší stupeň zakmenění a naopak. — Comparison of the tree spacing and tree number calculated for different degrees of stand density according to the equations in Tab. I; data reduction from the full to the lower degree of stand density and vice versa

q	d	R	N	R	N	R	N	R	N
		z rovnice pro $q = 1,0$		z této přepočteno na zakmenění					
				0,9		0,8		0,7	
1,0	10	1,9114	3161	2,0148	2845	2,137	2529	2,2845	2212
	15	2,5301	1804	2,667	1623	2,8288	1443	3,0241	1263
	20	3,1489	1165	3,3192	1048	3,5206	932	3,7637	815
	25	3,7677	813	3,9715	732	4,2124	651	4,5032	569
	30	4,3865	600	4,6237	540	4,9042	480	5,2428	420
převezeno na $q = 1,0$ z rovnice pro příslušné zakmenění									
0,9	10	1,9078	3173	2,011	2855				
	15	2,5577	1765	2,6961	1589				
	20	3,2077	1122	3,3812	1010				
	25	3,8576	776	4,0663	698				
	30	4,5076	568	4,7514	511				
0,8	10	1,9334	3089			2,1616	2471		
	15	2,5646	1756			2,8673	1404		
	20	3,1958	1131			3,573	904		
	25	3,827	788			4,2787	631		
	30	4,4582	581			4,9844	465		
0,7	10	1,8694	3304					2,2344	2313
	15	2,5200	1818					3,012	1273
	20	3,1706	1149					3,7895	804
	25	3,8211	791					4,5671	554
	30	4,4717	577					5,3447	404

Regresní přímky znázorňující podle předchozích rovnic upravený průběh závislosti rozestupové vzdálenosti na střední výčetní tloušťce podle jednotlivých stupňů zakmenění byly dodatečně dokresleny (jak již uvedeno) do grafu na obr. 2.

V tabulce III jsou pak pro zvolené tloušťky uvedeny v prvním sloupci počty stromů odvozené podle výsledné rovnice (3); v dalších sloupcích jsou zapsány počty stromů získané z původních (předběžných) rovnic (tabulky I a II) pro jednotlivé stupně zakmenění, a to po přepočtu na plné zakmenění. U každé hodnoty je pak připojen údaj o procentuální diferenci od počtu stromů zapsaného v prvním sloupci. Z výsledků tabulky vyplývá, že procentuální rozdíl se v rámci přezkoušených středních výčetních tloušťek (10 až 30 cm) a u stupňů zakmenění (1,0 až 0,7) pohybuje v mezích od $-2,95$ do $+3,75$ %. Je tedy možno konstatovat, že předpoklad, ze kterého se vycházelo při popsaném

III. Porovnání počtu stromů získaných z rovnic pro rozestupovou vzdálenost podle různého stupně zakmenění (tabulka II) přepočtených na plné zakmenění, s hodnotami z výsledné rovnice (3). — Comparison of the tree number obtained from the equations for tree spacing according to different degrees of stand density (Tab. II) — recalculated to full stand density, with the values from resultant equation (3).

d	N z rovnice (3)	1,0		0,9		0,8		0,7		Průměr %
		N	%	N	%	N	%	N	%	
10	3180	3161	-0,60	3173	-0,22	3080	-2,95	3304	+3,75	-0,02
15	1785	1804	+1,05	1765	-1,13	1756	-1,65	1818	+1,82	+0,09
20	1141	1165	+2,06	1122	-1,69	1131	-0,88	1149	+0,70	+0,19
25	792	813	+2,58	776	-2,06	788	-0,51	791	-0,13	-0,12
30	582	600	+3,00	568	-2,46	581	-0,17	577	-0,87	-0,50

postupu je oprávněný, tj. že odhad zakmenění uvedený taxátorem ve formulářích pro záznamy z poloprovozních výzkumných ploch je v podstatě spolehlivý.

Výsledná rovnice přímky definující bezčasově a bezbonitně závislost rozestupové vzdálenosti na střední výčetní tloušťce (3) je tedy velice dobře použitelná při konstrukci růstových tabulek ke stanovení hektarového počtu stromů. Podle požadavku společné metodiky pracovišť zabývajících se konstrukcí československých růstových tabulek byl ovšem počet stromů vyšetřen jiným způsobem, a to tak, že vyrovnaná sdružená zásoba byla vydělena objemem středního kmene

$$N_t = V_t : v_t,$$

přičemž objem středního kmene byl odvozen z vyrovnané střední výčetní tloušťky a střední porostní výšky podle vzorce Korsuňova a Hubačova. U všech tří uvedených veličin bylo vyrovnaní provedeno podle Korfovy růstové funkce v závislosti na věku a bonitách.

V souvislosti s prozkoumáním borových růstových tabulek bylo využito poznatku o velmi těsných vztazích mezi střední výčetní tloušťkou a rozestupovou vzdáleností (a tím i počtem stromů) získaného na empirickém materiálu shromážděném pro přezkoušení tabulkových údajů. Pro tabulkový počet stromů (323 hodnot) byly vypočteny rozestupové vzdálenosti a provedeno jejich vyrovnaní v závislosti na tabulkových středních výčetních tloušťkách; při tom byla získána rovnice přímky

$$R = 0,1263313d + 0,5738669 \quad (4)$$

$$(r = 0,99813; s^2 = 0,00748)$$

Parametry tohoto výrazu se příliš neliší od parametrů získaných při vyhodnocování empirických údajů z PVP o různém stupni zakmenění. Tímto způsobem odvozená rovnice (3) má násobnou konstantu 0,1275236 a adiční 0,6302632; jsou tedy směrnice obou přímek téměř totožné (rozdíl činí - 0,0011923, tj. - 0,935 % vzhledem k původnímu vyrovnaní), naproti tomu adiční konstanta je u rovnice z vyrovnaných hodnot růstových tabulek (1980) menší o 0,0563863 než tomu je u rovnice z empirických údajů (o 8,95 %). V důsledku toho by růstové tabulky, pro něž by počet stromů byl vyšetřen pomocí rozestupové vzdálenosti z rovnice (3), měly (v rozpětí tlouštěk od 5 do 40 cm) asi o 3 až 11 % menší počet stromů (a tím i hektarové zásoby), než mají borové tabulky 2. vydání (1980).

Je třeba ještě uvést, že při zpracování vyrovnaných tabelovaných hodnot počtu stromů a středních tlouštěk (RT 1980) vycházejí statistické charakteristiky poněkud ne-

příznivější (viz rovnice (4)), než při vyhodnocení údajů přímo z výzkumných ploch s odhadem zakmenění (rovnice (3)). To je patrně způsobeno jednak tím, že se při zpracování údajů hotových růstových tabulek pracovalo se zaokrouhlenými vstupními veličinami (N, d), jednak v důsledku toho, že hektarové zásoby sdruženého porostu zde byly vyrovnávány v závislosti na věku (z empirického materiálu přepočteného na plné zakmenění) pro každou bonitu samostatně; výsledný svazek zásobových vývojových křivek byl pak konstruován po dalších úpravách parametrů Korfovy růstové funkce. Naproti tomu nová varianta odvození počtu stromů (pomocí rozestupové vzdálenosti lineárně závislé — bezčasově a bezbonitně — na střední výčetní tloušťce), která vede prakticky ke stejným výsledkům (podle rovnice (4)), dává vzájemným vztahům mezi tabulkovými bonitami harmonickou návaznost. Je proto vhodnější pro konstrukci růstových tabulek, než tomu bylo u řešení stanoveného jednotnou metodikou.¹⁾

Počtem stromů a jeho významem v růstovém procesu lesních porostů se již zabývala řada autorů a byla mu přikládána větší nebo menší důležitost. Např. Köhler (Stammzählen, 1916 Tübingen) pokládá počet stromů za nejvhodnější míru pro stanovení správného výchovného zásahu; sestavil tabulky počtu stromů na podkladě jednotky, kterou nazývá Standraum. Počet stromů odvozuje v závislosti na střední výšce, podobně jako u nás Konšel, který uvádí závislost počtu stromů na výšce vzorcem
$$N = \frac{1000(k-h)}{h},$$

kde k = konstanta (pro smrk — 45, jedli — 48, borovici — 40 atd.).

V. Korf (1955) charakterizuje počet stromů ve stejnověkovém porostu jako veličinu pohyblivou poměrně ve velmi širokých mezích a závislou na řadě okolností (na dřevině, věku, stanovišti, výchově a v mladším věku i na způsobu založení). Ve svém Příspěvku k matematické definici růstového zákona (1939) uvádí V. Korf analytické vyjádření počtu stromů v závislosti na věku, a to hyperbolou tvaru

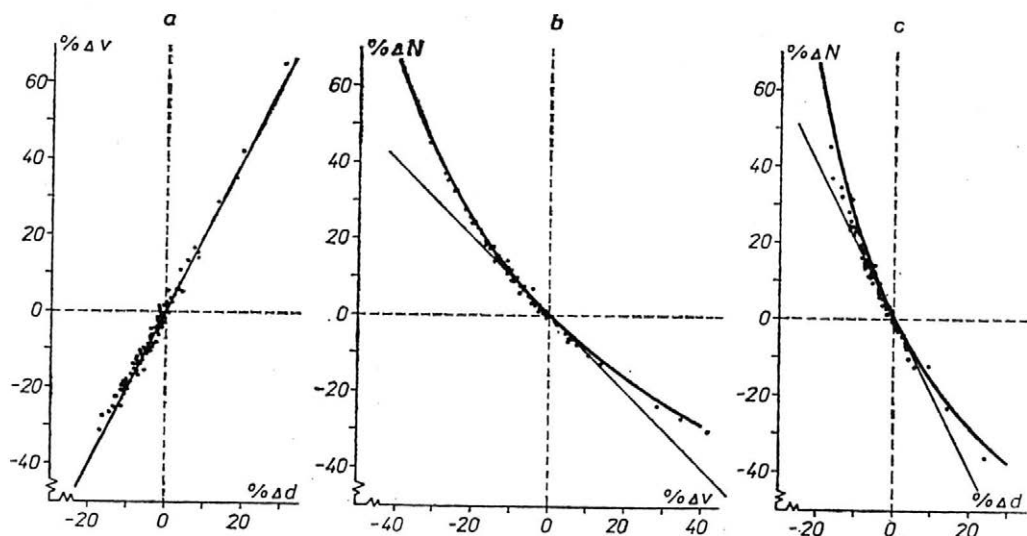
$$N = \frac{B}{t^m} \quad (\text{kde } B \text{ a } m \text{ jsou konstanty pro bonitu})$$

a na str. 359 píše: „Význam počtu stromů při praktickém používání výnosových tabulek je sice podřadnější, avšak je přece jenom jednou z náležitostí moderních tabulek, neboť je v přímé souvislosti s ostatními taxačními veličinami“. Leporský (1949) usuzuje, že „počet stromů není vázán žádnou bezprostřední funkční závislostí...“; na jiném místě: „zásoba i výčetní porostní základna mohou být stejné i při různém počtu stromů...“ a dále „u střední tloušťky a počtu stromů nelze očekávat tak těsnou závislost hodnot skutečných a tabulkových jako u zásoby, výčetní základny aj. veličin; stejné výčetní základně mohou totiž odpovídat různé kombinace tloušťky a počtu stromů“.

Pod dojmem úvah tohoto druhu a rovněž na podkladě zkušeností taxátorů zůstával počet stromů vždy stranou bližšího zájmu; jeho značná proměnlivost přiváděla uživatele růstových tabulek většinou do určitých rozpaků. Vždyť ani v tabulkách (Schwappachových, Wiedemannových, Gehrhardtových aj.) není možno nalézt zřetelný vztah mezi počtem stromů a některou z dalších porostních veličin. Pouze Solymos (1969) ve svých smrkových růstových tabulkách uvádí dvě alternativy střední výčetní tloušťky — D I a D II — a jim odpovídající dvě hodnoty pro počet stromů — N I a N II; k sobě patřící dvojice tloušťky a počtu dávají vždy stejnou hektarovou výčetní základnu i zásobu.

Při prověrce borových tabulek v roce 1981 (Řehák 1981b) byly všechny porostní veličiny prověřovaných kontrolních porostů a trvalých výzkumných ploch podrobeny důkladným rozborům. U každé plochy byla vypočtena absolutní i relativní (procentuální) difference mezi tabulkovými a skutečnými údaji, a to u střední porostní výšky, střední výčetní tloušťky, objemu středního kmene, sdružené zásoby, počtu stromů a vý-

¹⁾ Při použití rovnice (3) se dostanou poněkud nižší výsledky.



3. Vztahy mezi relativními rozdíly skutečných údajů od tabulkových: a — závislost procentuální difference objemu středního kmene na procentuální diferenci střední výčetní tloušťky, b — závislost procentuální difference počtu stromů na procentuální diferenci objemu středního kmene, c — závislost procentuální difference počtu stromů na procentuální diferenci střední výčetní tloušťky. — Relations between the relative differences of actual data from tabular ones: a — relation of percent difference of mean stem volume to the percent difference of mean breast-height diameter, b — relation of percent difference of tree number to percent difference of mean stem volume, c — relation of percent difference of tree number to percent difference of mean breast-height diameter

četní základny. Kromě toho bylo též uvedeno porovnání skutečného (tj. vypočteného z poměru zásob) a odhadnutého zakmenění.

Podle očekávání se procentuální difference mezi skutečnou a tabulkovou střední výškou projeví jako velmi malé (převážně do $\pm 2\%$, výjimečně až do $-3,24\%$, popř. $+3,75\%$). Tyto odchylky vyplývají pouze z možnosti přesného zařazení do bonitního stupně, popř. mezistupně (bylo interpolováno na liché AVB), mohou ale mít určitý vliv při dalších rozbořech. Procentuální odchylkou zásoby sdruženého porostu není třeba se dále podrobněji zabývat. Platí o ní, že odečtena od sta dává stupeň zakmenění (v procentech); totéž se dá použít i u výčetní základny. Ve většině případů jsou mezi výslednými hodnotami (zakmenění ze zásoby nebo z výčetní základny) velmi malé rozdíly, které se při zaokrouhlení na desetiny zpravidla neprojeví.

Naproti tomu se však v četných případech vyskytly značné difference (absolutní i relativní) mezi skutečnými a tabulkovými hodnotami střední výčetní tloušťky, objemu středního kmene a hektarového počtu stromů.

Z procentuálních diferencí skutečných hodnot od tabulkových u těchto tří veličin, odvozených při zmíněné prověrce borových růstových tabulek (1981) na materiálu 15 kontrolních porostů (Lesprojekt ČSR) a 42 měření na trvalých výzkumných plochách (Kostelec n. Č. 1., Strnady), doplněných ještě údaji ze 44 měření na probírkových plochách (VÚLHM Strnady — Pařez), byl sestaven graf na obr. 3, který poskytuje zajímavé informace o vzájemných vztazích mezi těmito třemi veličinami (popř. mezi procentuálními difference u jejich skutečných a tabulkových hodnot). Graf má tři části. Levá (označená jako a) znázorňuje, že relativní odchylka skutečného objemu středního kmene od tabulkového ($\% \Delta V$) je přibližně dvojnásobná, než procentuální rozdíl mezi skutečnou a tabulkovou střední výčetní tloušťkou ($\% \Delta d$); na grafu je zakreslena přímka o směrnici

rovné dvěma (2), procházející počátkem osově soustavy (adiční konstanta je nulová). Body znázorňující závislost $\% \Delta v$ na $\% \Delta d$ vykazují určitý rozptyl kolem této přímky, což je projevem vlivu (i když poměrně malého) rozdílu mezi skutečnými a tabulkovými hodnotami střední výšky a výtvarnice. Empirické odvození přibližného vztahu mezi sledovanými procentuálními diferencemi je možno vysvětlit i matematicky, a to z analogie podle postupu, který použil Breymann²⁾ (in Korf 1953) pro stanovení objemového přírůstu konkrétního stromu na podkladě dílčích přírůstů na tloušťce, výšce a výtvarnici. Breymann vychází ze základní rovnice pro objem stromu

$$v = g \cdot h \cdot t = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h \cdot t, \quad (5)$$

kde: g – výčetní základna,
 h – výška,
 t – výtvarnice,
 d – výčetní tloušťka,

a usuzuje takto: za předpokladu, že se v krátkém časovém intervalu nezmění výtvarnice t , je objemový přírůst vytvářen jen přírůstem tloušťky a výšky; objem je pak funkcí pouze dvou nezávisle proměnných, tj. tloušťky a výšky

$$v = f(d, h). \quad (6)$$

Změní-li se výčetní tloušťka d o určitý přírůst Δd a výška h o přírůst Δh (přičemž se výtvarnice nezmění), je objemový přírůst Δv definován rozdílem dvou funkcí

$$v = f(d + \Delta d, h + \Delta h) - f(d, h). \quad (7)$$

Po rozvedení první funkce podle Taylorovy řady a po dalších úpravách (zvl. po vypuštění veličin s malými hodnotami) dospívá autor k přibližnému (zjednodušenému) výrazu pro stanovení běžného přírůstu na objemu

$$\Delta v = v \left(\frac{2 \Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h} \right). \quad (8)$$

V případě, že by nebyl uvažován ani přírůst výškový (tedy $\Delta h = 0$), byl by objemový přírůst dán výrazem

$$\Delta v = v \frac{2 \Delta d}{d}. \quad (9)$$

Za předpokladu, že vedle tloušťkového přírůstu Δd a přírůstu výškového Δh by se počítalo i se změnou výtvarnice, bylo by třeba rovnici (9) rozšířit o další člen, takže

$$\Delta v = v \left(\frac{2 \Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h} \pm \frac{\Delta t}{t} \right). \quad (10)$$

Budeme-li tedy v našem řešení aplikovat Breymannovu výslednou (zjednodušenou) definici (Korf 1953) pro objemový přírůst tak, že zaměníme za přírůsty jednotlivých vstupních veličin procentuální difference skutečných údajů od tabulkových, dospějeme k analytickému vyjádření procentuální difference skutečného objemu středního kmene od tabulkového v závislosti na procentuálních diferencích střední výčetní tloušťky, střední výšky a výtvarnice

$$\% \Delta v = 2 \cdot \% \Delta d + \% \Delta h \pm \% \Delta t. \quad (11)$$

²⁾ Viz též ŠMELKO, 1975.

A budeme-li dále předpokládat, že je možno zanedbat relativně malé procentuální difference střední výšky a výtvarnice, dospějeme k obdobnému závěru jako Breymann (in Korf 1953), že totiž procentuální difference skutečného objemu středního kmene od tabulkového se rovná přibližně dvojnásobku procentuální difference skutečné střední výčetní tloušťky od údaje tabulkového

$$\% \Delta v \doteq 2 \cdot \% \Delta d, \quad (12)$$

což je znázorněno v části a) grafu na obr. 3.

Ve střední části grafu na obr. 3 (b) je znázorněna závislost procentuální difference skutečného počtu stromů od tabulkového ($\% \Delta N$) na procentuální diferenci mezi skutečným a tabulkovým objemem středního kmene ($\% \Delta v$). Z grafu lze vyčíst, že porovnávané relativní rozdíly srovnávaných veličin jsou u malých hodnot (asi do ± 10 až 15%) téměř stejné, mají však opačné znaménko. Vykreslená srovnávací přímka má směrnici -1 a prochází počátkem osově soustavy (adiční konstanta je rovna nule). Tento zjednodušený vztah znázorňující, že procentuální difference počtu stromů je přibližně rovna procentuální diferenci objemu středního kmene (procentuální rozdíl skutečného počtu stromů od údaje tabulkového se tedy změní o stejnou hodnotu, o jakou se změní relativní rozdíl mezi skutečným a tabulkovým objemem středního kmene), by bylo možno použít i při odvození zakmenění s přesností postačitelnou pro běžnou provozní aplikaci, a to z poměru skutečného a tabulkového počtu stromů, který by byl upraven podle uvedené přibližné závislosti

$$\pm \% \Delta N \doteq \mp \% \Delta v. \quad (13)$$

Ve skutečnosti je ovšem závislost relativní difference počtu stromů na relativním rozdílu objemů středních kmenů (rozumí se konkrétních údajů od hodnot uvedených v růstových tabulkách) poněkud složitější a dá se matematicky definovat výrazem

$$\% \Delta N = \left(\frac{100}{100 + \% \Delta v} - 1 \right) \cdot 100^3 \quad (14)$$

(v grafu 3b je vztah definovaný touto rovnicí znázorněn křivkou procházející počátkem osově soustavy, a to konvexně prohnutou vzhledem ke srovnávací přímce).

V tabulce IV je číselný přehled hodnot procentuálních diferencí počtu stromů odpovídajících procentuálním diferencím objemu středního kmene odstupňované po 5% podle výrazu (14).

IV. Závislost procentuální difference počtu stromů skutečných a tabulkových na procentuální diferenci objemu středního kmene. — Relationship between the percent difference of actual tree number from tabular tree number and the percent difference of mean stem volume

$+\ \% \Delta v$	$-\ \% \Delta N$	$-\ \% \Delta v$	$+\ \% \Delta N$
$+ 5$	$- 4,76$	$- 5$	$+ 5,26$
$+ 10$	$- 9,09$	$- 10$	$+ 11,11$
$+ 15$	$- 13,04$	$- 15$	$+ 17,65$
$+ 20$	$- 16,66$	$- 20$	$+ 25,00$
$+ 25$	$- 20,00$	$- 25$	$+ 33,33$
$+ 30$	$- 23,08$	$- 30$	$+ 42,86$
$+ 35$	$- 25,93$	$- 35$	$+ 53,85$
$+ 40$	$- 28,57$	$- 40$	$+ 66,66$
$+ 45$	$- 31,03$	$- 45$	$+ 81,81$
$+ 50$	$- 33,33$	$- 50$	$+ 100,00$

³⁾ Výraz odpovídá postupu, který se používá při přepočtu objemu s kůrou na objem bez kůry (popř. opačně) při známém procentuálním podílu kůry.

Pro výpočet zakmenění z počtu stromů, který by byl stejně přesný jako ze zásob ($Q = V_{sk} : V_{RT}$), je možno vyjít ze vzorce (14) po následující úpravě

$$Q = \frac{N_{sk}}{\frac{100}{100 + \% \Delta v} \cdot N_{RT}} = \frac{N_{sk} (100 + \% \Delta v)}{100 \cdot N_{RT}}. \quad (15)$$

Rovněž bez použití procentuálních diferencí je možno vypočítat zakmenění, a to přímo pomocí zjištěných taxačních veličin podle výrazu

$$Q = \frac{N_{sk}}{\frac{1}{\left(\frac{v_{sk}}{v_{RT}} - 1\right) + 1} \cdot N_{RT}} = \frac{N_{sk} \left[\left(\frac{v_{sk}}{v_{RT}} - 1\right) + 1\right]}{N_{RT}}. \quad (16)$$

Závislosti mezi počtem stromů a objemem středního kmene vyplývají ovšem přímo ze základních vztahů mezi hlavními porostními veličinami: porostní zásoba se rovná objemu středního kmene násobeného počtem stromů (a to jak v tabulkách, tak i v konkrétním porostu)

$$V_{RT} = N_{RT} \cdot v_{RT} \quad (\text{nebo } V_{sk} = N_{sk} \cdot v_{sk}). \quad (17)$$

Jestliže se zvětší nebo zmenší skutečný objem středního kmene vzhledem k tabulkovému (v důsledku změn střední tloušťky, výšky a výtvarnice) a má-li při tom zásoba zůstat nezměněna, musí se skutečný počet stromů zmenšit nebo zvětšit vůči údajům tabulek ve stejném poměru, který vyplývá ze základního požadavku

$$N_{sk} \cdot v_{sk} = N_{RT} \cdot v_{RT} = V_{RT}, \quad (17a)$$

z toho pak plyne, že

$$N_{sk} = N_{RT} \cdot \frac{v_{RT}}{v_{sk}} \left(= \frac{V_{RT}}{v_{sk}} \right). \quad (17b)$$

V případě, že je tedy známý skutečný objem středního kmene konkrétního porostu (na podkladě průměrkování a sestavení výškového grafikonu, včetně obvyklých výpočtů) a je-li jeho hodnota odlišná od údaje tabulkového, dá se podle rovnice (17b) zjistit počet stromů, který vynásoben skutečným objemem středního kmene dává tabulkovou zásobu. Tento upravený tabulkový počet stromů ($\hat{N}_{RT}$) uvedený do poměru ke skutečnému počtu stromů (na 1 ha) dává rovněž zakmenění se stejnou přesností, jako se získá z poměru zásob

$$Q = N_{sk} : \hat{N}_{RT} (\equiv V_{sk} : V_{RT}). \quad (17c)$$

V poslední části grafu na obr. 3 (c) je znázorněna závislost procentuální difference mezi skutečným a tabulkovým počtem stromů na dvojnásobku relativního rozdílu mezi skutečnou a tabulkovou výčetní tloušťkou, která má rovněž opačné znaménko

$$\pm \% \Delta N = \mp 2 \% \Delta d \quad 4). \quad (18)$$

Vkreslená srovnávací přímka má směrnici rovnou -2 a adiční konstantu nulovou; sledovaný vztah (podle rovnice (18)) však znázorňuje jen velmi přibližně (asi do ± 7 až $10 \% \Delta d$), obdobně jako tomu bylo u závislosti definované rovnicí (13). Analogicky podle

4) Za předpokladu, že je přípustné zanedbat změny výšky a výtvarnice.

výrazu (14) by také bylo možno vyjádřit tento vztah analytickým způsobem, a to

$$\% \Delta N = \left(\frac{100}{100 + 2 \cdot \% \Delta d} - 1 \right) \cdot 100. \quad (19)$$

Křivka, kterou tento vzorec popisuje, je zakreslena do grafu na obr. 3 (c); je také vzhledem k srovnávací přímce konvexně prohnutá a prochází počátkem osové soustavy. Číselné hodnoty $\% \Delta N$ je možno vyhledat v tabulce IV, avšak pro $\% \Delta d$ je třeba vzít dvojnásobek hodnoty platící pro $\% \Delta v$ (což vyplývá i ze vztahu mezi $\% \Delta d$ a $\% \Delta v$ podle rovnice (12)).

SOUHRN

Účelem studie bylo rehabilitovat v očích odborných pracovníků hospodářské úpravy lesů i provozu dosud nedosti oceněnou porostní veličinu — počet stromů — a naznačit možnosti jeho širšího praktického využívání.

Ze studia vztahů mezi procentuálními diferencemi skutečného a tabulkového počtu stromů k relativním rozdílům skutečných hodnot a tabulkových údajů některých primárních porostních veličin, zvláště střední výčetní tloušťky a střední porostní výšky, popř. i veličin odvozených, jako je např. výtvarnice a objem středního kmene, vyplynuly poznatky o zákonitých vztazích, matematicky definovatelných, ev. i o některých přibližných závislostech. Tyto závislosti nabízejí nové možnosti aplikace počtu stromů jako důležité, v růstovém procesu lesních porostů nezastupitelné a přesně zjištěitelné taxační veličiny, a to souběžně a rovnocenně s porostními veličinami dosud přednostně používanými (např. se zásobami nebo výčetními základnami ke stanovení zakmenění apod.).

Je pouze otázkou vyhotovení jednoduchých (číselných a grafických) pomůcek a pak snad ještě osvojení si nových návyků, aby počet stromů zaujal v konstrukci růstových tabulek i v taxační praxi takové postavení, které mu vzhledem k jeho významu po právu náleží.

Došlo dne 13. 5. 1983

Literatura

- HALAJ, J. — ŘEHÁK, J.: Vyhodnotenie rastových tabuliek hlavných drevín ČSSR. Příroda, Bratislava, 1979
- KORF, V.: Příspěvek k matematické definici růstového zákona. Lesnická práce, 1939 (separát)
- KORF, V.: Dendrometrie, 1953, SZN Praha
- KORF, V.: Hospodářská úprava lesů. 1955, SZN Praha
- LEPORSKÝ, A.: Způsob přezkoušení všeobecných porostních (výnosových) tabulek pro místní poměry. Sborník Vysoké školy zemědělské Brno, 1949, s. 1-75
- PRIESOL, A.: Stromové rozestupy. Veda, vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied, Bratislava, 1978
- ROD, J.: Růstové charakteristiky na typologických jednotkách pro borovici ČR. ZZ 1980
- ŘEHÁK, J.: Metodické zásady konstrukce růstových tabulek borovice druhého vydání. Lesnictví, 27, 1981a, 10, s. 879-896
- ŘEHÁK, J.: Prověra růstových tabulek borovice na základě vyhodnocení souboru kontrolních porostů a trvalých výzkumných ploch. ZZ 1981b
- SOLYMOS, R.: Neue Ertragsstafeln für Fichte. Erdészeti kutavások, 65, 1969, 1, s. 11-17
- ŠMELKO, Š.: Štúdium rastu a prírastu lesných stromov a porastov (časť II.), ZZ 1975
- Komise pro RT — ČSSR: Metodika zakládání a vyhodnocování výzkumných ploch pro vypracování růstových tabulek hlavních dřevin ČSSR. ÚVTI Praha, 1972

РЖЕГАК, Я. (Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, Kostelec nad Černými lesy). Число деревьев в процессе роста насаждений сосны одинакового возраста. Lesnictví, 29, 1983 (10) : 857-870.

В статье сначала рассмотрены возможности и надежность исследования числа деревьев в зависимости от среднего диаметра на высоте груди, при помощи расстояния между стволами. С этой целью весь материал из полупроизводственных научно-исследовательских участков (который был также материалом для составления основных таблиц роста 1930) снова оценивался, а именно так, что у каждого участка из данного числа деревьев на гектар вычислялось расстояние между стволами (1), которое выравнивалось при помощи линейной регрессии в зависимости от среднего диаметра на высоте груди, дифференцированного согласно таксации степени полноты насаждения. Путем трансформации уравнений, указанных в таблице № 1 полноты насаждения и других необходимых вычислительных исправлений, было получено уравнение (3), определяющее зависимость расстояния между стволами от среднего диаметра на высоте груди. Из него можно вывести число деревьев, а именно согласно уравнению (2). Этот метод, после получения удовлетворительного результата оценки эмпирического материала, исследовался также по данным уже изготовленных сосновых таблиц роста (1980). Было получено уравнение (4), соответствующее искомым отношениям между величинами d и N этих таблиц. Различия в данных параметров у уравнений (3) (из эмпирических данных и таксации полноты насаждения) и (4) (из данных уже составленных таблиц) очень небольшие, и также результаты этого метода при разработке материала подтвердили, что для возможного будущего обновления методика конструкции таблиц роста было бы выгоднее включить описанный здесь метод (безвременной и безбонитетный) для определения числа деревьев, вместо существующего способа.

Во втором разделе статья обследует возможность использования числа деревьев для определения полноты насаждения. Для этого необходимо определенным способом исправить табличное число деревьев, а именно в отношении к измененным величинам объема среднего ствола или среднего диаметра на высоте груди (или средней высоты и видового числа) в конкретном насаждении, в связи с данными таблицы. Для изменения табличного числа деревьев можно использовать или непосредственно отношения между действительным и табличным объемом среднего ствола, или также процентные различия действительного объема среднего ствола (или среднего диаметра на высоте груди) в сравнении с данными таблицами роста, и зависимости относительного различия действительного и табличного числа деревьев от этих изменений.

В статье также проведено сравнение математических формулировок, исследованных отношений между величинами насаждений — с установленными зависимостями приближительными, и оценкой возможности их использования согласно требованиям практического применения к достижимой точности.

лесоустойчивость; процесс роста; полнота насаждения; сосна

ŘEHÁK, J. (Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, 281 63 Kostelec nad Černými lesy). *Tree Number in the Growth Process of Pine Coeval Stands*. Lesnictví, 29, 1983 (10) : 857-870.

A possibility and reliability of investigating the tree number in relation to the mean breast-height diameter, by means of tree spacing, is treated. Therefore the whole tree stock (which had been used for the compilation of pine growth tables in 1980) on pilot research areas was re-evaluated: tree spacing /1/ was calculated for each area from the given per-hectare tree number, this character was smoothed by linear regression in relation to the breast-height diameter, in a differentiated manner according to the estimated degree of stand density. After the transformation of equations presented in Tab. I to full stand density and after further necessary numerical modifications, equation /3/ was obtained defining the relationship between tree spacing and mean b. h. d. Tree number can then be derived from equation /2/. The results of evaluation of the empirical material being satisfactory, this procedure was also tested by the data from the pine growth tables (1980). Equation /4/ was obtained, corresponding to the searched relations between the parameters d and N in these tables. Differences in the values of the parameters in equation /3/ (from the empirical data and estimated stand density) and in equation /4/ (from the data of the compiled tables) are small; the results of this procedure have confirmed that if the methods of compiling growth tables were innovated in future, the above procedure (time- and site-class-independent) should be introduced for determining the tree number instead of that used up to now.

In the second part a possibility of using the tree number for determining the stand density is treated. Therefore it is necessary to adjust in certain way the tabular number of trees, in relation to the modified values of mean stem volume, and/or mean breast-height diameter (or mean height and stem form factor) of a concrete forest stand, with respect to the tabular data. To adjust the tabular tree number, the relations between the actual and tabular mean stem volume can be used, or percent differences of the actual mean stem volume (or mean b. h. d.) from the data of the growth tables, and the relation of the relative difference in the actual and tabular tree number to these changes.

Mathematical formulations of the investigated relations between the stand characters are being compared with the ascertained approximate relations, and possibilities of their use are evaluated according to the requirements for accuracy of practical application.

forest management; growth process; stand density; pine

Adresa autora:

Dr. Ing. Jaroslav Řehák, CSc., Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ,
281 63 Kostelec nad Černými lesy

J. Polák

POLÁK, J. (Lesprojekt, České Budějovice). *Zjišťování hustoty porostů metodou indexu SDI*. Lesnictví, 29, 1983 (10): 871–880.

Hustota lesních porostů se obvykle vyjadřuje tyxační veličinou zakmeněním. Reinecke (1933) a další, jako Daniel, Meyn, Moore (1979), Sterba, Daniel (1975), řeší míru hustoty porostů indexem SDI. Vychází ze zákonitosti v růstových procesech lesních porostů vyjádřené bezčasovým a bezbonitním vztahem definujícím hektarový počet stromů N/ha jako funkci střední porostní tloušťky d_m za určitých podmínek. Daná studie předkládá výsledky ověření indexu SDI v podmínkách lesních porostů ČSSR pro borovici (*Pinus silvestris*) podle růstových tabulek (Řehák 1980) představujících součást celého souboru nových růstových tabulek ČSSR 2. generace. Kromě toho se zabývá možnostmi využití indexu SDI při kontrole produkce v hospodářské úpravě lesů, při zjišťování zakmenění, při inventarizaci lesů pro dálkový průzkum Země, při kontrole výsledků přímého zjišťování porostních zásob, při posuzování hustoty porostů k výzkumným účelům na dlouhodobých výzkumných plochách nebo k vzájemnému porovnání úrovně hustoty porostů různých tabulek. Z regresní rovnice pro sledovaný vztah pro *Pinus silvestris* (Řehák 1980) $N/ha = a \cdot d^{-b} = 146\,132 \cdot d^{-1,613525}$, v logaritmickém vyjádření $\lg N/ha = 5,164745 - 1,613525 \cdot \lg d$ je odvozen příslušný index jako míry modelové hustoty stromů v borových porostech ČSSR $SDI = 10 \lg N + 1,613525 \lg d - 2,255611$, který vykazuje průměrnou modelovou hodnotu hustoty 806,4.

hospodářská úprava lesů; hustota porostů; počet stromů; borovice

K určení hustoty porostů se ve střední Evropě používá zakmenění. V roce 1933 vyvinul Reinecke index porostní hustoty (Stand density index — SDI), který do metrického systému nově zpracoval Daniel, Meyn a Moore (1979). Reinecke zjistil, že v porostech monokulturních, plně zakmeněných, přirozených a neobhospodařovaných platí v USA tato zákonitost: Dva plně zakmeněné, neobhospodařované čisté porosty vykazují nezávisle na věku a bonitě (stanovišti) přesně stejný počet kmenů, jestliže mají tutéž střední výčetní tloušťku, takže platí vztah

$$N/ha = f(d_m) \quad (1)$$

Tuto zákonitost prověřili Daniel a Sterba pro růstové tabulky dubu (maďarské růstové tabulky) převzaté po prověření Marschalem (1975) pro kompletní vydání nových růstových tabulek Rakouska. Ačkoliv nejsou růstové tabulky ve střední Evropě sestaveny pro přirozené porosty, lze ukázat, že pravděpodobně pro všechny druhy hospodářských dřevin zmíněné sbírky růstových tabulek sestavené Marschalem bude při stejné střední výčetní porostní tloušťce příslušet stejný hektarový počet stromů. Na příkladu zvolené tloušťky $d_{1,3} = 25$ cm byla prokázána tato poměrně těsná závislost ve vztahu k bonitě s rozptylem N/ha od 5 do 10 %.

Zjištěná zákonitost podle vztahu (1) vedla již Reineka ke zjištění, že k určité střední výčetní tloušťce d_m příslušný počet N je dobrou mírou pro hustotu porostu. Při porovnání N/ha pro různé d_m tří odlišných růstových oblastí s duglaskovými porosty (Sierra Nevada s maximální produkcí, Pacifického západu se střední produkcí a Kalifornských porostů s minimální produkcí) vyplynulo, že vztah (1) zobrazen na dvojitém logaritmickém papíře má lineární průběh, tj. přímka vykazuje směrnici $b = \lg \varphi = -1,6$. Jednotlivé dřeviny se podle něho rozlišují pouze polohou této křivky, tj. paralelním posunem.

Přezkoušení této zákonitosti uskutečnil Daniel a Sterba dvěma možnými způsoby:
a) na růstových tabulkách Assmann — Franz (1963) pro smrk Bavorska, které obsahují jako jediné maximální hodnoty G/ha . Směrnice přímky vykazala hodnotu $b = -1,49$;

b) metodou C-D-Regel podle Kiro a kol. (1953) formulovanou Sterbou (1975) v borových porostech na žulovém podloží. Vzhledem k tomu, že inventarizační data o přirozených, plně zapojených porostech se jen zřídka nacházejí, byly údaje pro sledované borové porosty extrapolovány na $G/\max/ha$ (použito $N = 344$ zkusných ploch). Analyzovány byly též reprezentativní zkusné plochy smrku a buku. Ukázalo se, že zjištěné směrnice $b = \lg \varphi$ se pohybují v rozsahu uváděném Reinekem.

S ohledem na stav porostů použitých ke studiu Reinekem a porostů ve středoevropském prostoru lze difference různých evropských růstových tabulek a porostů USA považovat za výslednici různých způsobů obhospodařování porostů.

Pro praktické využití navrhl Reineke SDI ze vztahu (1) pro fiktivní střední výčetní tloušťku $d_{1,3} = 25$ cm matematicky definovaný

$$SDI_s = N_s \left(\frac{25}{d_s} \right)^{-b}. \quad (2)$$

Představuje míru hustoty porostu s různým skutečným počtem kmenů N/ha , tj. při různém stupni zakmenění a různé skutečné střední porostní tloušťce d_s . Tloušťku d_s vyjadřuje relativně ve vztahu k účelně zvolené konstantní tloušťce $d_s = 25$ cm, která se přibližně nachází ve středu celého variačního tloušťkového rozpětí.

Po zlogaritmování přejde vztah (2) na tvar

$$\lg SDI = \lg N + b \cdot \lg d - \lg 25 \cdot b. \quad (3)$$

Původní vyjádření této funkce (Reineke 1933) bylo pro dané dřeviny

$$SDI = 10 (\lg N + 1,605 \lg d_g - 1,605) \quad (4)$$

v inš jednotkách a v metrické míře (Daniel 1979)

$$SDI = 1,0147 \cdot 10 (\lg N + 1,605 \lg d_g - 2,250) \quad (5)$$

Poznámka: Za střední porostní tloušťku používá tloušťku odvozenou z výčetní základny d_g .

Pro vztah (5) byl vyhotoven graf ve dvojité logaritmické síti (obr. 2) pro borové růstové tabulky (Řehák 1980).

OVĚŘENÍ SDI PRO PODMÍNKY V ČSSR

POKUSNÝ MATERIÁL A METODIKA JEHO ZPRACOVÁNÍ

Přezkoušení použitelnosti sledovaného indexu se uskutečnilo pro růstové tabulky ČSSR — borovici (Řehák 1980), 2. zásobovou úroveň. Stejně jako pro ostatní dřeviny jsou tyto růstové tabulky zkonstruovány na podkladě výsledků šetření na dlouhodobých výzkumných plochách pro zásobu sdruženou a ostatní základní taxační veličiny vztažené na plnou hustotu, tzv. plné zakmenění. Splňují tak původní Reinekovu podmínku, aby porosty vykazovaly plné zakmenění.

Způsob odvození SDI, který v daném případě bude představovat celostátní model pro porostní hustotu borových porostů, vyplývá z následujícího pracovního postupu. Slouží současně za metodiku pro odvození SDI i jiných dřevin. Vlastní metodický postup:

I. Přehled počtu stromů na ha jako funkce střední výčetní tloušťky d_m , jejichž hodnoty představují zvolené velikosti od 10, ... do 40 cm, pro všech 12 AVB (12 až 34) z RT (Řehák 1980), zásobová úroveň 2. — A review of tree number N/ha expressed as a function of mean breast-height diameter d_m , the values of which represent the chosen diameters from 10, 15, ... to 40 cm, for all 12 absolute height classes (12–34) in the growth tables for pine (Řehák 1980), for 2nd growing stock level

AVB	Počet kmenů na ha (N/ha)							
	pro tloušťku d_m v cm							
	10	15	20	25	30	35	40	
12	3299	1862						
14	3369	1888	1196					
16	3423	1898	1210					
18	3445	1913	1169	837				
20	3459	1916	1220	837				
22	3474	1906	1214	840	610			
24	3459	1916	1213	845	609			
26	3457	1892	1208	836	612	465		
28	3449	1890	1206	835	613	466		
30	3436	1880	1196	829	609	466	367	
32	3334	1859	1188	824	608	464	367	
34	3373	1854	1184	829	606	464	366	
Σ	40977	22674	13204	7512	4267	2325	1100	Celkem
$\overline{N/ha}$	3415	1890	1200	835	609	465	367	Průměrně

Poznámka: Střední výčetní tloušťka byla při konstrukci růstových tabulek zjišťována jako d_m , tj. odvozena z objemu středního kmene.

a) Odvození základního vztahu $N/ha = f(d)$: zjištění údajů N/ha z uvedených růstových tabulek pro borovici příslušejících zvoleným jednotným tloušťkám $d_{1,3} = 10, 15, 20, 25, 30, 35$ a 40 cm pro všechny vyskytující se absolutní výškové bonity AVB (12 až 34); zprůměrování údajů N/ha pro jednotlivé tloušťky; vyrovnání průměrných údajů N/ha metodou nejmenších čtverců pomocí regresní rovnice definované lomenou mocninovou funkcí hyperboly typu

$$N/ha = \frac{a}{d^b}, \quad (6)$$

po zlogaritmování

$$\lg N = \lg a - b \lg d \quad (7)$$

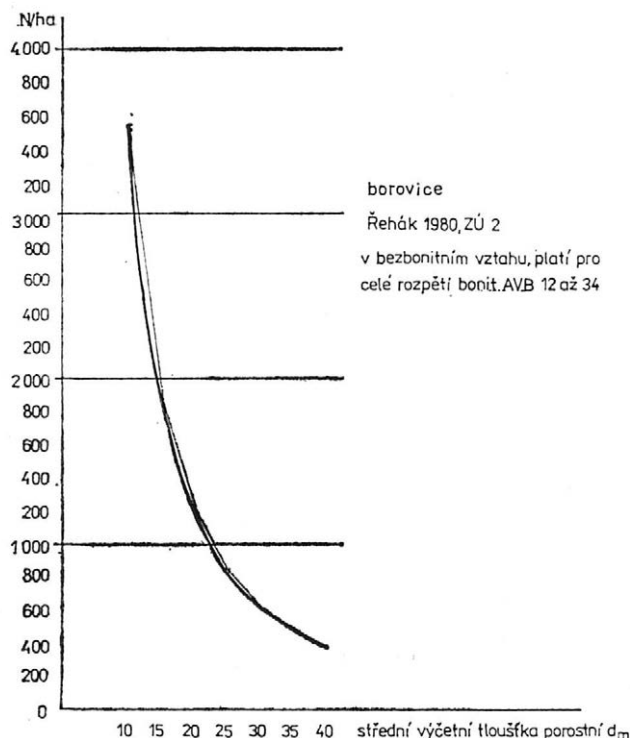
a stanovení parametrů a a b .

b) Odvození indexu porostní hustoty podle rovnice (3).

c) Vyhodnocení grafu podle rovnice (3).

Zjištěné počty stromů $N/ha = f(d)$ jsou sestaveny do tabulky I.

Zprůměrované počty stromů pro každou zvolenou tloušťku d_m tvoří výchozí množinu pro matematicko-statistické vyrovnání regresní rovnicí (6) a (7).



1. Počet stromů na 1 ha v závislosti na střední porostní tloušťce d_m vyrovnaný podle regresní rovnice

$$N_i = \frac{a}{d_m^b} :$$

— vyrovnané hodnoty

--- nevyrovnané hodnoty

Tree number per 1 ha in relation to mean breast-height diameter d_m , smoothed according to the regression equation

$$N_i = \frac{a}{d_m^b}$$

Ke stanovení parametrů a a b byly použity příslušné rovnice

$$\text{I. } \sum \lg N_i = n \cdot \lg a - b \sum \lg d_i \quad (8)$$

$$\text{II. } \sum \lg N_i \cdot \lg d_i = \lg a \sum \lg d_i - b \sum (\lg d_i)^2, \quad (9)$$

kde $a = 146\,131,7$, $b = 1,613525$.

Vypočtené a vyrovnané hodnoty $N/\text{ha} = f(d_m)$ podle rovnice (6)

$$N/\text{ha} = \frac{146\,131,7}{d^{1,613525}}$$

jsou graficky zobrazeny v grafu na obr. 1.

K vyšetření těsnosti této nelineární korelace byl použit index korelace

$$I_{Nd} = \sqrt{\frac{s\hat{N}^2}{s_N^2}} = 0,9985,$$

$$I_{Nd}^2 = 0,9985^2 = 0,9970, \quad \sqrt{1 - I_{Nd}^2} = \sqrt{0,0030} = 0,0548 = 5,48 \, \%.$$

Z dosažených výsledků plyne, že chyba odhadu $\hat{N}_i$ z tloušťky d_i za použití dané regresní rovnice je 5,48 % a až 99,7 % celkového rozptylu hodnot N_i je vyvoláno jejich závislostí na d_i .

ODVOZENÍ INDEXU POROSTNÍ HUSTOTY SDI

Index SDI je matematicky definován vztahem (3). Po dosazení směrnice přímky $b = \text{tg } \varphi = -1,613525$ do rovnice (7) bude

$$\lg \text{SDI} = \hat{N} - 1,613525 (\lg 25 - \lg d) = \lg \hat{N} + \lg d \cdot 1,613525 - 2,255611$$

$$\text{SDI} = 10 (\lg \hat{N} + 1,613525 \lg d - 2,255611). \quad (12)$$

Podle odvozené rovnice (12) se vypočtou jednotlivé indexy pro zjištěné hektarové a vyrovnané počty stromů N/ha odpovídající příslušným středním porostním tloušťkám (tabulka II).

II. Výpočet indexů porostní hustoty jako modelů pro borové porosty ČSSR na podkladě RT pro borovici (Řehák 1980), ZÚ 2. — The indices of stand density calculated as models for pine stands in the CSSR using the growth tables for pine (Řehák 1980), for 2nd growing stock level

d_m	$1 \text{ g } d_m$	$\hat{N}/\text{ha}$	$\lg \hat{N}/\text{ha}$	SDI	Průměrný index porostní hustoty dosahuje hodnoty $\text{SDI}_{\text{model}} = 806,4$
10	1,000000	3544	3,549494	808	
15	1,176091	1841	3,265054	807	
20	1,301030	1156	3,062958	806	
25	1,397940	807	2,906874	807	
30	1,477121	601	2,778874	807	
35	1,544068	468	2,670246	805	
40	1,602060	377	2,576341	805	
			Celkem	5645	
			Průměrný SDI	806,4	

Zjištěný index je mírou modelové hustoty stromů v borových porostech ČSSR, a to pouze jsou-li ve shodě s uvedenými růstovými tabulkami ČSSR. Pro jiné hustoty N/ha neodpovídající modelu, tj. v přehoustlých nebo prořídilých porostech, změni se SDI o tolik $\pm \%$, o kolik se odchyluje skutečná hustota N_s/ha od hustoty modelové N_t/ha k dané střední porostní tloušťce d_s .

Příklad: Ke zjištěnému $d_s = 15 \text{ cm}$ a $N_s/\text{ha} = 1657$ přísluší $\text{SDI}_s = 726$. Ve srovnání s modelovým $\text{SDI}_t = 807$ klesl na hodnotu 90 % a stejně tak na 90% úroveň i modelový počet stromů z $N_t/\text{ha} = 1841$.

Pro praktickou potřebu byl sestaven graf $\text{SDI} = f(N, d)$ podle vztahu (12) upraveného na tvar

$$\lg N = \lg \text{SDI} - 1,613525 \lg d + 2,255611, \quad (13)$$

aby bylo možno graficky vyznačit indexy SDI pro celé stovky od 100 do 1200 (tabulka III a graf 2).

VYUŽITÍ V PRAXI

Kontrola produkce při lesním hospodářském plánování

Skutečná hustota ve vyšetřovaných konkrétních porostech bude vykazovat ve srovnání s modelovou hustotou vyjádřenou SDI buď shodu, nebo nejvýš $\pm$ odchylky. Příčiny jejich vzniku osvětlí rozbor.

Za významné příčiny lze považovat důsledek nedostatečné výchovy nebo vliv vyšších produkčních schopností daného stanoviště. Často se projeví vliv obou příčin. Za formální příčinu nutno dále považovat nevhodné zařazení porostu do zásobové úrovně.

III. Výpočet souřadnic bodů přímek vymezujících průběh funkce (13) definující regresní rovnici modelového indexu porostní hustoty borovice v ČSSR (Řehák 1980), ZÚ 2. — The coordinates calculated for the points of lines determining the course of function (13) defining the regression equation of the model index of stand density of pine in the CSSR (Řehák 1980), 2nd growing stock level

SDI	lg SDI	-1,613525 lg d + 2,255611		lg N		lg N	
		pro d = 10 cm	pro d = 40 cm	pro d = 10 cm		pro d = 40 cm	
1	2	3	4	5	6	7	8
100	2,000000			2,642086	438	1,670647	47
150	2,176091			2,818177	658	1,846738	70
200	2,301030			2,943116	877	1,971677	94
250	2,397940			3,040026	1096	2,068587	117
300	2,477121			3,119207	1316	2,147768	141
400	2,602060			3,244146	1754	2,272707	187
500	2,698970			3,341056	2193	2,369617	234
600	2,778151			3,420237	2632	2,448798	281
700	1,845099			3,487185	3070	2,515746	328
800	2,903090			3,545176	3509	2,573737	375
900	2,954243			3,596329	3978	2,624890	422
1000	3,000000			3,642086	4386	2,670647	468
1100	3,041393			3,683479	4825	2,712040	515
1200	3,079181			3,721267	5263	2,749828	562
		-1,613525 lg d _s + 2,255611 = 0,642086 (lg d _s = lg 10 = 1,000000)		-1,613525 lg d _s + 2,255611 = -0,329353 (lg d _s = lg 40 = 1,602060)			

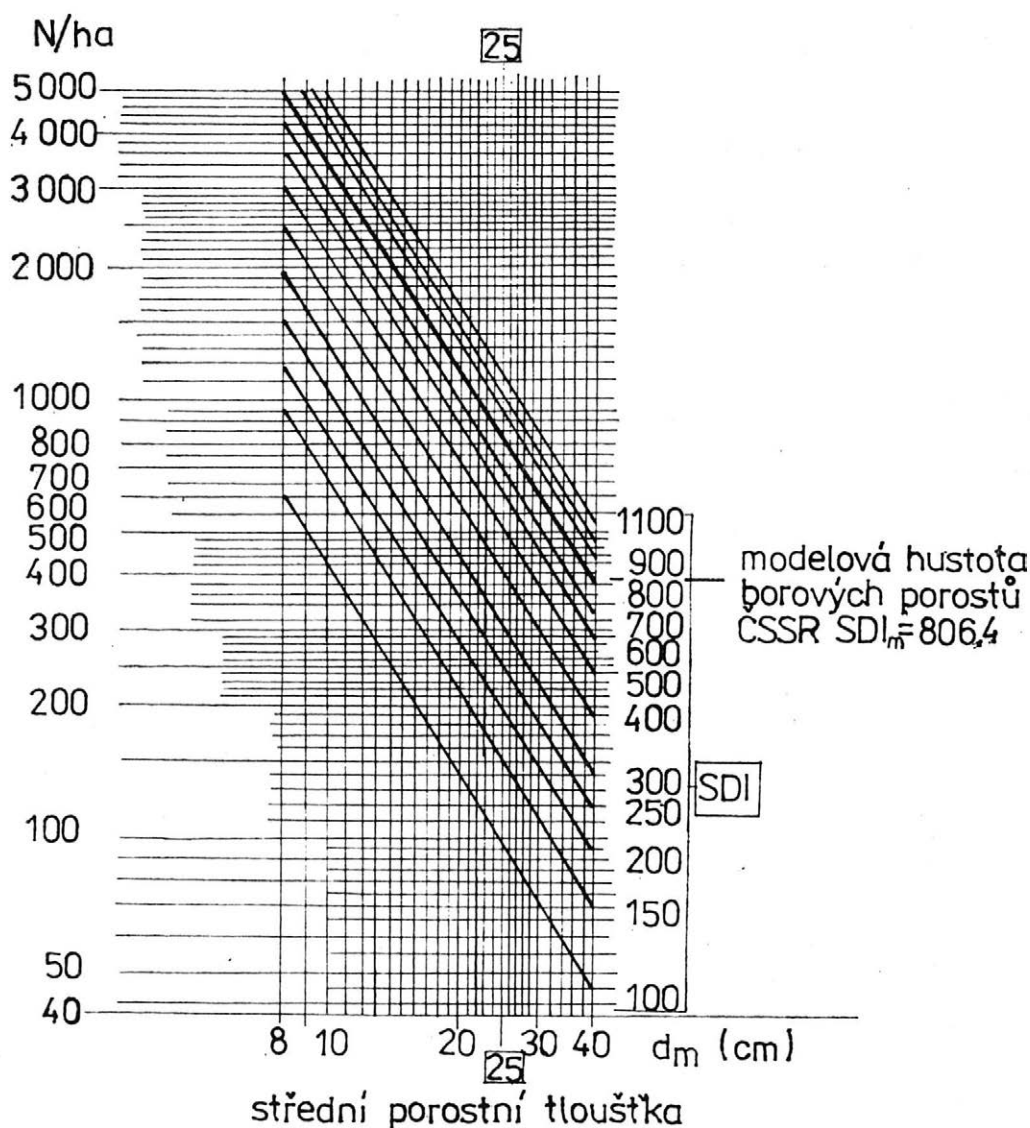
Porost systematicky vychovávaný a vykazující vyšší SDI svědčí jednoznačně o vyšší produkční schopnosti stanoviště. Takový porost bude nutno v zájmu produkční ekonomiky trvale udržovat v této vyšší hustotě. Objektivně zjištěné zakmenění, jako dosud běžná taxační veličina, bude směrodatnou mírou hustoty pro současný i budoucí vývoj produkce. Jako významný ukazatel cílevědomé výchovy se zde uplatní skutečný stíhlostní koeficient.

Porosty v minulosti dlouhodobě nevychovávané vykazují rovněž vyšší SDI. O tom téměř zpravidla podává důkaz též vysoký stíhlostní koeficient.

Porosty s různým stupněm proředění buď úmyslnými a neodůvodněnými vysokými těžebními zásahy, nebo nahodilými těžbami vykazují podprůměrné hustoty a SDI. V takových případech vyplývá úkol co nejdříve porosty uvést opět do stavu plné produkce, tj. na úroveň SDI modelového nebo takového, který odpovídá skutečným produkčním poměrům stanoviště.

Teoretický podklad pro dálkový průzkum Země při inventarizaci lesů

Z leteckého snímkování je možno vyšetřit na konkrétní plošné jednotce skutečný hektarový počet stromů N . Přidáním matematicko-statistickým šetřením v terénu se zjistí střední porostní tloušťka d_s a výška h_s , z nich pak objem středního kmene v_s . Zásoba porostu $V_s/h_s = N_s \cdot v_s$. Hustotu porostu lze vyjádřit buď $SDI = f(N_s, d_s)$ podle vzorce (12), nebo přímo z grafu na obr. 2.



2. Index porostní hustoty SDI pro borovici (Řehák 1980, 2. ZÚ). — Stand density index SDI for pine (Řehák 1980, 2nd growing stock level)

K odvození objemu středního kmene tabulkového v_t nutno předem určit bonitu. V lesních oblastech, kde chybí růstové tabulky (rozvojové země), lze hustotu zjišťovat jenom pomocí SDI.

Kontrola výsledků přímého měření porostních zásob průměrkováním naplno a metodou kruhových nebo pásových zkusných ploch

Uvádí se příklad pro konkrétní borový porost s porostní zásobou zjištěnou reprezentativní metodou kruhových zkusných ploch.

Věk $t = 70$ roků, $N_s = 733$, $V_s = 249 \text{ m}^3$ v objemu kmenovém s k., $d_s = 21,9 \text{ cm}$, $h_s = 20 \text{ m}$, bonita AVB = 24,7 pro zásobovou úroveň 2, $v_s = 0,34 \text{ m}^3$, plocha 10 ha, počet zkusných 5arových ploch $n = 12$, intenzita výběru $I\% = 6\%$.

Tabulkový modelový počet stromů pro $d_s = 21,9$ cm bude podle vzorce (10) $N_t = 1004$, SDI_s (skutečný) = 811, ve srovnání s SDI_t (modelovým) = 806,4, zjistí se z grafu 2 nebo vzorce (12). Zakmenění zjištěné z poměru zásob

$$q = \frac{V_s}{V_t} = \frac{249 \text{ m}^3}{358 \text{ m}^3} = 0,696;$$

z poměru počtu stromů, kde N_t je převzat z grafu 2 nebo vypočten ze vzorce (12)

$$q = \frac{N_s}{N_t} = \frac{733}{1004} \cdot k = 0,73 \cdot \frac{v_s}{v} = 0,73 \cdot \frac{0,3397 \text{ m}^3}{0,3410 \text{ m}^3} = 0,727;$$

z poměru počtu stromů, kde N_t je převzat z růstových tabulek pro AVB = 24,7

$$q = \frac{N_s}{N_t} \cdot k = \frac{733}{1056} \cdot \frac{0,3397 \text{ m}^3}{0,3410 \text{ m}^3} = 0,691.$$

Zhodnocení: Zjištěný stav porostu vykazuje z dendrometrického hlediska SDI_d téměř shodný s SDI_t . Stejně tak je téměř shodný údaj zakmenění při použití N_t . Při použití N_m , tj. modelového počtu stromů = 1004, dospějeme k zakmenění 0,727, tj. + 3,6 %. Zjištěný rozdíl je téměř shodný s odchylkou mezi nevyrovnanými tabulkovými hodnotami a vyrovnanými hodnotami podle regresní rovnice (10) (tabulka II), které v oblasti střední porostní tloušťky $d_m = 20$ cm vykazují hodnotu + 3,8 %. Jde o maximální možnou odchylku mezi růstovými tabulkami a vytvořeným modelem.

POSUZOVÁNÍ HUSTOTY POROSTŮ K VÝZKUMNÝM ÚČELŮM

Pomocí indexu SDI lze uskutečnit porovnání skutečných hustot porostů na dlouhodobých výzkumných plochách (TVP a PVP), na probírkových zkusných plochách, v nejrůznějších růstových tabulkách, jakož i posouzení úrovně hustot odvozených z empirických dat o stavu porostů určité oblasti.

Porovnání hustoty porostů na dlouhodobých výzkumných plochách

Výsledky vyšetřování hustoty borových porostů na reprezentativních zkusných plochách v růstové oblasti Waldviertel (Dolní Rakousy) v sousedství jižních Čech vykazaly směrnice přímek $SDI \text{ tg } \varphi = b = -1,66$ do $-1,46$ (Sterba 1975).

Růstové tabulky všeobecné, oblastní nebo stanovištní jsou konstruovány pro porosty normálně vychovávané. Odvozené SDI pro danou dřevinu slouží ke vzájemnému porovnání hustot mezi dřevinami a v hrubých rysech k posuzování skutečných hustot porostů, kde nedochází k přílišným výkyvům. Například Marschal (1975) sestavil tabulku SDI (tabulka IV) pro všechny dřeviny nových rakouských růstových tabulek (1974).

Výrazně vyšší SDI růstových tabulek ČSSR vyplývá ze skutečnosti, že tyto tabulky reprezentují porosty sdružené a potenciální produkci, tj. maximálně možné hustoty, zásoby a výčetní základny. Výzkumné plochy s porosty s nižším zkameněním byly upraveny na plnou hustotu. Naproti tomu růstové tabulky rakouské představují porost hlavní a skutečné neupravené hustoty.

J. Halaj (1957) sestavil na podkladě matematicko-statistického průzkumu tloušťkové struktury slovenských porostů praktickou pomůcku pro odvození hektarového počtu stromů jako funkci střední porostní tloušťky: $N/ha = f(d_m)$.

Uvedené výsledky pro borovici byly vyrovnány podle regresních rovnic (6) a (7). Zjištěná směrnice $b = -1,82858$ a $SDI = 771$ svědčí o podstatném rozdílu v hustotách

IV. Tabulka SDI pro dřeviny rakouských růstových tabulek (1974) — A table of SDI for tree species of the Austrian growth tables (1974)

Dřevina		SM	JD	Dgl	MD	BO	BK	DB
SDI	od	900	800	700	500	600	650	500
	do	1100	1000	900	600	750	750	600
SDI (ČSSR)						806,4		

skutečných porostů ve srovnání s hustotami modelovými podle nových růstových tabulek:

$$N/ha = \frac{272\,469}{d_m^{1,828585}}, \quad (14)$$

$$SDI_s = N_s \left(\frac{25}{d_s} \right)^{-1,828585}, \quad (15)$$

pro $d_m = 25$ cm a $SDI_s = 771$.

Z uskutečněného rozboru vykázaných rozdílů v modelovém b_m a SDI_m a skutečném b_s a SDI_s vyplývá, že v nejmladších věkových stupních zjištěné vysoké počty stromů odpovídají evidentně ne zcela vyhovujícím výchovným zásahům a naopak velmi nízké počty stromů v porostech dospívajících a mýtných svědčí o značném proředění porostů.

Došlo dne 25. 4. 1983

Literatura

- DANIEL, T. W. — MEYN, R. L. — MOORE, R. R.: Reineke stand density index in tabular form in English and metric units with its applications. Res. Rep. 37, Utah Agricultural Experiment Station, 1979
- DANIEL, T. W. — STERBA, H.: Zur Ausprache der Bestandesdichte, 1975
- HALAJ, J.: Matematicko štatistický prieskum hrúbkovej štruktúry slovenských porastov. Lesnícky časopis 1975 (též in Dendrometrie, V. KORF a kol., 1972)
- KIRA, T. — OGAWA, H. — SAKZAKI, N.: Intraspecific competition among higher plants. I. Competition — Yield — Density interrelationship in regularly dispersed populations. Journal Ints. Polytechn. Osaka City Univ. D 4 — 1953
- POLÁK, J.: Zakmenění porostu a metody jeho zjišťování. Lesnictví, 17, 1971, č. 5, s. 431-444
- REINEKE, L. H.: Perfecting a stand density index for evenaged forests. J. Agric. Res., 46, s. 627-638
- Růstové tabulky ČSSR, 2. gen. BO — J. ŘEHÁK, 1980
- ŘEHÁK, J.: Prověrka RT BO na základě vyhodnocení údajů souboru kontrolních porostů a TVP. Závěreč. zpráva dílčího úkolu, 1981

ПОЛАК, Й. (Lesprojekt, České Budějovice). Определение густоты насаждений методом индекса SDI. Lesnictví, 29, 1983 (10): 871-880.

Густота лесонасаждений обычно выражается величиной таксации полноты насаждения. Рейнеке (1933) и другие, как Даниел, Мейн, Моор (1979), Стерба, Даниел (1975) решают степень густоты насаждений индексом SDI. Это основывается на закономерности в процессах роста лесных насаждений, выраженной безвременным и безбонитетным отношением, определяющим число деревьев на гектар N/ha , как функцию среднего

диаметра насаждений d_m при определенных условиях. Настоящая статья знакомит с результатами исследования индекса SDI в условиях лесных насаждений ЧССР для сосны обыкновенной (*Pinus silvestris*) согласно таблицам роста (Ржегак 1980), представляющих составную часть всей совокупности новых таблиц роста ЧССР 2 генерации. Кроме этого обсуждаются возможности использования индекса SDI при контроле продукции в лесоустройстве, при определении полноты насаждения, при инвентаризации лесов для дистанционного исследования Земли, при контроле результатов непосредственного определения запасов насаждений, при оценке густоты насаждений для научно-исследовательских целей на долгосрочных научно-исследовательских участках или для взаимного сравнения уровня густоты насаждений разных таблиц роста. Из регрессивного уравнения исследуемого отношения для *Pinus silvestris* (Ржегак 1980)

$N/ha = a \cdot d^{-b} = 146\,132 \cdot d^{-1,613525}$, в логарифмическом выражении

$\lg N/ha = 5,164745 - 1,613525 \cdot \lg d$ выведен соответствующий индекс, как степени модельной густоты деревьев в сосновых насаждениях ЧССР

$SDI = 10^{\lg N + 1,613525 \lg d - 2,255611}$, которые показывают среднюю модельную густоту 806,4.

лесоустройство; густота насаждения; сосна

POLÁK, J. (Lesprojekt, České Budějovice). *Determining Forest Stand Density by the Method of SDI Index*. Lesnictví, 29, 1983 (10) : 871-880.

Forest stand density is usually expressed by the taxation character stocking. Reinecke (1933) and other researchers Daniel, Meyn, Moore (1979), Sterba, Daniel (1975) used the SDI index to determine the degree of stand density. The fundamental data are provided by the regularity of the growth processes of forest stands expressed as time-independent and site-class-independent relationship defining the per-hectare tree number N/ha as a function of mean breast-height diameter d_m under the defined conditions. For the conditions of forest stands of the CSSR for pine (*Pinus silvestris*), the results of verifying the SDI index according to the growth tables of Řehák (1980) are presented, representing a part of the whole set of new growth tables for the CSSR of 2nd generation. Besides, possibilities are discussed of using the SDI index for the control of production in the forest management, for determining the stocking, for forest inventory for aerial reconnaissance, for checking the results of directly determining the growing stock, for evaluating the stand density for research purposes on long-range research areas or for mutual comparison of the level of densities of stands of different growth tables. From regression equation for the studied relation in *Pinus silvestris* (Řehák 1980)

$N/ha = a \cdot d^{-b} = 146\,132 \cdot d^{-1,613525}$, expressed logarithmically

$\lg N/ha = 5,164745 - 1,613525 \cdot \lg d$, the relevant index is derived as a measure of the model tree density in pine stands in the CSSR

$SDI = 10^{\lg N + 1,613525 \lg d - 2,255611}$, having the average model value of stand density 806,4.

forest management; stand density; pine

Adresa autora:

Ing. Jiří Polák, CSc., Lesprojekt, Tř. Rudé armády 88, 370 21 České Budějovice

URČOVANIE CIELOVÉHO ZAKMENENIA PORASTOV

J. Grék

GRÉK, J. (Výskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen). *Určovanie cieľového zakmenenia porastov*. Lesníctví, 29, 1983 (10) : 881-892.

Príspevok vychádza z Assmannovej teórie prirodzeného zakmenenia. Pre najvýznamnejšie hospodárske súbory lesných typov (HSLT) Slovenska, pre ich hlavné dreviny, bola z vybraných výskumných plôch použitých pri prácach na rastových tabuľkách ČSSR odvodená prirodzená kruhová základňa (v závislosti od veku), ako miera plného prirodzeného zakmenenia 1,0. Keď poznáme túto základnú hodnotu, môžeme operovať prirodzenými stupňami zakmenenia, v ktorých máme určitý faktor istoty pre výchovno-ťažbové zásahy. Prirodzená kruhová základňa bola odvodená pre porasty dubové v HSLT 208, 209, 211, bukové 310, 311, 410, 411 a smrekové 511 a 611. Rámcovo navrhujeme žiadúce prirodzené zakmenenie porastov uvedených drevín pre obdobie intenzívnej výchovy a pre dospievajúce porasty.

hospodárska úprava lesov; zakmenenie porastov; prirodzená kruhová základňa

Zakmenenie vyjadruje stupeň obsadenia porastovej plochy lesným porastom. Predstavuje významnú taxačnú veličinu, ktorou sa z rôznych aspektov zaoberalo veľmi mnoho autorov v zahraničí aj u nás. Z našich autorov napr. Leporský (1948), Borota (1954), Halaj (1957, 1968, 1971, 1973), Lesík (1977), Pitko (1970), Polák (1970, 1971), Priesol, Hladík (1974, 1976), Greguš (1976), Poleño (1978), Gonda (1978) a ďalší. Zakmenením v ochranných lesoch sa zaoberali Benko a Hančinský (1968), Vološčuk (1970), Grék (1979) a iní.

Zakmenenie je ľahko ovládateľný prvok vnútornej priestorovej úpravy, ktorým je možné podstatne ovplyvňovať produkciu a pôsobenie mimoprodukčných funkcií lesa (Greguš 1976). Preto vyhláška MLVH SSR č. 14/1978 Zb. o kategorizácii lesov, spôsoboch hospodárenia a hospodárskej úprave lesov nariaďuje určovať v rámcovom plánovaní ako prevádzkový cieľ aj cieľové zakmenenie. Je to zakmenenie, pri ktorom porast najlepšie plní určený funkčný účel (Greguš 1976). V hospodárskych lesoch je to hlavne produkcia dreva.

V práci rozlišujeme (podľa Halaja 1973) termíny zakmenenie (vyjadrené kruhovou základňou na ha) a hustotu (vyjadrenú počtom stromov na ha). Rozoznávame zakmenenie absolútne (vyjadrené kruhovou základňou na ha) a relatívne (pomer skutočnej kruhovej základne k jednotkovej — merítkovej).

Najvhodnejšou veličinou pre meranie zakmenenia je kruhová základňa, pretože produkčná plocha je úmerná ploche korunových projekcií a táto je zasa v najtesnejšom vzťahu ku kruhovej základni. Stupeň obsadenia porastovej plochy závisí od počtu stromov, ale aj od ich strednej hrúbky. Je preto najlepšie vyjadrený kruhovou základňou, v ktorej sú obsiahnuté obidve tieto veličiny.

Do problematiky zakmenenia významne prispel svojimi poznatkami Assmann (1968). Pre určité stanovišťa rozoznáva:

1. Prirodzenú (maximálnu) kruhovú základňu ($G - nat$) — je to stanovištné najvyššia možná kruhová základňa živých stromov na ha, ktorú môže určité stanovište užiť.

2. Optimálnu kruhovú základňu — ktorá zabezpečuje najvyšší možný prírastok.

3. Kritickú kruhovú základňu — pri nej sa dosahuje ešte 95 % maximálneho prírastku.

Pre hlavné dreviny uvádza relatívne hodnoty prirodzeného kritického zakmenenia: bk 0,60—0,70, sm 0,75—0,80, dbz 0,75, bo 0,80—0,90. Nižšie hodnoty sa vzťahujú na mladšie porasty, vyššie hodnoty na staršie porasty.

Ďalej rozlišujeme zakmenenie prirodzené, odvodené od prirodzenej kruhovej základne a zakmenenie tabuľkové, odvodené od tabuľkovej kruhovej základne.

Absolútne hodnoty prirodzenej, kritickej a optimálnej kruhovej základne udané v m^2 na ha sa menia podľa rôznych stanovišť a veku porastov. Výhodné sú relatívne hodnoty Assmannovho prirodzeného kritického zakmenenia, u ktorých ich autor (na rozdiel od absolútnych hodnôt) zistil dosť malé kolísanie v závislosti od veku na rôznych stanovištiach. Teda relatívne hodnoty prirodzeného kritického zakmenenia sa menia len málo a sú približne konštantné. Optimálny stupeň prirodzeného zakmenenia leží medzi prirodzeným kritickým a maximálnym zakmenením a s pribúdajúcim vekom sa približuje k maximálnemu, teda k hodnote 1,0 prirodzeného zakmenenia.

Pomocou relatívnych hodnôt prirodzeného kritického zakmenenia možno určiť absolútnu veľkosť kritickej kruhovej základne, ak je známa (pre určité stanovište) prirodzená (maximálna) kruhová základňa ($G - nat$), ako miera prirodzeného plného zakmenenia 1,0. Ak poznáme túto základnú hodnotu, môžeme operovať prirodzenými stupňami zakmenenia, v ktorých máme po ruke určitý faktor istoty. Pritom rozpätie udané prirodzenou (maximálnou) a kritickou kruhovou základňou je dosť široké a dáva dostatočnú voľnosť pre výchovno-ťažbové zásahy (Assmann 1968).

Z praktického hľadiska má teda veľký význam prirodzená kruhová základňa, ako miera plného prirodzeného zakmenenia porastov rozličných stanovišť, a to aj ako východisko pre odvodnenie kritickej kruhovej základne na kontrolu efektívnosti produkcie konkrétnych porastov. V našej práci sa pokúsime odvodiť prirodzenú kruhovú základňu porastov našich hlavných drevín na hospodársky najvýznamnejších stanovištiach.

Franz (1965) uvádza, že určovanie zakmenenia pomocou prirodzenej kruhovej základne predpokladá, že túto poznáme pre jednotlivé dreviny, vek, bonity, aspoň ako regionálne priemerné hodnoty (analogicky s použitím kruhovej základne rastových tabuliek). Podľa neho by však bolo ideálne mať k dispozícii stanovištné typickú prirodzenú (maximálnu) kruhovú základňu aspoň pre najdôležitejšie typologické jednotky a rastové oblasti.

Assmann (1968) uvádza, že prirodzenú kruhovú základňu je možné zistiť v porastoch, v ktorých sa nevykonávali aktívne prebierky (resp. v ktorých sa robili len slabé prebierky, s odstraňovaním maxi-

málne len usýchajúcich stromov]. Na všetkých dôležitých stanovištiach odporúča ponechať nevychovaný porast aspoň na rozlohe 0,3 až 0,5 ha, resp. robiť len slabú prebierku (odstraňovanie iba usýchajúcich stromov), aby sa takto mohla zistiť maximálne dosiahnuteľná kruhová základňa. Podobne aj Franz (1965, 1971) určuje prirodzenú kruhovú základňu z údajov porastov, ktoré neboli aktívne preberané, resp. v minulých 10 rokoch boli len slabo preberané (stupeň A prebierky). Hovorí, že pri približne rovnakom východiskovom počte stromov (napr. u smreka 6000—6500 na ha) je ďalší vývoj počtu stromov a kruhovej základne len za podmienok prirodzeného samozriedovania (za vylúčenia aktívnych výchovných zásahov) bezprostredne stanovištné typický.

Systematickou intenzívnejšou výchovou sa kruhová základňa preberaných porastov relatívne znižuje oproti porastom nepreberaným.

Dá sa povedať, že v minulosti (ale často až doteraz) boli naše porasty väčšinou len slabo a nepravidelne preberané, príp. časť z nich nebola vôbec aktívne vychovávaná. Súviselo to hlavne so sprístupnením porastov a so zlým odbytom prebierkového tenkého dreva, hlavne listnatého. Štefančík (1961, 1962) vykonal v roku 1959—1960 prieskum stavu výchovy bukových predrubných porastov II. a III. vekovej triedy na Slovensku. Uvádza, že naše predrubné bukové porasty neboli skoro vôbec vychovávané. Len malé percento porastov bolo preberané, a to nesystematicky a prevažne len slabou podúrovňovou prebierkou. V dubových porastoch bola situácia podobná. Halaj (1971) vykonal rozbor smrekových pokusných plôch pre rastové tabuľky ČSSR pochádzajúcich zo Slovenska. Nevychovávaných alebo len veľmi málo vychovávaných plôch bolo 47 %, úplne bez aktívnych zásahov bolo až 24 % plôch.

Z uvedeného vyplýva, že nevychovaných, resp. slabo vychovávaných porastov, vhodných na odvodnenie prirodzenej kruhovej základne by u nás nemal byť nedostatok. Takéto porasty sú zastúpené aj v materiáli pre rastové tabuľky ČSSR, lebo pri zakladaní plôch pre tento účel bolo pravidlom založiť ich v najhustejšej časti porastu.

Veľký vplyv na porasty a ich kruhovú základňu (aj na rovnakom stanovišti a pri vylúčení výchovy) má aj rozdielny východiskový počet stromov na ha pri založení porastu. Halaj (1975) hovorí, že tento ovplyvňuje kruhovú základňu našich porastov aj v ďalšom jeho vývoji. Výrazne sa uplatňuje spôsob založenia porastu, napr. z veľmi hustej alebo veľmi riedkej prirodzenej obnovy, zo sadby atď.

Počet stromov a kruhovú základňu porastu ovplyvňuje do určitej miery aj tvar sponu stromov. Assmann (1968) uvádza priaznivejšie využitie rastového priestoru pri teoretickom trojuholníkovom sponu o 15 % oproti štvorcovému sponu. Aj Priesol (1974) štúdiom vzťahov medzi počtom stromov a rozstupmi v geometrických modeloch rôznych sponov zistil, že najväčší počet stromov možno na ploche umiestniť pri sponu v tvare rovnostranného trojuholníka, najmenší pri štvorcovom sponu.

Všetky uvedené faktory ovplyvňujú veľkosť kruhovej základne našich porastov a zvyšujú jej variabilitu aj vtedy, keď porasty nie sú aktívne preberané a sú na rovnakom stanovišti.

Plochy s prirodzenou (maximálnou) kruhovou základňou, ako stanovištné ekologického ukazovateľa plnosti prirodzeného zakmenenia,

musíme hľadať medzi porastmi s najväčšou hustotou, vyjadrenou veľkosťou kruhovej základne.

METODIKA A POKUSNÝ MATERIÁL

Prirodzenú kruhovú základňu sme odvodili pre dubové, bukové a smrekové porasty, v hospodársky najvýznamnejších hospodárskych súboroch lesných typov (ďalej HSLT — podľa Hančinského 1977). Pre jednotlivé dreviny to boli tieto HSLT:

- dub: 208 — sprašové bukové dúbravy,
209 — suché bukové dúbravy;
211 — živné bukové dúbravy;
- buk: 310 — svieže dubové bučiny,
311 — živné dubové bučiny,
410 — svieže bučiny,
411 — živné bučiny;
- smrek: 511 — živné jedľové bučiny,
611 — živné jedľovo-bukové smrečiny.

Výber plôch pre odvodenie prirodzenej kruhovej základne sme urobili z materiálu pre konštrukciu 1. vydania rastových tabuliek ČSSR, a to z výskumných plôch pochádzajúcich zo Slovenska. Boli to hlavne poloprevádzkové výskumné plochy (PVP) založené pracovníkmi Lesoprojektu — ŤHÚL vo Zvolene a trvalé výskumné plochy (TVP) založené odborom HÚL — VÚLH vo Zvolene z rokov 1964—1973. Veľmi nám pomohli aj údaje z TVP založených viacerými autormi pre výskum výchovy porastov (Korpeľ 1971, 1975, Réh 1968, Šebík 1968, Štefančík 1974), hlavne údaje z čiastkových kontrolných plošiek (bez zásahu). Ďalej sme použili aj výskumné plochy Korenekove (1967), Vazúrove (1968) a Vološčukove (1973).

Všetky porastové veličiny na plochách boli vypočítané podľa smerníc (1972) pre vypracovanie rastových tabuliek. U duba sme použili celkom 563 meraní, u buka 966, u smreka 640 meraní. Z tohoto materiálu sme pre naše spracovanie vybrali plochy, ktoré mali pri založení zakmenenie 1,0, ale aj 0,95 a 0,9, a to vzhľadom na blízkosť hladiny plného zakmenenia.

Rastové tabuľky hlavných drevín ČSSR sú v 1. i 2. vydaní (Halaj, Řehák 1979, Halaj a kol. 1980) pri každej bonite delené na tri stupne zásobovej úrovne. Túto novú veličinu u nás zaviedol Halaj (1971). Vyjadruje rozdielnú hustotu plne zakmenených porastov v závislosti od prírodných a hospodárskych činiteľov.

Halaj a Grék (1982) vykonali rozbor zásobovej úrovne smrekových, jedľových, dubových a bukových porastov podľa vytypovaných lesných oblastí Slovenska a podľa hospodárskych súborov. Pre jednotlivé dreviny odvodili širšie rastové oblasti (oblasť I. nižšej, II. vyššej, III. priemernej zásobovej úrovne), charakterizované priemerným stupňom zásobovej úrovne. Smrekové plochy, ktoré sme použili pre odvodenie prirodzenej kruhovej základne HSLT 511 a 611, patria do oblasti vyššej zásobovej úrovne (rastová oblasť II.). Väčšinou pochádzali zo Slovenského Rudohoria, Nízkych Tatier, Slovenských Beskyd a Vysokých Tatier. Dubové plochy, ktoré sme použili pre odvodenie pri-

rodzenej kruhovej základne HSLT 208, 209, 211, pochádzajú z oblasti vyššej zásobovej úrovne (rastová oblasť II.), väčšinou zo Štiavnických vrchov, Krupinskej vrchoviny a Slanských vrchov. Diferencie v zásobovej úrovni bukových porastov lesných oblastí boli menšie ako pri ostatných drevinách. Ako oblasť vyššej zásobovej úrovne bukových porastov bolo vytypované len územie Malých Karpát, Považského Inovca a Tribeča, ostatné lesy Slovenska tvoria širšiu oblasť nižšej zásobovej úrovne. Bukové plochy, ktoré sme použili pre odvodnenie prirodzenej kruhovej základne HSLT 310, 311, 410, 411, pochádzajú väčšinou zo Štiavnických vrchov, Slovenského Rudohoria, Malých Karpát, Kremnických vrchov, Čerchova.

Plochy boli zaradené do HSLT a ďalšou úlohou bolo vybrať z nich hľadané — s najväčšou kruhovou základňou.

Veľkosť kruhovej základne závisí od veku a od strednej hrúbky porastu, preto by sme mali porovnávať kruhovú základňu pri rovnakom veku porastu, alebo pri rovnakej strednej hrúbke, vždy v rámci HSLT. Orientáciu pri výbere plôch s najväčšou kruhovou základňou z veľkého množstva plôch nám uľahčila skutočnosť, že všetky tieto plochy boli na základe závislosti kruhovej základne od strednej hrúbky zaradené do stupňov zásobovej úrovne. Prakticky, čím je väčšia kruhová základňa pri určitej strednej hrúbke, tým je vyšší určený stupeň zásobovej úrovne. Tak sme mohli vek a strednú hrúbku z porovnávania vylúčiť, lebo kruhovú základňu sme v prvom výbere mohli merať určeným stupňom zásobovej úrovne.

V ďalšom postupe sme v rámci jednotlivých HSLT z vybraných plôch vyniesli na milimetrový papier hodnotu kruhovej základne pri plnom zakmenení v závislosti od veku. Tým vzniklo určité bodové rozptylové pole, v ktorom najvyššie okrajové hodnoty boli hľadané porasty s prirodzenou kruhovou základňou. Spoľahlivú orientáciu v bodovom rozptylovom poli o tom, že ide naozaj o prirodzenú kruhovú základňu, nám dávali hlavne údaje z TVP VÚLH, ktoré sme sami zakladali vo vyhľadávaných porastoch s prirodzeným maximálnym zakmenením, v pestovne zanedbaných porastoch, s prirodzeným, intenzívnym vylučovaním stromov v prehustených porastoch, s hojným výskytom stojatých suchárov a uschýňajúcich utláčaných stromov, čo svedčí o postupe prirodzeného samozriedovania porastov a o plnosti ich zakmenenia. V tomto smere nám dávali spoľahlivú orientáciu aj údaje z kontrolných (bez zásahu) plôšok prebiehových TVP.

Najvyššie okrajové hodnoty kruhovej základne, čiže hodnoty maximálnej kruhovej základne v jednotlivých HSLT, boli potom v závislosti od veku matematicky vyrovnané na počítači Hewlett — Packard HP 9845 A, Výskumného ústavu lesného hospodárstva vo Zvolene, Korfovou (1939) rastovou funkciou:

$$y = Ae^{\frac{k}{1-n} x^{1-n}}$$

V rámci jednotlivých HSLT boli súčasne matematicky vyrovnané aj hodnoty strednej hrúbky porastov v závislosti od veku. Vývoj strednej hrúbky dokresľuje vývoj kruhovej základne v podmienkach prirodzeného plného zakmenenia.

Drevina	HSLT	Počet meraní	Priemerná výšková bonita		Rozpätie výškových bonít
			vypočítaná	zaokrúhlená	
Dub	208	20	24,0	24	20–28
	209	24	23,3	24	18–30
	211	33	24,3	24	20–28
Buk	310	24	28,0	28	22–34
	311	22	25,8	26	22–32
	410	20	27,4	28	22–34
	411	11	27,1	28	22–34
Smrek	511	14	36,8	36	32–42
	611	13	35,3	36	32–42

DOSIAHNUTÉ VÝSLEDKY

V tabuľkách II–IV je pre dubové, bukové a smrekové porasty v jednotlivých HSLT tabelovaná prirodzená (maximálna) kruhová základňa a jej zodpovedajúca stredná hrúbka v závislosti od veku.

V tabuľke V sú uvedené podľa HSLT matematicko-štatistické charakteristiky závislosti kruhovej základne od veku a závislosti strednej hrúbky od veku vyrovnané Korfovou rastovou funkciou.

Kruhová základňa porastov je v časových vzťahoch závislá od bonity. Výšková bonita drevín v rámci HSLT nie je úzko vyhradená, ale varíruje v určitom rozpätí. Výskyt výškových bonít v jednotlivých HSLT je v tabuľke I.

Z uvedeného prehľadu vidieť, že výškové bonity v rámci jedného HSLT kolíšu v rozpätí až 7 výškových bonít, teda oproti priemernej bonite HSLT až o ± 3 výškové bonity. Prirodzená kruhová základňa uvedená v tabuľkách II–IV preto spoľahlivo určená len pre tie porasty určitého HSLT, ktoré majú výškovú bonitu rovnú priemernej bonite HSLT. Pri odvozovaní prirodzenej kruhovej základne porastu s odlišnou bonitou treba zohľadniť vplyv tejto odlišnej bonity na prirodzenú kruhovú základňu.

Predpokladáme, že prirodzená kruhová základňa sa mení analogicky so zmenou bonity, ako sa mení so zmenou bonity kruhová základňa združeného porastu v 3. (hornom) stupni zásobovej úrovne v 2. vydaní rastových tabuliek ČSSR (Halaj a kol. 1980). Tretí (horný) stupeň zásobovej úrovne je charakterom najbližší prirodzenej kruhovej základni. Preto v ďalšom postupe sme zistili odchýlky v kruhovej základni združeného porastu 3. stupňa zásobovej úrovne pri zmene bonity drevín v uvedených HSLT.

Prehľad úprav prirodzenej kruhovej základne pri rozdielnej bonite porastu oproti priemernej bonite v HSLT je v tabuľke VI.

Keď bonita konkrétneho porastu, pre ktorý chceme určiť prirodze-

II. Prirodzená kruhová základňa (G_{nat}) a stredná hrúbka (dm) dubových porastov v HSLT 208, 209, 211. — Natural basal area (G_{nat}) and mean diameter (dm) of oak stands in CPFT 208, 209, 211

Drevina	Dub					
HSLT	208		209		211	
Výšková bonita	24		24		24	
Vek	G_{nat}	dm	G_{nat}	dm	G_{nat}	dm
30	21,0	6,0	28,7	11,4	27,3	5,3
40	29,6	12,3	32,6	15,1	31,9	10,0
50	34,9	17,6	35,5	18,3	35,2	14,6
60	38,4	21,9	37,7	21,0	37,8	18,9
70	40,7	25,1	39,6	23,3	39,8	22,7
80	42,3	27,6	41,2	25,4	41,5	26,1
90	43,5	29,6	42,5	27,2	42,9	29,1
100	44,4	31,2	43,7	28,9	44,0	31,7
110	45,0	32,4	44,7	30,3	45,0	34,1
120	45,6	33,5	45,6	31,7	45,9	36,2
130	46,0	34,3	46,4	32,9	46,7	38,1
140	46,3	35,0	47,1	34,0	47,4	39,9
150	46,6	35,6	47,8	35,0	48,0	41,4
160	46,8	36,2	48,4	36,0	48,5	42,8
170			49,0	36,9	49,0	44,1
180					49,5	45,3
190					49,9	46,4
200					50,3	47,4
210					50,6	48,3
220					51,0	49,2
230					51,3	50,0
240					51,6	50,8
250					51,8	51,5
260					52,1	52,1
270					52,3	52,7
280					52,5	53,3

nú kruhovú základňu, je oproti priemernej bonite HSLT vyššia, treba podľa veľkosti bonitnej odchýlky o uvedenú plochu m^2 na ha v tabuľke VI kruhovú základňu v tabuľke II—IV — zväčšiť, keď bonita konkrétneho porastu je nižšia, zmenšiť.

Halaj (in Halaj, Petráš, Korpel 1983) vyjadril Assmannove hodnoty prirodzeného zakmenenia smreka tabuľkovým zakmenením 2. vydania rastových tabuľiek ČSSR. V našich pomeroch zistil rozdiel medzi prirodzenou (G_{nat}) a tabuľkovou (G_{tab}) kruhovou základ-

III. Prirodzená kruhová základňa (G_{nat}) a stredná hrúbka (dm) bukových porastov v HSLT 310, 311, 410, 411. — Natural basal area (G_{nat}) and mean diameter (dm) of beech stands in CPFT 310, 311, 410, 411

Drevina	Buk							
HSLT	310		311		410		411	
Výšková bonita	28		26		28		28	
Vek	G_{nat}	dm	G_{nat}	dm	G_{nat}	dm	G_{nat}	dm
20	24,3	2,5	21,5	2,2	26,8	5,1	—	—
30	32,5	6,5	30,7	5,8	35,3	8,4	29,6	6,5
40	37,6	10,8	36,0	9,8	40,4	11,6	36,0	12,2
50	40,9	15,0	39,4	13,9	43,7	14,6	40,2	17,0
60	43,3	18,8	41,6	17,9	46,0	17,4	43,2	20,9
70	45,1	22,2	43,3	21,7	47,7	20,1	45,3	23,9
80	46,4	25,3	44,5	25,3	49,1	22,7	46,9	26,3
90	47,5	28,0	45,4	28,5	50,1	25,1	48,2	28,2
100	48,4	30,5	46,1	31,6	50,9	27,4	49,2	29,7
110	49,1	32,7	46,7	34,5	51,6	29,6	50,0	30,9
120	49,7	34,7	—	—	52,2	31,8	50,7	32,0
130	50,2	36,6			52,6	33,8	51,3	32,9
140	50,7	38,3			53,1	35,8	51,7	33,6
150	51,1	39,8			53,4	37,7	52,1	34,2
160	51,4	41,2					52,5	34,8

ňu 1,0 stupňa zásobovej úrovne. Na tomto základe určil pomer G_{nat}/G tab z údajov rastových tabuliek ako pomer napr. G_{ZU3}/G_{ZU2} . Na základe uvedeného je možné odvodiť prirodzenú kruhovú základňu smrekových porastov aj pomocou určeného priemerného stupňa zásobovej úrovne pre rastovú oblasť a hospodársky súbor (Halaj, Grék 1982), zväčšený o 1,0 stupňa zásobovej úrovne. Tomuto rozdielu 1 stupňa zásobovej úrovne zodpovedá pri obvyklých zakmeneniach 0,7—1,0 rozdiel medzi zakmenením prirodzeným a tabuľkovým približne 0,1.

NIEKTORÉ KRITÉRIA PRI URČOVANÍ CIELOVÉHO ZAKMENENIA

Všeobecne sa v literatúre uvádza priaznivý vplyv mierneho zníženia zakmenenia (resp. zápoja) na mikroklimu porastu, s čím súvisí zlepšenie humifikácie a tým zlepšenie úrodnosti pôdy.

Pri znižovaní zakmenenia (zápoja) v porastoch s plánovanou prirodzenou obnovou nepriaznivo pôsobí hromadný výskyt burín, hlavne na živných stanovištiach (najmä *Rubus* a *Senecio*), ktoré niekedy priamo znemožňujú prirodzenú obnovu a veľmi zťažujú aj umelú obnovu.

Podľa našich poznatkov v dospievajúcich smrečinách, na živnom stanovišti HSLT 511, buriny výraznejšie, ale ešte v prípustnej po-

kryvnosti na 5–15 % plochy nastupujú pri rovnomernom zakmenení porastu pri stupni prirodzeného zakmenenia 0,85. Teda pre zamedzenie škodlivého vzniku buriny v dospievajúcich porastoch sa vyžaduje pomerne vysoký stupeň prirodzeného zakmenenia na týchto živných stanovištiach. Pri poklese prirodzeného stupňa zakmenenia na 0,8 a menej je už smrekový porast pokrytý vysokou, plne vitálnou burinou (na 80–100 % plochy) a s prirodzenou obnovou sa už nedá počítať.

Je možné vysloviť pravidlo, že v našich hospodárskych lesoch, v mladších porastoch, by skutočné zakmenenie nemalo klesnúť pod hodnotu prirodzeného kritického zakmenenia a s pribúdajúcim vekom stupeň prirodzeného zakmenenia by sa mal čo najviac približovať k hodnote 1,0.

Z hľadiska odolnosti porastov proti vetru Kodrík (1982) uvádza, že už v štádiu húštin je žiadúce robiť silnejšie zásahy, aby v 20 až 30-ročných porastoch bolo zakmenenie 0,8 (rozumie sa tabuľkové). Takéto porasty si zachovávajú dostatočnú stabilitu aj v ďalšom vývoji. Kodrík, Konôpka (1971) uvádzajú, že vychovávané porasty boli najodolnejšie, keď zakmenenie (tabuľkové) po 80. roku nekleslo pod 0,8.

Prudič (1979) nepovažuje za racionálne robiť v starších porastoch prebierky vtedy, keď sa má v dospievajúcom poraste vyťažiť menej ako 10 m³ na ha. Odporúča v týchto prípadoch predĺžiť prebierkový interval alebo pestovný kľud. Zníži sa tým poškodenie porastov a pôdy ťažkými strojmi, na bohatých stanovištiach sa zabráni zaburineniu porastov, ušetrí sa pracovné sily a prakticky sa nezmenší ani prírastok.

Z uvedeného vyplýva, že s ohľadom na zvýšenie odolnosti porastov proti vetru a s ohľadom na tlmenie nežiadúcej buriny pred začiatkom obnovy (hlavne na živných stanovištiach) je žiaduca intenzívna výchova v mladších porastoch, starším porastom je naproti tomu potrebné dopriať viac pestovného kľudu, aby zakmenenie (kruhová základňa) mohlo relatívne narásť a dokonalý zápoj aby potlačil pre obnovu nežiaducu burinu.

S ohľadom na hlavné princípy určovania prevádzkových cieľov (Greguš 1976), a to na princíp maximálnosti produkcie jej bezpečnosti, trvalosti, efektívnosti, i s ohľadom na tlmenie škodlivej buriny v čase obnovy porastov, je možné rámcovo odporúčať takúto prirodze-

IV. Prirodzená kruhová základňa (*G* nat) a stredná hrúbka (*dm*) smrekových porastov v HSLT 511 a 611. — Natural basal area (*G* nat) and mean diameter (*dm*) of spruce stands in CPFT 511 and 611

Drevina	Smrek			
	511		611	
HSLT				
Výšková bonita	36		36	
Vek	<i>G</i> nat	<i>dm</i>	<i>G</i> nat	<i>dm</i>
25	35,8	12,3	40,8	13,0
30	45,3	14,6	47,9	15,2
35	51,9	16,9	52,7	17,2
40	56,5	19,2	56,1	19,0
45	59,7	21,4	58,5	20,6
50	62,0	23,7	60,3	22,2
55	63,7	26,0	61,6	23,6
60	65,0	28,3	62,7	24,9
65	66,0	30,6	63,5	26,2
70	66,8	32,9	64,2	27,3
75	67,4	35,1	64,7	28,4
80	68,0	37,4	65,1	29,5
85	68,4	39,7	—	—
90	68,7	42,0		
95	69,0	44,3		

V. Matematicko-štatistické charakteristiky závislosti prirodzenej kruhovej základne a strednej hrúbky od veku, vyrovnanej Korfovou rastovou funkciou. — Mathematico-statistical characteristics of the relationship of natural basal area and mean diameter to the age, smoothed by Korf's growth function

Drevina	HSLT	Počet meraní	Prirodzená kruhová základňa/vek				Stredná hrúbka/vek			
			parametre funkcie	index korelácie	stredná chyba regres. rovnice		parametre funkcie	index korelácie	stredná chyba regres. rovnice	
					absolut. $\pm m^2$	relatív. $\pm \%$			absolut. $\pm m^2$	relatív. $\pm \%$
Dub	208	20	A 48,82 k 707,441 n 2,805	0,989	0,94	2,3	A 41,31 k 695,854 n 2,595	0,960	2,23	8,6
	209	24	A 69,71 k 7,866 n 1,531	0,927	2,61	6,6	A 73,46 k 7,522 n 1,574	0,955	2,48	10,6
	211	33	A 61,19 k 7,629 n 1,746	0,956	2,41	5,3	A 72,69 k 64,249 n 1,955	0,975	3,53	9,8
Buk	310	24	A 56,65 k 20,127 n 2,044	0,982	1,59	3,6	A 79,82 k 30,079 n 1,797	0,970	3,26	16,1
	311	22	A 51,41 k 54,452 n 2,294	0,984	1,91	4,9	A 136,44 k 18,008 n 1,642	0,964	2,80	20,7
	410	20	A 58,31 k 21,853 n 2,086	0,921	3,26	6,8	A 559,79 k 2,922 n 1,274	0,952	3,23	16,3
	411	11	A 56,99 k 56,119 n 2,244	0,951	2,21	4,8	A 40,862 k 378,360 n 2,455	0,940	3,37	13,3
Smrek	511	14	A 71,21 k 2731,181 n 3,314	0,966	2,27	3,7	A 0,893 ^{*)} B 0,457	0,947	2,79	11,8
	611	13	A 68,39 k 734,471 n 3,035	0,933	2,36	3,9	A 115,65 k 3,217 n 1,403	0,932	2,13	9,3

^{*)} Vyrovnané funkciou $y = a + bx$

VI. Prehľad úprav prirodzenej kruhovej základne. — A review of the modifications of natural basal area

Porasty	HSLT	Priem. bonita v HSLT <i>m</i>	Prirážky, resp. zrážky v m ² na ha, keď výšková bonita porastu je oproti priemernej bonite v HSLT rozdielna		
			o ± 1 bonitu	o ± 2 bonity	o ± 3 bonity
dubové	208, 209, 211	24	± 0,5	± 1,0	± 1,6
bukové	310, 410, 411	28	len v porastoch do 50 rokov		
	311	26	± 0,5	± 0,9	± 1,5
smrekové	511, 611	36	± 1,8	± 3,7	± 5,5

né zakmenenie v našich hospodárskych lesoch na živných stanovištiach najvýznamnejších HSLT:

porasty	prirodzené zakmenenie	
	v období intenzívnej výchovy	v dospievajúcich porastoch a v dobe rubnej zrelosti
dubové	0,75	0,85
bukové	0,60—0,70	0,80
smrekové	0,75—0,80	0,85

Došlo dne 24. 4. 1983

Literatúra

- ASSMANN, E.: Nauka o výnose lesa. Organická produkcia, zloženie, prírastok a výnos lesných porastov. Bratislava, Príroda, 1968. 486 s.
- FRANZ, F.: Ermittlung von Schätzwerten der natürlichen Grundfläche mit Hilfe ertragskundlicher Bestimmungsgrößen des verbleibenden Bestandes. Forstwissenschaftliches Centralblatt, 84, 1965, č. 11/12, s. 357-386
- FRANZ, F.: Grundlagen und Verfahren standortbezogener Leistungsschätzung (mit Fichten — Leistungstabellen für einige Standorteinheiten in Mittelschwaben). Forschungsberichte Nr. 2. München, Forstliche Forschungsanstalt 1971, 316 s.
- GREGUŠ, C.: Hospodárska úprava maloplošného rúbaňového lesa. Bratislava, Príroda, 1976, 304 s.
- HALAJ, J.: Výskum základných zákonitostí rastu a produkcie porastov. (Záverečná správa). Zvolen, Výskumný ústav lesného hospodárstva, 1971, 271 s.
- HALAJ, J.: Porastové veličiny na meranie hustoty a zakmenenia porastov. Lesníctví 19, 1973, č. 10, s. 835-853
- HALAJ, J.: Výskum konštrukcie rastových tabuliek pre hlavné dreviny ČSSR. VÚLH Zvolen (záverečná správa), 1975, 314 s.
- HALAJ, J. — GRÉK, J.: Rozbor zásobovej úrovne rovnovekých nezmiešaných porastov. Zásobové úrovne drevín smrek, jedľa, dub, buk pre hospodárske súbory a lesné oblasti SSR. Čiastková záverečná správa, Zvolen, VÚLH, 1982, 54 s.
- HALAJ, J. — PÁNEK, F. — PETRÁŠ, R. — GRÉK, J.: Výskum a konštrukcia rastových tabuliek hlavných drevín ČSSR. Záverečná správa, Zvolen, VÚLH, 1980, 106 s. V prílohe: Rastové tabuľky hlavných drevín ČSSR (sm, jd, db, bk), 2. vydanie
- HALAJ, J. — PETRÁŠ, R. — KORPEL, Š.: Odvodnenie decenálnych prebiekrových percent drevín na podklade 2. vydania rastových tabuliek ČSSR. Rukopis, VÚLH Zvolen, 1983, 11 s.
- HALAJ, J. — REHÁK, J.: Rastové tabuľky hlavných drevín ČSSR. Bratislava, MLVH SSR vo vyd. Príroda, 1979, 352 s.

HANČINSKÝ, L.: Lesnícka typológia v prevádzkovej praxi. Bratislava, Príroda, 1977, 223 s.

KODRÍK, J.: Problematika stability ihličnatých porastov voči mechanicky pôsobiacim abiotickým činiteľom. Lesnictví 28, 1982, č. 3, s. 249-254

KODRÍK, J. — KONÓPKA, J.: Mechanické pôsobenie vetra a snehu na lesné porasty. Lesnícke informácie, 1971, č. 1, 83 s.

KORF, V.: Příspěvek k matematické definici vzrůstového zákona hmot lesních porostů. Les. práce, 18, 1939, s. 339-379

LEPORSKÝ, A.: Zakmenění porostu jako taxační veličina. Sborník Vysoké školy zemědělské v Brně, 1948, 68 s.

POLENO, Z.: Vliv zakmenění porostů na produkci a funkční efekt lesa. Zprávy lesn. výzkumu, 23, 1978, č. 2, s. 34-37

PRIESOL, A.: Zákonitosti rozmístenia stromov po ploche porastu a možnosti ich využitia v praxi HÚL. Autoreferát DDP, LF — VŠLD Zvolen, 1974, 43 s.

PRIESOL, A. — HLADÍK, M.: Matematicko-štatistické odvodenie jednotky plného zakmenenia rovnovekých porastov. Lesnícky časopis, 22, 1976, č. 1, s. 15-27

PRUDIČ, Z.: Пестební klid jako racionalizační opatření. Lesn. práce, 58, 1979, č. 1, s. 25-27

ŠTEFANČÍK, L.: Stav predrubných bukových porastov na strednom a východnom Slovensku. Les, 17, 1961, č. 6, s. 171-173

ŠTEFANČÍK, L.: O súčasnom stave predrubných bukových porastov na Slovensku a možnosti zvýšenia ich produkcie prebierkami. Lesnícky časopis 8, 1962, č. 2, s. 137-146

ГРЕК, И. (Вýskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen). Определение целевой полноты насаждений. Lesnictví, 29, 1983 (10) : 881-892.

Статья основывается на теории Ассманна о природной полноте насаждений. О наиболее значительных хозяйственных совокупностях лесных типов (ХСЛТ) Словакии, о их главных древесных породах, из выбранных научно-исследовательских участков, используемых при составлении таблиц роста ЧССР, была выведена природная сумма площади сечения (в зависимости от возраста), как мера природной полноты насаждения 1,0. Когда мы ознакомимся с этой основной величиной, мы можем оперировать с природными степенями полноты насаждения, которые представляют определенный фактор надежности в области лесовыращивания и рубки. Природная сумма площади сечения была выведена для дубовых насаждений в ХСЛТ 208, 209, 211, буковых 310, 311, 410, 411 и еловых 511 и 611. В основном предлагается желательная природная полнота насаждения указанных древесных пород на период интенсивного лесовыращивания и для приспевающих насаждений.

лесоустройство; полнота насаждений; природная сумма площади сечения

GRÉK, J. (Výskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen). *Determination of the Final-Crop Stocking of Forest Stands*. Lesnictví, 29, 1983 (10) : 881-892.

Assmann's theory of natural stocking has been used in this study. For the most important commercial populations of forest types (CPFT) in Slovakia and for their main tree species, the natural basal area (related to the age) was derived from the data on selected research areas used in the course of compiling the growth tables of the CSSR; this character stands for the natural stocking 1.0. Finding out this basic value, natural degrees of stocking can be used, providing a definite factor of certainty for the tending measures and logging. Natural basal area was derived for oak stands in CPFT 208, 209, 211, beech stands 310, 311, 410, 411, and spruce stands 511 and 611. The natural stocking of the stands of the above species is proposed in general for the period of intensive management and for maturing stands.

forest management; stand stocking; natural basal area

Adresa autora:

Ing. Ján Grék, CSc., Výskumný ústav lesného hospodárstva, 960 92 Zvolen

ODHAD PŘESNOSTI A POUŽITELNOSTI NĚKTERÝCH ZPŮSOBŮ STANOVENÍ BĚŽNÉHO PŘÍRŮSTU

J. Wolf

WOLF, J. (Lesnická fakulta VŠZ, Brno). *Odhad přesnosti a použitelnosti některých způsobů stanovení běžného přírůstu*. Lesnictví, 29, 1983, (10): 893–898.

V posledních dvaceti letech se v problematice výzkumu zákonitostí růstového procesu stejnověkých porostů objevuje snaha řešit tuto vážnou otázku netradičním způsobem, a to za použití vhodných metod stanovení běžného přírůstu. Předpokladem úspěšného použití tohoto postupu je proto nejen teoretická a praktická znalost metod zjišťování běžného přírůstu taxačních veličin zmíněných porostů, ale i znalost vlastností těchto metod, zejména pokud jde o jejich přesnost a použitelnost pro sledovaný účel. Právě této problematice je věnována tato práce.

hospodářská úprava lesů; běžný přírůst; růstový proces stejnověkých porostů

V lesnické teorii i praxi platil doposud názor, že při výzkumu zákonitostí růstového procesu lesních porostů je třeba používat metod, jejichž základem je dlouhodobé periodicky opakované pozorování a měření taxačních veličin, pečlivě prováděné na trvalých pokusných plochách.

Zhruba v posledních dvaceti letech se však v problematice tohoto výzkumu objevuje snaha řešit tuto vážnou otázku netradičním způsobem, a to za použití vhodných metod stanovení běžného přírůstu. Předpokladem úspěšného použití tohoto netradičního postupu je proto nejen znalost vhodných metod zjišťování běžného přírůstu taxačních veličin stejnověkých porostů, ale i znalost vlastností těchto metod zejména pokud jde o jejich přesnost a použitelnost pro sledovaný účel.

NĚKTERÁ MATEMATICKÁ SCHÉMATA METOD STANOVENÍ PŘÍRŮSTU

Je velmi dobře známo, že většinu dendrometrických veličin není možno měřit úplně přesně. Příčina je v tom, že každé takové měření je zatíženo chybami, které pramení nejen ze subjektivních vlastností měřičů nebo objektivní nedokonalosti měřických pomůcek a přístrojů, ale také z vlastností použitého postupu, ev. metody měření.

Výsledkem měření nějaké dendrometrické veličiny, označme ji např. A , je číslo, které není přesné a je v numerické matematice označováno názvem číslo neúplné (či nepřesné).

Neúplným číslem se pak rozumí dvojice čísel, z nichž jedno je menší a druhé větší než přesná hodnota veličiny A , kterou zpravidla neznáme, neboť podle naší úmluvy nelze veličinu A změřit úplně přesně. Jelikož si tato práce neklade za cíl přesné matematické vyjadřování — které o této problematice nalezne čtenář prakticky v každé knize pojednávající o numerické matematice — uveďme snad jen to, že neúplné číslo můžeme považovat za známý intervalový odhad veličiny A , o níž budeme dále předpokládat, že $A > 0$.

Velmi často se neúplné číslo zapisuje zkráceně

$$A = a(1 \pm \alpha) \quad (1)$$

kde číslo a je tzv. střední aproximace čísla A , kdežto α je tzv. relativní chyba, přesněji

řečeno horní hranice relativní chyby čísla A . O číslu a se ovšem obvykle předpokládá, že $0 < a \ll 1$ tzn., že číslo a je řádově menší než číslo jedna. Zápis (1) je tedy intervalový odhad veličiny A a je proto ekvivalentní nerovnosti

$$a(1 - a) \leq A \leq a(1 + a), \quad (2)$$

přičemž čísla $a(1 - a)$, a , $a(1 + a)$ znamenají po řadě dolní, střední a horní aproximaci čísla A . V numerické matematice se obvykle vyslovuje pravidlo, které říká, že ze dvou neúplných čísel považujeme za přesnější to, jež má menší relativní chybu, resp. její horní hranici. Tímto jsme si zavedli nejnútnejší známé předpoklady pro vyjádření a posouzení přesnosti a použitelnosti některých matematických schemat metod stanovení přírůstu, které nyní dále uvedeme.

Připusťme, že některá metoda stanovení přírůstu stromů nebo porostů je založena na schematicky daném výrazu

$$C = A - B, \quad (3)$$

podle něhož se veličina C určí jako rozdíl měřených veličin A , B , přičemž se předpokládá $A > B > 0$.

Podle naší úmluvy nelze veličiny A , B změřit úplně přesně, ale pouze odhadnout intervalovými odhady

$$A = a(1 \pm \alpha), \quad B = b(1 \pm \beta), \quad (4)$$

kde opět čísla a , b jsou po řadě měřením zjištěné hodnoty veličin A , B , kdežto α , β jsou příslušné relativní chyby. V případě (3) jde tedy o metodu, která přírůst stanoví prostřednictvím rozdílu dvou měřených veličin. S ohledem na výrazy (4) dostaneme

$$\begin{aligned} C = A - B &= (a - b) \left[1 \pm \left(\frac{a}{a - b} \alpha + \frac{b}{a - b} \beta \right) \right] = \\ &= c \left[1 \pm \left(\frac{a}{c} \alpha + \frac{b}{c} \beta \right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Relativní chyba (nepřesnost) této metody je proto charakterizována výrazem

$$\left(\frac{a}{c} \alpha + \frac{b}{c} \beta \right).$$

Při praktickém použití této metody je však zpravidla $c \ll a$, $c \ll b$, čímž chceme opět říci, že číslo c je řádově menší než čísla a , b . Pak ovšem $a/c > 10$, $b/c > 10$, čímž se metoda (3) stane velmi nepřesnou a prakticky neupotřebitelnou. Abychom za těchto okolností snadno posoudili přesnost a použitelnost této metody, položíme $\alpha = \beta$, $a + b = 2m$. Jelikož $a > b$, pak $2m/c > 20$, takže

$$\left(\frac{a}{c} \alpha + \frac{b}{c} \beta \right) = \frac{2m}{c} \alpha > 20 \alpha.$$

Z poslední nerovnosti plyne, že metoda (3) za daných okolností určuje C s více než dvacetkrát větší nepřesností, než s jakou jsou určeny veličiny A , B .

Uvažujme dále metodu stanovení přírůstu, charakterizovanou výrazem

$$C = A \cdot B, \quad (6)$$

tedy metodu, která veličinu C určuje jako součin dvou veličin. Jestliže o veličinách A , B platí výrazy (4), pak při $0 < \alpha \ll 1$, $0 < \beta \ll 1$ dostaneme

$$C = A \cdot B = a \cdot b (1 \pm \alpha) (1 \pm \beta) = c [1 \pm (\alpha + \beta)]. \quad (7)$$

Pro tuto metodu je tedy charakteristická relativní chyba, určená číslem $(a + \beta)$. Jestliže např. $a \geq \beta$, pak zřejmě

$$(a + \beta) \leq 2a$$

a metoda (6) je tedy mnohem, možno říci řádově, výhodnější než metoda (3), neboť její nepřesnost je nejvýše dvakrát větší než nepřesnost určení veličiny A , jestliže $a \geq \beta$.

Jako další je možno uvažovat metodu charakterizovanou výrazem

$$C = A + B, \quad (8)$$

která veličinu C určuje jako součet dvou měřených veličin. Jestliže o veličinách A, B opět platí (4), pak

$$\begin{aligned} C = A + B &= (a + b) \left[1 \pm \left(\frac{a}{a+b} \alpha + \frac{b}{a+b} \beta \right) \right] = \\ &= c \left[1 \pm \left(\frac{a}{c} \alpha + \frac{b}{c} \beta \right) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Metoda (8) je tedy charakterizovaná relativní chybou

$$\left(\frac{a}{c} \alpha + \frac{b}{c} \beta \right),$$

která je po formální stránce stejná s chybou metody (3). Podstatný rozdíl je však v tom, že pro $a > b > 0$ je zde $c = a + b > a > b$. Za těchto okolností je při $a \geq \beta$

$$\left(\frac{a}{c} \alpha + \frac{b}{c} \beta \right) \leq \alpha.$$

Metoda (8) je z toho hlediska neobvykle výhodná, avšak nalezení metody tohoto typu pro určování běžného přírůstu je prakticky nesnadné. Lze však snadno najít metodu, která spojuje výhody metod (6) a (8). Pro takovou metodu je pak typické schéma

$$R = A \cdot B + C \cdot D = P + M. \quad (10)$$

Jestliže přitom pro veličiny A, B platí odhady (4), kdežto pro veličiny C, D analogicky zavedeme $C = c(1 \pm \gamma)$, $D = d(1 \pm \delta)$, pak

$$\begin{aligned} R = AB + CD &= ab[1 \pm (\alpha + \beta)] + cd[1 \pm (\gamma + \delta)] \\ &= p(1 \pm \pi) + m(1 \pm \mu) \\ &= (p + m) \left[1 \pm \left(\frac{p}{p+m} \pi + \frac{m}{p+m} \mu \right) \right] \\ &= r \left[1 \pm \left(\frac{p}{r} \pi + \frac{m}{r} \mu \right) \right], \end{aligned} \quad (11)$$

jestliže $0 < \pi = (\alpha + \beta) \ll 1$, $0 < \mu = (\gamma + \delta) \ll 1$. Je-li nyní např. $\pi > \mu$, pak tedy

$$\left(\frac{p}{r} \pi + \frac{m}{r} \mu \right) < \pi = \alpha + \beta \leq 2\alpha,$$

je-li přitom $a \geq \beta$.

Metoda (10) má proto velmi příznivé vlastnosti a jak bude ukázáno v příští kapitole je její přesnost obvykle ještě větší než přesnost metody (6).

Uvažujme růstový proces, kterému dáme název růst hektarové zásoby stejnověkého smrkového porostu. V tomto procesu je tedy definována jak hektarová zásoba, označme ji V , tak i její běžný přírůst. V daném případě půjde ovšem o celkový běžný přírůst, a proto tuto veličinu označíme zkratkou $CBP(V)$. Chceme-li nyní tuto veličinu aproximovat celkovým průměrným přírůstem periodním, pak to můžeme vyjádřit známým vzorcem

$$\Delta V / \Delta t = (V_2 - V_1) / (t_2 - t_1) \simeq CBP(V) \quad (12)$$

pro $t = (t_2 + t_1) / 2$, $\Delta t \leq 10$ roků.

Ve vzorci (12) znamená tedy V_1 zásobu uvažovaného porostu ve věku t_1 , a to těsně po provedené probírce, kdežto V_2 je zásoba tohoto porostu ve věku t_2 těsně před provedením další probírky. Pak ovšem $\Delta V = V_2 - V_1$ je celková produkce za období $\Delta t = t_2 - t_1$. Ve vzorci (12) lze určit Δt úplně přesně, takže o přesnosti určení přírůstu podle (12) rozhoduje přesnost čitatele. Označíme-li proto $\Delta V = C$, $V_2 = A$, $V_1 = B$, pak pro metodu (12) je charakteristické schéma (3), tj. $C = A - B$. Rozbor metody ukázal, že tato metoda má obvykle velmi nevhodné vlastnosti a je proto pro výzkum růstových procesů stejnověkých nesmíšených porostů velmi nesnadno využitelná.

Bylo proto třeba hledat schůdnější cestu k řešení této problematiky. Dnes je již dlouho dobře známo, že taková cesta existuje a že se opírá o znalost a využití vhodných regresních vztahů, které je možno označit za dostatečně přesné prediktory těch taxačních veličin, jejichž běžný přírůst chceme určovat. Uvažujme proto např. regresní vztah

$$V = f(X), \quad X \in (a, b), \quad (13)$$

kde V je objem stromu dané dřeviny, kdežto X je jeho výčetní tloušťka, zatímco (a, b) je variační obor argumentu X regresní funkce (13). V takovém případě vyjadřuje (13) závislost, která se z lesnického hlediska může nazývat hmotový tarif pro stejnověké porosty dané dřeviny a růstové oblasti. Nic nám však nebrání obecně v tom, abychom veličinu V interpretovali např. jako hektarovou zásobu, kdežto X jako výčetní základnu stejnověkých porostů dané dřeviny. Běžný přírůst veličiny V se podle této závislosti určí jak známo takto:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{df(X)}{dX} \cdot \frac{dX}{dt}. \quad (14)$$

Označíme-li nyní $dV/dt = C$, $df(X)/dX = A$, $dX/dt = B$, pak pro tento případ zřejmě platí schéma (6), tj. $C = A \cdot B$.

Jelikož vztah (13) byl odvozen regresní analýzou, pak je to regresní vztah. Tuto jeho vlastnost je proto možno vyjádřit intervalovým odhadem

$$f(X) = f(x) (1 \pm \varkappa), \quad (13a)$$

takže

$$A = \frac{df(X)}{dX} = \frac{df(x)}{dx} (1 \pm \varkappa),$$

kdežto

$$B = \frac{dX}{dt} = \frac{dx}{dt} (1 \pm \omega).$$

Poslední dva intervalové odhady jsou proto analogické odhadům (4) z předchozí kapitoly. Je-li nyní např. $\varkappa \geq \omega$, pak podle (6) víme, že $(\varkappa + \omega) \leq 2\varkappa$ a nepřesnost metody (14) je tedy nejvýše dvakrát větší než nepřesnost regresního vztahu (13), charakterizovaná relativní chybou $\varkappa$. Argumentem regresního vztahu (13) je však jen jediná pro-

měnná X . Proto nelze pochopitelně očekávat, že těsnost, a tím i přesnost, prediktoru (13) bude velká.

Značně větší těsnost a přesnost můžeme proto očekávat u regresního vztahu

$$V = f(X, Y), \quad [X, Y] \in G, \quad (15)$$

tedy u regresního vztahu se dvěma argumenty. Podobně jako u vztahu (13) lze veličinám V , X , Y dát různý dendrometrický význam. Znamená-li např. V objem stromu dané dřeviny, kdežto X , Y jsou po řadě jeho výčetní tloušťka a výška, pak vztah (15) lze nazvat regresní rovnicí dvouargumentových hmotových tabulek. Nic nám ovšem nebrání v tom, dát těmto veličinám význam jiný, a to např.: V — hektarová porostní zásoba, X — této zásobě příslušná výčetní základna, Y — porostní výška. V takovém případě by pak šlo o regresní rovnici, která může být poměrně velmi přesným prediktorem porostní zásoby dané dřeviny. Vztah (15) je ovšem regresní vztah, takže

$$f(X, Y) = f(x, y) (1 \pm \varepsilon) \quad (15a)$$

a vzhledem k tomu, že právem můžeme předpokládat, že je těsnější než vztah (13a), bude obvykle platit $\varepsilon > 2\varepsilon$. Vztah (15) umožňuje, jak známo, určit přírůstek veličiny V takto:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial f}{\partial X} \cdot \frac{dX}{dt} + \frac{\partial f}{\partial Y} \cdot \frac{dY}{dt}. \quad (16)$$

Označíme-li nyní $dV/dt = R$, $\partial f/\partial X = A$, $dX/dt = B$, $\partial f/\partial Y = C$, $dY/dt = D$, pak $R = A \cdot B + C \cdot D$, což odpovídá schématu (10) z minulé kapitoly. Vzhledem k (15a) dostaneme

$$\frac{\partial f(X, Y)}{\partial X} = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} (1 \pm \varepsilon),$$

$$\frac{\partial f(X, Y)}{\partial Y} = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} (1 \pm \varepsilon),$$

takže s ohledem na (4), resp. (11), je nyní $\varepsilon = \alpha = \gamma$, kdežto

$$B = \frac{dX}{dt} = \frac{dx}{dt} (1 \pm \beta),$$

$$D = \frac{dY}{dt} = \frac{dy}{dt} (1 \pm \delta).$$

Jestliže tedy v souhlasu se vztahem (11) je např.

$$\pi = \varepsilon + \beta > \mu = \varepsilon + \delta,$$

pak metoda (16) je charakterizována chybou $\varepsilon + \beta \leq 2\varepsilon$, jestliže $\varepsilon \geq \beta$.

Jelikož jsme právem předpokládali, že dvouargumentový prediktor (15) je značně přesnější než prediktor (13), pak také přesnost metody (16) bude zcela určitě větší než přesnost metody (14), neboť při praktické aplikaci těchto metod zpravidla je $\varepsilon > 2\varepsilon$.

ZÁVĚR

Metody určující běžný přírůstek taxačních veličin pomocí těsných, a tím i dosti přesných regresních funkcí jsou u nás známy již čtvrt století pod názvem metody totálního diferenciálu.

I když z hlediska slovního označení se může tento název zdát málo výstižný, přesto jde zřejmě jak z teoretického, tak i praktického hlediska o metody stanovení běžného přírůstu, které mají všechny předpoklady k tomu, aby vyhověly účelu, o kterém se zmiňuje úvodní kapitola. Není tedy důležité, že tyto metody jsou již u nás dlouho známy, jde o to, že mají správný teoretický základ a praktickou aplikabilitu, pro kterou v praxi používaná výpočetní technika vhodně vytváří potřebný prostor. Proto tato práce sledovala účel podrobněji upozornit na zmíněné vhodné vlastnosti těchto metod pomocí elementárních prostředků numerické matematiky.

Došlo dne 20. 3. 1981

Literatura

WOLF, J.: Časové a bezčasové směrové pole vývoje. Sborník VŠZL Brno, řada C, 1957, č. 1

WOLF, J.: Zjišťování běžného přírůstu stejnověkých porostů (Teorie metody totálního diferenciálu). Sborník VŠZ Brno, řada C, 1960, č. 4

WOLF, J.: Stanovení celkového běžného přírůstu porostní zásoby pokusných ploch určených ke konstrukci růstových tabulek. Výzkumná zpráva, LF VŠZ Brno, 1969

WOLF, J.: Über einige Eigenschaften der Wuchsreihen gleichaltriger Bestände. Sborník LF VŠZ Brno, řada C, 1974, č. 3

WOLF, J.: Metoda směrového pole v teorii i praxi konstrukce růstových tabulek. Sborník VŠLD Zvolen, 1982

ВОЛЬФ, Я. (Lesnická fakulta VŠZ, Brno). Оценка точности и применимости некоторых способов определения текущего прироста. *Lesnictví*, 29, 1983 (10): 893-898.

За последние 20 лет в проблематике закономерностей процесса роста у равновозрастных посадок проявляется стремление к нетрадиционному способу решения этого важного вопроса: с помощью методов определения текущего прироста. Для этого необходимы не только практические и теоретические знания этих методов по таксационным величинам приведенных посадок, но и знание свойств этих методов, в частности их точность и применимость в данных целях. Именно эта проблематика и рассматривается в данной работе.

текущий прирост; ростовый процесс равновозрастных насаждений

WOLF, J. (Lesnická fakulta VŠZ, Brno). *Estimate of the Exactness and Applicability of some Methods of Determining the Current Increment*. *Lesnictví*, 29, 1983 (10): 893-898.

In the last two decades the researchers studying regularities of the growth process of coeval forest stands tried to solve this important problem in a non-traditional way, using the suitable methods of determining the current increment. To apply successfully this non-traditional procedure, not only theoretical and practical knowledge of the methods of determining the current increment of the taxation characters of the given stands is necessary, but also the knowledge of the qualities of these methods, especially their exactness and applicability to the given purpose. These problems are the objective of the present paper.

current increment; growth process of coeval stands

Adresa autora:

† Doc. Ing. Jaroslav Wolf, CSc., lesnická fakulta VŠZ, Lesnická 37, 662 66 Brno

OBJEMOVÉ TABULKY HRUBINY S KÔROU A BEZ KÔRY PRE SMREK A JEDĽU

K. Hubač, F. Pánek

HUBAČ, K. — PÁNEK, F. (Vysoká škola lesnícka a drevárska, Zvolen). *Objemové tabulky hrubiny s kôrou a bez kôry pre smrek a jedľu*. Lesnictví, 29, 1983 (10) : 899—914.

Podkladový empirický materiál na určenie analyticky vyrovnaného objemu tenčiny kmeňa s kôrou a bez kôry pozostával z vypočítaných nevyrovnaných objemov tenčiny kmeňa z tabuliek kmeňových profilov pre jednotlivé hrúbkové a výškové stupne. To znamená, že empirický materiál pozostával u smreka z 326 a u jedle z 199 kmeňov príslušných hrúbok $d_{1,3}$ a výšok. Vyrovnávanie tohoto empirického materiálu sme previedli analyticko-matematickou cestou na SP TESLA 200. Závislosť objemu tenčiny kmeňa od hrúbky $d_{1,3}$ a výšky sme preskúmali na rôznych typoch rovníc a podľa vypočítaných štatistických charakteristík sa ukázala ako najvyhovujúcejšia rovnica (5). Dosadením príslušných analytických výrazov do rovnice (6) sme dostali (po určitej matematickej úprave) výsledné analytické výrazy pre výpočet objemu hrubiny s kôrou a bez kôry v_h pre smrek a jedľu. Prvý analytický výraz uvedenej rovnice (7) s koeficientmi $a_1 - a_3$ udáva kmeňový objem s kôrou a bez kôry, druhý výraz s koeficientmi $c_1 - c_3$ objem tenčiny kmeňa (vrcholca) s kôrou a bez kôry. Pomocou týchto rovníc a príslušných koeficientov (tabuľka I) boli zostavené objemové tabuľky pre hrubinu s kôrou a bez kôry pre smrek (tabuľka II) a jedľu (tabuľka III).

hospodárska úprava lesov; tabuľky objemové; smrek; jedľa

Naša lesnícka prax vyžaduje od výskumu zostavenie objemových tabuliek pre všetky dreviny, ktoré by udávali kmeňový objem a objem hrubiny s kôrou a bez kôry.

Prvými drevinami, pre ktoré sa v ČSSR objemové tabuľky vyhotovili, boli ihličnaté dreviny, a to: smrek (Korsuň 1971, 1966), borovica (Korsuň 1962, 1966) a jedľa (Hubač, Šebík 1963; Hubač 1966) pre kmeňový objem s kôrou a bez kôry. Základný empirický materiál použitý pre zostavenie týchto tabuliek pozostával zo zdravých a normálne rastúcich stromov, a to 2111 u smreka, 1569 u borovice a 1477 u jedle, ktorý bol podrobne popísaný v prácach autorov.

Títo autori pri meraní pokusného materiálu zistili, že hrubina vetiev sa vyskytuje veľmi vzácné len u niektorých najhrubších stromov nachádzajúcich sa obyčajne na otvorenom okraji porastov. Tieto stromy však nereprezentujú charakter stromov vyskytujúcich sa v poraste, a preto možno vo všeobecnosti povedať, že u ihličnatých drevín (smrek, jedľa, borovica) pri konštrukcii objemových tabuliek nie je potrebné zohľadňovať veľmi vzácné sa vyskytujúcu hrubinu vetiev. To znamená, že u týchto drevín je objem hrubiny tvorený len kmeňom stromu a je teda vždy menší ako kmeňový objem (na rozdiel od listnatých kmeňov).

Na požiadanie praxe zostavil Korsuň (1964) pre smrek a borovicu objemové tabuľky aj pre objem hrubiny s kôrou. Pri jedli neboli tabuľky pre objem hrubiny zostavené. Keď navzájom porovnáme tabuľkový objem hrubiny s kôrou s kmeňovým objemom s kôrou u smreka a borovice zistíme, že objem hrubiny od určitej hrúbky $d_{1,3} = 30$ cm a výšky $h = 30$ m, resp. 20 m (u borovice), je o niečo väčší, ako kmeňový objem. To znamená, že objemové tabuľky pre objem hrubiny s kôrou nespĺňajú už uvedený poznatok, t. j. že objem hrubiny u týchto drevín je vždy menší ako kmeňový objem.

Z uvedených dôvodov bola na návrh koordinátora výskumnej úlohy dodatočne

I. Hodnoty koeficientov rovnice (7) pre smrek a jedľu. — The values of the coef-

Drevina		Hodnoty koeficientov pre	
		kmeňový objem	
		a_1	a_2
Smrek	s kôrou	0,000 040 138 41	1,821 816 0
	bez kôry	0,000 031 989 00	1,846 500 0
Jedľa	s kôrou	0,000 044 858 10	1,840 100 0
	bez kôry	0,000 034 922 00	1,866 500 0

zahrnutá ďalšia etapa výskumu, a to Konštrukcia objemových tabuliek pre hrubinu s kôrou a bez kôry pre smrek a jedľu, ktoré po vyriešení a po oponentskom prejednaní uverejňujeme pre potrebu lesníckej praxe. Pre borovicu tieto tabuľky zostavil Dr. Ing. J. Řehák, CSc.

METODICKÝ POSTUP KONŠTRUKCIE OBJEMOVÝCH TABULIEK

Pri konštrukcii objemových tabuliek pre objem hrubiny s kôrou a bez kôry sme zvolili taký metodický postup, ktorý nevychádza z vyrovnania pôvodného empirického materiálu (objemu hrubiny), ale už z hotových objemových tabuliek pre kmeňový objem a z odvodených údajov pre objem tenčiny kmeňa (vrcholca). Tento metodický postup sme zvolili preto, aby sme súčasne dosiahli vzájomnú matematickú zosúladenosť údajov kmeňových objemov s objemami hrubiny, pretože objem hrubiny sa rovná kmeňovému objemu zmenšenému o objem tenčiny kmeňa.

Na riešenie tohoto vzťahu sme použili tieto podklady:

tabuľky kmeňových profilov;

objemové tabuľky pre kmeňový objem s kôrou a bez kôry, v ktorých vyrovnaný objem v závislosti od hrúbky $d_{1,3}$ a výšky bol vyjadrený analytickým výrazom.

Obidve uvádzané tabuľky zostavil Korsuň pre smrek a borovicu (1961, 1962, 1966⁾ a Hubač pre jedľu (1963, 1964, 1966).

TABULKY KMEŇOVÝCH PROFILOV

Tabuľky kmeňových profilov udávajú pre kmene rôznej hrúbky $d_{1,3}$ a výšky priemerné hodnoty hrúbok bez kôry v mm po 2m úsekoch od prízemku až k vrcholu kmeňa. Tieto tabuľky boli zostavené z toho istého pokusného materiálu ako objemové tabuľky, t. j. z kmeňov zmeraných Huberovou metódou podľa 2m sekcií.

Metodický postup ich zostavenia, ktorý je podrobne popísaný v prácach autorov, bol založený na graficko-počtárskom vyrovnaní hrúbok v jednotlivých úsekoch na kmeni. Z tohoto vyrovnania vyplynulo, že kmeňový objem vypočítaný zo sekčných hrúbok je totožný s kmeňovým objemom, ktorý udávajú objemové tabuľky pre príslušné hrúbky $d_{1,3}$ a pre príslušné výšky. Vzhľadom na túto objemovú zhodu sme mohli tabuľky kme-

ficients of equation (7) for the tree species spruce and fir

Hodnoty koeficientov pre			
kmeňový objem	objem tenčiny kmeňa		
a_3	c_1	c_2	c_3
1,132 062 0	0,009 285 407 668	- 1,020 374 09	0,896 100 664
1,147 400 0	0,008 290 542 522		
1,106 130 0	0,029 955 398 537	- 1,301 547 94	0,739 959 292
1,122 000 0	0,026 745 891 694		

ňových profilov použit na určenie hranice hrubiny na kmeni a potom aj na samotný výpočet objemu tenčiny.

Určenie hranice hrubiny na kmeni

V našej lesníckej praxi sa používa hranica hrubiny 7 cm aj s kôrou. Pretože tabuľky kmeňových profilov udávajú sekčné hrúbky bez kôry, bolo potrebné určiť hranicu hrubiny bez kôry v súvislosti s hrúbkou kôry na hranici hrubiny. Hrúbku kôry na hranici hrubiny sme zisťovali z pôvodného empirického materiálu. Vzhľadom na to, že sa neprejavila závislosť hrúbky kôry (na hranici hrubiny) od hrúbky $d_{1,3}$ a výšky stromu, vypočítali sme priemernú hrúbku kôry, ktorá sa u smreku pohybovala okolo 3,1 mm a u jedle okolo 3,3 mm. Tieto vypočítané hodnoty sme zaokrúhlili na celý milimeter, takže pre uvádzané dreviny sme uvažovali s hrúbkou kôry na hranici hrubiny o rozmere 3,0 mm. Za hranicu hrubiny kmeňa bez kôry sme preto považovali 6,7 cm, a určili sme ju pre každú hrúbku $d_{1,3}$ a výšku uvažovaných drevín z graficky vynesných tabuliek kmeňových profilov.

Určenie objemu tenčiny kmeňa s kôrou a bez kôry

Objem tenčiny kmeňa (vrcholca) bez kôry sme vypočítali z tabuliek kmeňových profilov pre jednotlivé kmene tým spôsobom, že ak hranica hrubiny (6,7 cm) bola od vrcholu kmeňa vzdialená viac ako 2 alebo 4 m, objem týchto sekcií sme vypočítali priamo z údajov tabuliek kmeňových profilov za pomoci tabuliek kruhových plôch. Objem úseku kmeňa od týchto sekcií po hranicu hrubiny sme vypočítali jednoduchou Huberovou metódou za použitia stredovej hrúbky určenej z graficky vynesných profilov vrcholcov. Súčet obidvoch týchto vypočítaných objemov je objem tenčiny kmeňa bez kôry.

Výpočet, resp. určenie tenčiny kmeňa s kôrou, bol zložitejší, pretože tabuľky kmeňových profilov neboli pre kmene s kôrou zostavené. V dôsledku toho sme museli pre kmene rôznych hrúbok $d_{1,3}$ a výšok zostaviť tabuľky kmeňových profilov s kôrou od vrcholu kmeňov po hranicu hrubiny. Toto sme vykonali z pôvodného empirického materiálu, v ktorom bola meraná hrúbka kôry v strede jednotlivých sekcií. Vyrovnaním hrúbky kôry v závislosti od hrúbky $d_{1,3}$ a výšky v príslušných sekciách jednotlivých kmeňov a pripočítaním tejto hrúbky kôry k sekčným hrúbkam kmeňa bez kôry sme dostali tabuľky kmeňových profilov tenčiny kmeňov s kôrou, z ktorých sme vypočítali objem tenčiny kmeňa s kôrou. Tieto nevyrovnané objemy tenčiny kmeňa s kôrou a bez kôry sme analyticky vyrovnali osobitne pre každú drevinu v závislosti od hrúbky $d_{1,3}$ a výšky stromu.

ANALYTICKÉ VYROVNANIE OBJEMU TENČINY S KÔROU A BEZ KÔRY

Podkladový empirický materiál tvorili nevyrovnané objemy tenčiny kmeňa (vrcholca) s kôrou a bez kôry, vypočítané pre príslušné drevinu pre celý rozsah tabuliek kmeňových profilov. To znamená, že empirický materiál pozostával u smreka z 326, jedle z 299 kmeňov rôznych hrúbok $d_{1,3}$ (odstupňovane po 2 cm) a výšok (odstupňovane po 2 m).

Objem tenčiny kmeňa s kôrou a bez kôry sme vyrovnali analytickou cestou na SP TESLA 200 v ÚVT VŠLD Zvolen. Vychádzali sme zo známeho vzťahu, že objem kmeňa s kôrou a bez kôry (v_k) je závislý od hrúbky $d_{1,3}$ (d) a od výšky (h), t. j.

$$v_k = f(d, h). \quad (1)$$

Tento istý vzťah platí aj pre objem tenčiny kmeňa s kôrou a bez kôry (v_t), pretože tvorí určitú časť kmeňového objemu s kôrou a bez kôry, t. j.

$$v_t = f(d, h). \quad (2)$$

Aby sme dospeli k výslednej vyrovnávajúcej rovnici pre objem tenčiny s kôrou a bez kôry, preskúmali sme najskôr čiastkové závislosti, a to:

$$v_t = f(h) \text{ pre konštantné hrúbky } d_{1,3} \text{ a} \quad (3)$$

$$v_t = f(d) \text{ pre konštantné výšky.} \quad (4)$$

Z grafického zobrazenia týchto čiastkových závislostí jednoznačne vyplynulo, že s pribúdajúcou výškou objem tenčiny kmeňa stúpa a s pribúdajúcou hrúbkou $d_{1,3}$ klesá.

Závislosť tenčiny kmeňa od oboch premenných (d, h) sme vyriešili naraz. Na SP TESLA 200 sme preskúmali rôzne typy rovníc a podľa štatistických charakteristík sme hľadali, ktorý typ rovnice najlepšie vyrovnáva empirický materiál. Ako najlepšia sa ukázala rovnica v tvare

$$v_t = [e^{a_1 + a_2 \cdot \ln(d+1) + a_3 \cdot \ln h}] \cdot 0,001, \quad (5)$$

kde: e — základ prirodzených logaritmov,
 $\ln$ — prirodzený logaritmus,
 a_1, a_2, a_3 — koeficienty, ktoré sme vypočítali metódou najmenších štvorcov.

Uvedená funkcia (5) spĺňa požiadavky kladené na závislosť objemu tenčiny kmeňa od hrúbky $d_{1,3}$ a výšky stromu, pretože koeficient a_2 má záporné a koeficient a_3 kladné znamienko. O tesnosti vyrovnania empirického materiálu pomocou tejto rovnice svedčia aj hodnoty indexov korelácie (nad 0,98) a vypočítané odchýlky empirických hodnôt od tabulkových hodnôt, ktoré sú pre jednotlivé drevinu úplne nepatrné. Z uvedeného vyplýva, že objemy tenčiny kmeňa s kôrou a bez kôry vyrovnané podľa rovnice (5) a podľa príslušných koeficientov možno považovať za spoľahlivé, a preto aj použiteľné pre zostavenie objemových tabuliek hrubiny pre smrek a jedľu.

VLASTNÁ KONŠTRUKCIA OBJEMOVÝCH TABULIEK PRE HRUBINU S KÔROU A BEZ KÔRY

Pri konštrukcii objemových tabuliek pre hrubinu s kôrou a bez kôry vychádzame z už zdôvodneného poznatku, že

$$v_h = v_k - v_t, \quad (6)$$

kde: v_h — objem hrubiny s kôrou alebo bez kôry,
 v_k — kmeňový objem s kôrou alebo bez kôry,
 v_t — objem tenčiny kmeňa s kôrou alebo bez kôry.

II. Objemové tabuľky pre smrek. — Volume tables for spruce
Smrek

Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny		Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny	
		s kôrou	bez kôry			s kôrou	bez kôry
cm	m	m^3		cm	m	m^3	
10	4	0,012	0,011	14	23	0,184	0,165
	5	0,016	0,014		24	0,193	0,173
	6	0,020	0,017		25	0,203	0,181
	7	0,024	0,021	18	8	0,087	0,077
	8	0,028	0,025		9	0,100	0,089
	9	0,032	0,028		10	0,113	0,100
	10	0,037	0,032		11	0,126	0,112
	11	0,041	0,036		12	0,139	0,123
	12	0,045	0,040		13	0,152	0,135
	13	0,050	0,044		14	0,165	0,147
	14	0,054	0,048		15	0,179	0,160
	15	0,059	0,052		16	0,192	0,172
	16	0,063	0,056		17	0,206	0,184
	17	0,068	0,060		18	0,220	0,197
	18	0,073	0,064		19	0,234	0,210
	19	0,078	0,069		20	0,248	0,223
	20	0,082	0,073		21	0,262	0,235
14	6	0,039	0,035		22	0,276	0,248
	7	0,047	0,041		23	0,291	0,262
	8	0,055	0,048		24	0,305	0,275
	9	0,063	0,055		25	0,320	0,288
	10	0,071	0,063		26	0,334	0,301
	11	0,079	0,070		27	0,349	0,315
	12	0,087	0,077		28	0,364	0,328
	13	0,096	0,085		29	0,379	0,342
	14	0,104	0,093		30	0,393	0,355
	15	0,113	0,100	22	10	0,162	0,144
	16	0,122	0,108		11	0,180	0,161
	17	0,130	0,116		12	0,199	0,178
	18	0,139	0,124		13	0,218	0,195
	19	0,148	0,132		14	0,237	0,212
	20	0,157	0,140		15	0,256	0,230
	21	0,166	0,148		16	0,276	0,248
	22	0,175	0,156				

Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny		Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny	
		s kôrou	bez kôry			s kôrou	bez kôry
cm	m	m^3		cm	m	m^3	
22	17	0,295	0,266	26	19	0,729	0,664
	18	0,315	0,284		30	0,758	0,690
	19	0,335	0,302		31	0,787	0,717
	20	0,355	0,320		32	0,815	0,744
	21	0,375	0,339		33	0,844	0,770
	22	0,396	0,357		34	0,873	0,797
	23	0,416	0,376		35	0,903	0,824
	24	0,437	0,395		36	0,932	0,851
	25	0,458	0,414		37	0,961	0,879
	26	0,479	0,433		38	0,991	0,906
	27	0,499	0,452	30	14	0,412	0,372
	28	0,521	0,472		15	0,446	0,403
	29	0,542	0,491		16	0,479	0,434
	30	0,563	0,511		17	0,513	0,465
	31	0,584	0,530		18	0,548	0,497
	32	0,606	0,550		19	0,582	0,529
	33	0,627	0,570		20	0,617	0,561
	34	0,649	0,590		21	0,652	0,593
26	12	0,268	0,241		22	0,688	0,626
	13	0,293	0,264		23	0,723	0,658
	14	0,319	0,287		24	0,759	0,691
	15	0,345	0,311		25	0,795	0,725
	16	0,371	0,335		26	0,831	0,758
	17	0,398	0,359		27	0,868	0,792
	18	0,425	0,384		28	0,904	0,825
	19	0,451	0,408		29	0,941	0,859
	20	0,478	0,433		30	0,978	0,894
	21	0,506	0,458		31	1,015	0,928
	22	0,533	0,483		32	1,052	0,962
	23	0,561	0,509		33	1,089	0,997
	24	0,588	0,534		34	1,127	1,032
	25	0,616	0,560		35	1,164	1,067
	26	0,644	0,586		36	1,202	1,102
	27	0,672	0,612		37	1,240	1,137
	28	0,701	0,638		38	1,278	1,172

Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny		Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny	
		s kôrou	bez kôry			s kôrou	bez kôry
cm	m	m^3		cm	m	m^3	
30	39	1,316	1,208	38	26	1,267	1,162
	40	1,354	1,243		27	1,322	1,213
34	16	0,599	0,544		28	1,377	1,265
	17	0,642	0,538		29	1,433	1,317
	18	0,685	0,623		30	1,489	1,369
	19	0,728	0,663		31	1,546	1,422
	20	0,772	0,703		32	1,602	1,474
	21	0,815	0,743		33	1,659	1,527
	22	0,860	0,784		34	1,716	1,581
	23	0,904	0,825		35	1,774	1,634
	24	0,949	0,867		36	1,831	1,688
	25	0,994	0,908		37	1,889	1,742
	26	1,039	0,950		38	1,947	1,796
	27	1,084	0,992		39	2,005	1,850
	28	1,130	1,035		40	2,063	1,905
	29	1,176	1,077	42	20	1,125	1,030
	30	1,222	1,120		21	1,189	1,090
	31	1,268	1,163		22	1,253	1,149
	32	1,314	1,206		23	1,318	1,209
	33	1,361	1,249		24	1,383	1,270
	34	1,408	1,293		25	1,449	1,331
	35	1,455	1,337		26	1,514	1,392
	36	1,502	1,381		27	1,580	1,454
	37	1,549	1,425		28	1,647	1,516
	38	1,597	1,469		29	1,714	1,578
	39	1,644	1,514		30	1,781	1,641
	40	1,692	1,558		31	1,848	1,704
38	18	0,835	0,762		32	1,916	1,767
	19	0,888	0,810		33	1,984	1,831
	20	0,941	0,860		34	2,052	1,894
	21	0,994	0,909		35	2,120	1,958
	22	1,048	0,959		36	2,189	2,023
	23	1,102	1,009		37	2,258	2,087
	24	1,157	1,060		38	2,327	2,152
	25	1,212	1,111		39	2,397	2,217

Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny		Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny	
		s kôrou	bez kôry			s kôrou	bez kôry
cm	m	m^3		cm	m	m^3	
42	40	2,467	2,283	50	38	3,179	2,952
46	22	1,475	1,355		39	3,274	3,041
	23	1,551	1,426		40	3,369	3,131
	24	1,627	1,498	54	24	2,168	2,003
	25	1,704	1,569		25	2,271	2,099
	26	1,782	1,642		26	2,374	2,196
	27	1,859	1,714		27	2,478	2,293
	28	1,938	1,787		28	2,582	2,391
	29	2,016	1,861		29	2,687	2,489
	30	2,095	1,935		30	2,792	2,588
	31	2,174	2,009		31	2,897	2,687
	32	2,254	2,083		32	3,003	2,787
	33	2,334	1,158		33	3,110	2,887
	34	2,414	2,234		34	3,217	2,988
	35	2,495	2,309		35	3,324	3,089
	36	2,576	2,385		36	3,432	3,190
	37	2,657	2,461		37	3,540	3,292
	38	2,738	2,538		38	3,648	3,394
	39	2,820	2,615		39	3,757	3,497
	40	2,902	2,692		40	3,867	3,600
50	23	1,800	1,659	58	26	2,699	2,500
	24	1,889	1,742		27	2,816	2,611
	25	1,979	1,826		28	2,935	2,722
	26	2,068	1,910		29	3,054	2,834
	27	2,159	1,994		30	3,173	2,947
	28	2,249	2,079		31	3,293	3,060
	29	2,341	2,165		32	3,414	3,173
	30	2,432	2,250		33	3,535	3,287
	31	2,524	2,337		34	3,656	3,402
	32	2,617	2,423		35	3,778	3,517
	33	2,709	2,511		36	3,901	3,632
	34	2,803	2,598		37	4,024	3,748
	35	2,896	2,686		38	4,147	3,865
	36	2,990	2,774		39	4,271	3,982
	37	3,084	2,863		40	4,395	4,099

Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny		Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny	
		s kôrou	bez kôry			s kôrou	bez kôry
cm	m	m^3		cm	m	m^3	
62	27	3,174	2,948	70	31	4,616	4,308
	28	3,308	3,073		32	4,785	4,468
	29	3,442	3,200		33	4,955	4,629
	30	3,577	3,327		34	5,125	4,790
	31	3,712	3,454		35	5,296	4,952
	32	3,848	3,582		36	5,468	5,115
	33	3,984	3,711		37	5,640	5,278
	34	4,121	3,840		38	5,813	5,442
	35	4,255	3,970		39	5,986	5,607
	36	4,397	4,101		40	6,160	5,772
	37	4,535	4,232	74	31	5,101	4,767
	38	4,674	4,363		32	5,288	4,944
	39	4,814	4,495		33	5,475	5,122
	40	4,954	4,628		34	5,664	5,301
66	28	3,701	3,444		35	5,853	5,480
	29	3,851	3,585		36	6,042	5,660
	30	4,002	3,728		37	6,233	5,841
	31	4,153	3,870		38	6,424	6,022
	32	4,305	4,014		39	6,616	6,204
	33	4,458	4,158		40	6,808	6,387
	34	4,611	4,303	78	32	5,813	5,443
	35	4,765	4,449		33	6,020	5,638
	36	4,919	4,595		34	6,226	5,835
	37	5,074	4,742		35	6,434	6,032
	38	5,230	4,889		36	6,643	6,230
	39	5,386	5,037		37	6,852	6,429
	40	5,542	5,186		38	7,062	6,629
70	29	4,280	3,991		39	7,273	6,830
	30	4,448	4,149		40	7,484	7,031

Dosadením príslušných analytických výrazov do rovnice (6), t. j. analytický výraz pre kmeňový objem s kôrou a bez kôry (Korsuň 1961, 1962, 1966; Hubač 1963, 1966) a analytický výraz pre objem tenčiny kmeňa s kôrou a bez kôry (5) dostaneme po určitej matematickej úprave konečný analytický výraz pre výpočet objemu hrubiny s kôrou a bez kôry:

$$v_h = [a_1 (d + 1)^{a_2} \cdot h^{a_3}] - [c_1 (d + 1)^{c_2} \cdot h^{c_3}]. \quad (7)$$

III. Objemové tabuľky pre jedľu. — Volume tables for fir
Jedľa

Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny		Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny	
		s kôrou	bez kôry			s kôrou	bez kôry
cm	m	m^3		cm	m	m^3	
10	4	0,013	0,011	18	13	0,168	0,147
	5	0,018	0,015		14	0,183	0,160
	6	0,022	0,018		15	0,197	0,173
	7	0,026	0,022		16	0,212	0,186
	8	0,031	0,026		17	0,227	0,200
	9	0,035	0,030		18	0,242	0,213
	10	0,040	0,034		19	0,257	0,226
	11	0,045	0,038		20	0,272	0,240
	12	0,049	0,042		21	0,287	0,254
	13	0,054	0,047		22	0,302	0,267
	14	0,059	0,051		23	0,318	0,281
	15	0,064	0,055		24	0,333	0,295
	16	0,069	0,060		25	0,349	0,309
	17	0,074	0,064		26	0,364	0,323
	18	0,079	0,069	22	12	0,221	0,195
14	7	0,053	0,045		13	0,242	0,213
	8	0,061	0,053		14	0,263	0,232
	9	0,070	0,060		15	0,284	0,250
	10	0,079	0,068		16	0,305	0,269
	11	0,088	0,076		17	0,326	0,288
	12	0,097	0,084		18	0,347	0,307
	13	0,106	0,092		19	0,369	0,327
	14	0,115	0,100		20	0,390	0,346
	15	0,124	0,108		21	0,412	0,366
	16	0,134	0,117		22	0,434	0,385
	17	0,143	0,125		23	0,456	0,405
	18	0,153	0,134		24	0,478	0,425
	19	0,162	0,142		25	0,500	0,445
	20	0,172	0,151		26	0,522	0,465
18	21	0,182	0,159		27	0,545	0,486
	22	0,191	0,168		28	0,567	0,506
				26	13	0,327	0,289
	10	0,126	0,110		14	0,355	0,314
	11	0,140	0,122		15	0,383	0,340
	12	0,154	0,135				

Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny		Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny	
		s kôrou	bez kôry			s kôrou	bez kôry
cm	m	m^3		cm	m	m^3	
26	16	0,411	0,365	30	34	1,226	1,105
	17	0,440	0,391		35	1,266	1,142
	18	0,469	0,417	34	18	0,759	0,679
	19	0,498	0,443		19	0,806	0,722
	20	0,527	0,469		20	0,853	0,765
	21	0,556	0,496		21	0,900	0,808
	22	0,587	0,522		22	0,948	0,851
	23	0,615	0,549		23	0,995	0,895
	24	0,645	0,576		24	1,044	0,939
	25	0,675	0,603		25	1,092	0,983
	26	0,705	0,630		26	1,140	1,027
	27	0,735	0,658		27	1,189	1,071
	28	0,765	0,685		28	1,238	1,116
	29	0,795	0,713		29	1,287	1,161
	30	0,826	0,740		30	1,336	1,206
	31	0,856	0,768		31	1,385	1,251
	32	0,887	0,796		32	1,435	1,296
30	16	0,532	0,474		33	1,485	1,342
	17	0,569	0,507		34	1,535	1,388
	18	0,606	0,541		35	1,585	1,434
	19	0,643	0,575		36	1,635	1,480
	20	0,681	0,609		37	1,685	1,526
	21	0,719	0,643	38	18	0,927	0,832
	22	0,757	0,678		19	0,984	0,884
	23	0,795	0,712		20	1,042	0,937
	24	0,834	0,747		21	1,099	0,989
	25	0,872	0,782		22	1,157	1,043
	26	0,911	0,818		23	1,216	1,096
	27	0,950	0,853		24	1,275	1,150
	28	0,989	0,889		25	1,333	1,203
	29	1,028	0,924		26	1,393	1,258
	30	1,067	0,960		27	1,452	1,312
	31	1,107	0,996		28	1,512	1,367
	32	1,146	1,032		29	1,572	1,422
	33	1,186	1,069		30	1,632	1,477

Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny		Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny	
		s kôrou	bez kôry			s kôrou	bez kôry
cm	m	m^3		cm	m	m^3	
38	31	1,692	1,532	46	22	1,633	1,478
	32	1,752	1,588		23	1,716	1,554
	33	1,813	1,644		24	1,798	1,630
	34	1,874	1,700		25	1,881	1,706
	35	1,935	1,756		26	1,965	1,783
	36	1,996	1,812		27	2,049	1,860
	37	2,058	1,869		28	2,133	1,938
	38	2,120	1,926		29	2,217	2,016
	39	2,181	1,983		30	2,302	2,094
					31	2,387	2,172
42	18	1,110	0,999		32	2,472	2,251
	19	1,178	1,062		33	2,558	2,330
	20	1,247	1,125		34	2,644	2,410
	21	1,317	1,188		35	2,730	2,489
	22	1,386	1,252		36	2,816	2,569
	23	1,456	1,316		37	2,903	2,650
	24	1,526	1,380		38	2,990	2,730
	25	1,597	1,445		39	3,077	2,811
	26	1,668	1,510		40	3,165	2,892
	27	1,739	1,575	50	21	1,803	1,635
	28	1,810	1,641		22	1,899	1,722
	29	1,882	1,707		23	1,994	1,810
	30	1,954	1,773		24	2,090	1,899
	31	2,026	1,839		25	2,187	1,988
	32	2,098	1,906		26	2,284	2,077
	33	2,171	1,973		27	2,381	2,167
	34	2,244	2,040		28	2,479	2,258
	35	2,317	2,108		29	2,577	2,348
	36	2,390	2,176		30	2,676	2,439
	37	2,464	2,244		31	2,775	2,531
	38	2,538	2,312		32	2,874	2,622
	39	2,612	2,380		33	2,973	2,715
	40	2,686	2,449		34	3,073	2,807
46	19	1,389	1,254		35	3,174	2,900
	20	1,470	1,328		36	3,274	2,993
	21	1,551	1,403				

Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny		Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny				
		s kôrou	bez kôry			s kôrou	bez kôry			
cm	m	m^3		cm	m	m^3				
50	37	3,375	3,087	58	36	4,282	3,930			
	38	3,476	3,180		37	4,414	4,052			
	39	3,577	3,274		38	4,546	4,176			
	40	3,679	3,369		39	4,678	4,299			
54	23	2,292	2,085		40	4,811	4,423			
				62	24	3,085	2,818			
								25	3,228	2,950
								26	3,371	3,083
								27	3,515	3,216
								28	3,659	3,350
								29	3,804	3,485
								30	3,949	3,620
								31	4,095	3,756
								32	4,241	3,892
								33	4,388	4,029
								34	4,536	4,166
								35	4,684	4,304
								36	4,832	4,442
								37	4,980	4,581
								38	5,130	4,720
39	5,279	4,859								
40	5,429	4,999								
58	24	2,734	2,493							
								25	2,861	2,610
				26	2,987	2,727				
				27	3,115	2,845				
				28	3,243	2,964				
				29	3,371	3,083				
				30	3,500	3,203				
				31	3,629	3,323				
				32	3,759	3,443				
				33	3,889	3,564				
				34	4,020	3,686				
				35	4,151	3,807				
				66	24	3,456	3,162			
								25	3,615	3,310
26	3,776	3,459								
27	3,937	3,608								
28	4,098	3,759								
29	4,260	3,910								
30	4,423	4,061								
31	4,587	4,213								
32	4,751	4,366								
33	4,915	4,520								
34	5,080	4,674								
35	5,246	4,828								

Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny		Hrúbka $d_{1,3}$	Výška	Objem hrubiny	
		s kôrou	bez kôry			s kôrou	bez kôry
cm	m	m^3		cm	m	m^3	
66	36	5,412	4,983	74	31	5,645	5,201
	37	5,578	5,139		32	5,847	5,390
	38	5,745	5,295		33	6,049	5,579
	39	5,913	5,451		34	6,253	5,769
	40	6,081	5,608		35	6,456	5,960
70	24	3,845	3,523	74	36	6,661	6,151
	25	4,023	3,688		37	6,866	6,343
	26	4,201	3,854		38	7,071	6,536
	27	4,380	4,021		39	7,277	6,729
	28	4,560	4,188		40	7,484	6,923
	29	4,740	4,357	78	24	4,680	4,301
	30	4,922	4,526		25	4,896	4,502
	31	5,103	4,695		26	5,113	4,705
	32	5,286	4,866		27	5,331	4,908
	33	5,469	5,036		28	5,550	5,113
	34	5,652	5,208		29	5,770	5,318
	35	5,837	5,380		30	5,990	5,524
	36	6,021	5,553		31	6,212	5,731
	37	6,207	5,726		32	6,434	5,939
	38	6,393	5,900		33	6,657	6,148
	39	6,579	6,075		34	6,880	6,357
	40	6,766	6,250		35	7,104	6,667
74	24	4,253	3,903		36	7,329	6,778
	25	4,450	4,086		37	7,555	6,990
	26	4,647	4,270		38	7,781	7,202
	27	4,845	4,454		39	8,008	7,415
	28	5,044	4,640		40	8,235	7,629
	29	5,244	4,826				
	30	5,444	5,013				

Analytický výraz uvedenej rovnice (7) s koeficientmi $a_1 - a_3$ udáva kmeňový objem s kôrou alebo bez kôry, druhý výraz s koeficientmi $c_1 - c_3$ udáva objem tenčiny kmeňa (vrcholca) s kôrou alebo bez kôry. Pomocou týchto rovníc a príslušných koeficientov, vypočítaných metódou najmenších štvorcov (uvedené sú v tabuľke I), boli zostavené objemové tabuľky pre hrubinu s kôrou a bez kôry pre smrek (tabuľka II) a jedľa (tabuľ-

ка III). Vzhľadom na to, že objemové tabuľky boli zostavené analyticko-matematickou cestou, možno ich využiť v praxi lesného hospodárstva na výpočet zásoby porastov aj pomocou samočinných počítačov.

Došlo dne 15. 3. 1983

Literatúra

- HUBAČ, K. — ŠEBÍK, L.: Hmotové tabuľky pre jedľu. Zborník ved. prác VŠLD Zvolen, 1963
- HUBAČ, K.: Hmotové tabuľky pre kmeňový objem s kôrou pre jedľu. Rukopis odovzdaný pre Komisiu rastových tabuliek, 1966
- HUBAČ, K. — ŠEBÍK, L.: Tabuľky kmeňových profilov a sortimentačné tabuľky pre jedľu. Zborník vedeckých prác LF VŠLD, 1964
- HUBAČ, K.: Sortimentačné tabuľky pre ihličnaté dreviny. Príroda, Vydav. kníh a časopisov, n. p. Bratislava, 1973
- KORSUŇ, F.: Hmotové tabuľky pro smrč. Sborník ČSAZV - Lesnictví, 1961
- KORSUŇ, F.: Tabuľky kmeňových profilů a sortimentační tabuľky pro smrč. Práce výzk. ústavů les., sv. 22, 1961
- KORSUŇ, F.: Hmota hroubí a hmota nadzemní u smrku a borovice. Lesnický časopis, 1964, č. 12
- KORSUŇ, F.: Hmotové tabuľky pro objem kmeňový s kůrou a bez kůry pro smrč a borovic. Rukopis odovzdaný Komisii pre rastové tabuľky, 1966

ГУБАЧ, К. — ПАНЕК, Ф. (Vysoká škola lesnícka a drevárska, Zvolen). Таблицы объемов крупной древесины с корой и без коры для ели и пихты. Lesnictví, 29, 1983 (10) : 899-914.

Отправной эмпирический материал для определения аналитически выравненного объема мелкой древесины ствола с корой и без коры состоял из вычисленных невыравненных объемов мелкой древесины ствола из таблиц профилей стволов для отдельных степеней диаметра и высоты. Это означает, что эмпирический материал состоял у ели из 326 и пихты 299 стволов соответствующих диаметров $d_{1,3}$ и высот.

Выравнивание этого эмпирического материала было переведено аналитическо-математическим путем на СВ ТЕСЛА 200. Зависимость объема мелкой древесины ствола от диаметра $d_{1,3}$ и высоты испытывалась на разных типах уравнений и согласно вычисленным статистическим характеристикам оказалось наиболее пригодным уравнение (5).

Подстановкой соответствующих аналитических выражений в уравнение (6) после определенного математического оформления были получены аналитические выражения для вычисления объема крупной древесины с корой и без коры v_h для ели и пихты. Первое аналитическое выражение приведенного уравнения (7) с коэффициентами $a_1 - a_3$ отражает объем стволов с корой и без коры, второе выражение с коэффициентом $c_1 - c_3$ объем мелкой древесины ствола (верхушки) с корой и без коры. При помощи этих уравнений и соответствующих коэффициентов (таблица I) были составлены таблицы объема для крупной древесины с корой и без коры для ели (таблица II) и пихты (таблица III).

лесоустройство; таблица объемов; ель; пихта

HUBAČ, K. — PÁNEK, F. (Vysoká škola lesnícka a drevárska, Zvolen). Volume Tables for Wood outside and inside Bark for the Species Spruce and Fir. Lesnictví, 29, 1983 (10) : 899-914.

The empirical data used for the determination of an analytically smoothed volume of the thin parts of trunk (poles) outside and inside bark comprised the unsmoothed volumes of trunk poles calculated from the tables of trunk profiles for different diameter and height degrees. This means that the empirical data included 326 spruce trunks and 299 pine trunks of the respective diameters $d_{1,3}$ and heights.

These empirical data were smoothed by an analytico-mathematical method on the SP TESLA 200 computer. The relation of the volume of poles and the diameter $d_{1.3}$ and height was examined on various types of equations; the most suitable was found to be equation (5) according to the calculated statistical characteristics.

Substituting the respective analytical expressions in equation (6), after certain mathematical modification the resultant analytical expressions were obtained for the calculation of wood (derbholz) volume outside and inside bark v_h in spruce and fir. Stem volume outside and inside bark is given by the first analytical expression with the coefficients $a_1 - a_3$ of equation (7), the volume of poles (trunk top) outside and inside bark is given by the other expression with the coefficients $c_1 - c_3$. Using these equations and respective coefficients (Table I), volume tables for wood outside and inside bark were compiled for spruce (Table II) and fir (Table III).

forest management; volume tables; spruce; fir

Adresa autorov:

Doc. Ing. Klement H u b a č, CSc., František P á n e k, CSc., prom. mat., Vysoká škola lesnícka a drevárska, 960 53 Zvolen

TEORIE NORMÁLNÍHO LESA NA ZÁKLADĚ NÁHODNÝCH PROCESŮ

J. Kouba

KOUBA, J. (Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, Kostelec nad Černými lesy). *Teorie normálního lesa na základě náhodných procesů*. Lesnictví, 29, 1983 (10): 915–930.

Předmětem stati jsou výsledky výzkumu dlouholetého vývoje věkové struktury a produkce lesů vykonaného v uplynulých dvou pětiletkách. Výsledkem řešení je návrh nové teorie normálního lesa založené na vyjádření vlivů nahodilých a úmyslných mýtních těžeb na plošné rozdělení věkových tříd (stupňů). K vyjádření těchto vlivů bylo využito teorie Markovových řetězců, součásti teorie náhodných procesů. K vyjádření produkce lesů bylo využito Korfovy (1939) růstové funkce, kterou lze vyjádřit vývoj celkové objemové produkce, hlavního, sdruženého a zejména i podružného porostu, tedy všech základních veličin vyjadřujících celkovou objemovou produkci lesních porostů. Na základě výsledků inventarizací lesů, využitím údajů pro objem na ploše skutečné, bylo pomocí Korfovy funkce provedeno vyjádření vývoje zásob, čímž se současně uvažuje i konkrétní vývoj zakmenění a bonity. Protože konkrétní vývoj předmýtních těžeb podle inventarizací má zásadně odlišnou tendenci ve srovnání s předpoklady růstových tabulek, bylo pro vyjádření konkrétního vývoje probírek využito Pearsonova tozdělení I. typu, které rovněž vychází z vyjádření poměru y'/y , tj. růstové intenzity. Základem navržené teorie normálního lesa je vyjádření vývoje věkové struktury lesů jako náhodného procesu — Markovova řetězce, charakterizovaného příslušnou maticí pravděpodobností přechodu, vyjadřující vliv předčasných mýtních těžeb (kalamit) na věkovou strukturu lesů. Na tomto základě je pak vyjádřen vývoj základních taxačních veličin — zásob, těžeb, přírůstků a dalších charakteristik normálního lesa.

hospodářská úprava lesů; normální les; věkové třídy; náhodné procesy

Lesy jsou během svého růstu ovlivňovány přírodními rušivými vlivy, z nichž nej důležitější jsou vítr, sníh, hmyz, vlivy lidské výrobní činnosti atd. Prakticky to znamená, že určité plochy lesů jsou předčasně vyřazovány z růstového procesu. Tyto svojí podstatou nahodilé vlivy jsou součástí hospodářského rizika lesnictví jako odvětví národního hospodářství. Vyjádření tohoto rizika v hospodářskoprávnických a ekonomických úvahách má zásadní význam pro zlepšení řízení produkce lesů, zejména pro stanovení a realizaci těžebního etátu.

Při studiu a popisu dlouhodobého vývoje systému představovaného lesními porosty se ukázalo výhodným užití teorie náhodných procesů, speciálně v první fázi regulárních, homogenních Markovových řetězců. Možnostmi využití teorie Markovových řetězců pro vyjádření vlivu kalamit na dlouhodobý vývoj věkové struktury lesů jsem se začal zabývat během své aspirantury v letech 1965–1969. Tehdy se mi podařilo ukázat, že lze sestavit matici pravděpodobností přechodu, vyjadřující vliv předčasné likvidace porostů na zastoupení věkových tříd (Kouba 1969). Předkládaná stať shrnuje stručně hlavní výsledky uvedené ve výzkumných závěrečných zprávách (Kouba 1975, 1980) a v dalších publikacích a referátech u nás i v zahraničí. Uvedené poznatky využili nebo o nich referují: Gerold 1975, 1977; Kurth 1975, 1977; Deltuvás, Mišejkis 1976; Lucas 1974, 1978; Poleno 1978; Poznański 1977.

Dlouhodobý charakter lesní produkce vyžaduje odpovídající organizaci struktury lesů, zajišťující trvalou a vyrovnanou, dlouhodobě maximální produkci v souvislosti s optimální dobou obmýtní.

KLASICKÁ TEORIE NORMÁLNÍHO LESA A VÝVOJ SOUSTAV HOSPODAŘENÍ V LESE

Základem racionálního hospodaření v lese vždy byla a zůstává určitá představa normálního lesa charakterizovaného především rovnoměrným rozdělením plochy lesních porostů do věkových tříd (stupňů), vztahy mezi základními taxačními veličinami vyjadřujícími růst lesa v čase a dobou obměny stanovenou hospodářsky na základě rozboru procesu růstu lesa. Tento základní princip lesního hospodářství je důsledkem dlouhé doby růstu lesa. V lesnické vyspělých evropských zemích se těmito otázkám věnují nejméně od 16. století a dokonce lze na základě archeologického výzkumu uvažovat o využívání tohoto principu již u Etrusků (Keller 1970). Za klasickou formulaci teorie normálního lesa se nejčastěji považuje pojetí, které uvedli Hundeshagen (1826) a Heyer (1841).

Od počátku snah o zavedení principu normality do lesnické praxe byly řešeny otázky vyrovnání konkrétní věkové struktury lesů k normálnímu zastoupení věkových tříd a otázky reálnosti normálního lesa, jako základu lesnických hospodářských soustav, jak to lze ve vývoji metod hospodářské úpravy lesů sledovat. Dokladem toho je vzorec rakouské kamerální taxy (1788), který uvádí tzv. dobu vyrovnávací, tj. dobu, ve které se má konkrétní věková struktura lesů přiblížit k normálnímu zastoupení věkových tříd. Postupný vývoj od hospodářské soustavy lánové, přes soustavu staťovou až k soustavě porostního hospodářství, synteticky představovaného tabulkou věkových tříd, ukazuje praktické uplatňování snahy po realizaci požadavků trvalého a vyrovnaného výnosu. Další vývoj je reprezentován tzv. metodami vzorcovými (Hundeshagen, Mantel, Stoetzer, Flury a další). V současné době jsou otázky dosažení normální struktury lesa, a tím vyrovnané a trvalé produkce řešeny využitím metod operačního výzkumu (Nautiyal, Pearse 1967, Jöbstl 1973).

Mnoho pozornosti bylo věnováno i reálnosti samotné představy normálního lesa. Zde je třeba uvést návrh českého lesníka Nimburského (1905), který uvádí tzv. les ideální, vzorný a pravidelný. Uvažuje zejména konkrétní bonitu a konkrétní zakmenění lesních porostů a svoje návrhy prakticky uplatnil při zařízení lesů města Písku v roce 1900.

Realistická teorie normálního lesa předpokládá vyjádření vlivu náhodných faktorů na les a vyjádření jeho konkrétní produkce na základě konkrétní bonity a zakmenění. Odvozená představa normálního lesa je cíl, ke kterému se musíme neustále blížit prostřednictvím odpovídajících metod řízení. Vývoj těchto metod je třeba zaměřit dvěma základními směry:

1. Metody řízení produkce lesů velkých územních komplexů (státu, republik, podniku) — tj. řádově 10^5 – 10^6 ha. Zde je reálné uvažovat s dodržением principů normality lesa v uvedeném pojetí. Je reálné předpokládat stabilní rozdělení pravděpodobností kalamit ve věkových stupních v každém decenniu, počítat s určitou rovnoměrností v zastoupení dřevin, průměrné bonity a zakmenění podle věkových stupňů. Zde je možno provádět globální modelování a výběr variant řízení produkce lesů z hlediska celospolečenských potřeb.
2. Metody hospodaření v nižších jednotkách (základem je lesní porost, přičemž je třeba určit hospodářský postup pro další organizační jednotky až po lesní závod). Na úrovni lesního závodu není reálné uvažovat s dosažením normality a není ani celospolečensky účelné (hospodárné) o ni usilovat. Na této úrovni je třeba skloubit požadavky na efektivní hospodaření v jednotlivých porostech s efektivním hospodařením na celospolečenské (celostátní) úrovni.

VYJÁDRĚNÍ VÝVOJE VĚKOVÉ STRUKTURY LESŮ NA ZÁKLADĚ MARKOVOVÝCH ŘETĚZCŮ

Současná teorie náhodných procesů vychází z matematického základu vypracovaného Kolmogorovem (1933). Základní informaci je možno najít v dílech Gantmachera (1966), Gichmana, Skorochoda (1971, 1973, 1975), Kemenyho, Snella (1960). V lesnictví se aplikací teorie náhodných procesů zabývali například Hool (1966), Matérn (1978), Suzuki (1980), Usher (1969). U nás pak Marek (1981), Ruprich (1972). Určitý přehled uvádí Matérn (1978). Rozsáhlé dílo věnované obecně aplikacím v ekologii, které uvádí řadu příkladů z lesnictví bylo publikováno pod vedením Patila (1979).

Schematické znázornění vlivu předčasných mýtních těžeb (kalamit) na vývoj věkové struktury lesů je uvedeno na obr. 1. Uvažujeme zde s diskrétními časovými intervaly reprezentovanými rozpětím věkového stupně, jež činí deset let. Jednotlivé bloky schématu označené 1, 2, ..., n představují jednotlivé věkové stupně. Lesní porosty, které se nacházejí v i -tém věkovém stupni přejdou s určitou pravděpodobností $p_{i,i+1}$ do věkového stupně nejbližší vyššího nebo se mohou v důsledku předčasné likvidace vrátit s pravděpodobností p_{i1} do věkového stupně prvního. Pravděpodobnosti p_{i1} představují z kybernetického hlediska zpětnou vazbu, tj. vlastně regulační mechanismus uvažovaného systému.

Vývoj relativního zastoupení věkových stupňů můžeme tak vyjádřit pro jednotlivé ekvidistantní časové okamžiky $t = 0, 1, 2, \dots$ následující maticovou rovnici:

$$\mathbf{p}^{(t)} = \mathbf{p}^{(t-1)} \mathbf{P} \quad (t = 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

nebo

$$\mathbf{p}^{(t)} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^t, \quad (2)$$

kde $\mathbf{p}^{(t)}$ je vektor vyjadřující relativní zastoupení jednotlivých věkových stupňů $\{p_1^{(t)}, p_2^{(t)}, \dots, p_n^{(t)}\}$, $\mathbf{P}$ = matice pravděpodobností přechodu s prvky p_{ij} , ($i, j = 1, 2, \dots, n$) ve tvaru:

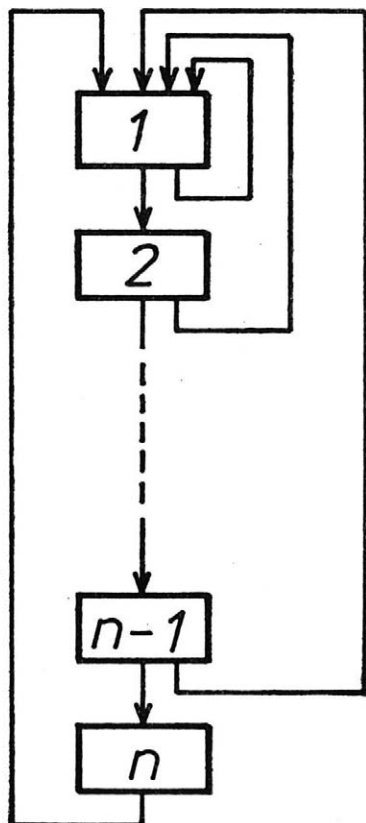
$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & 0 \\ p_{21} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n-1,1} & 0 & \dots & p_{n-1,n} \\ 1 & \dots & \dots & 0 \end{vmatrix} \quad (3)$$

V posledním řádku této matice mohou být obecně dva prvky, první bude p_{n1} a druhý p_{nn} , což odpovídá situaci, kdy počítáme s určitým podílem přestárklých porostů. Pro pravděpodobnosti přechodu $p_{ij}^{(t)}$, tj. pravděpodobnosti příslušných mocnin $\mathbf{P}^t$ platí:

$$p_{ij}^{(t)} \geq 0 \quad (4)$$

pro všechna $i, j \in N, t \in T$ — podmínka nezápornosti

$$\sum_{j=1}^n p_{ij}^{(t)} = 1 \quad (5)$$



1. Blokové schéma vlivu předčasných těžeb na věkovou strukturu lesa. — Block diagram of the influence of salvage cutting on the age structure of forest

pro všechna $i \in N, t \in T$ — podmínka normovanosti

$$p_{ij}^{(t)} = \sum_{k=1}^n p_{ik}^{(u)} p_{kj}^{(t-u)} \quad (6)$$

pro všechna $i, j \in N; 0 \leq u \leq t; u, t \in T$

— vztah Chapmanův-Kolmogorovových

$$p_{ij}^{(0)} = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (7)$$

— počáteční podmínka.

N je fázový prostor $1, 2, \dots, n$, T jsou nezáporná celá čísla $\{0, 1, 2, \dots\}$, v tomto případě jde o proces s diskretním časem — Markovův řetězec. V případě že T je $(0, \infty)$ hovoříme o Markovově procesu — procesu se spojitým časem.

V našem případě jde o proces s diskretním časem — Markovův řetězec homogenní, tj. řetězec s maticí $\mathbf{P}$ nezávislou na čase.

Při bližší analýze vlastností matice $\mathbf{P}$ zjistíme, že jde o matici charakterizující Markovův řetězec regulární. Pro takovou matici platí tyto základní teoremy (Kemeny, Snell 1960):

Tm. 1. Matice pravděpodobností přechodu je regulární tehdy a jen tehdy, jestliže pro některé t , $\mathbf{P}^t$ má pouze kladné prvky.

Tm. 2. Jestliže $\mathbf{P}$ je regulární matice pravděpodobností přechodu pak

a) mocniny $\mathbf{P}^t$ konvergují k pravděpodobnostní matici $\mathbf{A}$,

b) každý řádek matice $\mathbf{A}$ je jeden a tentýž pravděpodobnostní vektor $\mathbf{a} = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$,

c) prvky $\mathbf{p}$ jsou kladné.

Tm. 3. Jestliže $\mathbf{P}$ je regulární matice přechodu $\mathbf{A}$ a $\mathbf{a}$ jsou jako v Tm. 2 pak

a) pro libovolný pravděpodobnostní vektor $\mathbf{p}^{(0)}$, $\mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^t$ konvergují k vektoru $\mathbf{a}$,

b) vektor $\mathbf{a}$ je jediný pravděpodobnostní vektor, pro který

$$\mathbf{aP} = \mathbf{a} \quad (8)$$

rovněž

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^t = \mathbf{a}$$

Tím vektor limitních pravděpodobností $\mathbf{a}$ nezávisí na počátečním vektoru $\mathbf{p}^{(0)}$. Na základě těchto teorií můžeme po transpozici (8) a za podmínky

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1 \quad (\text{pravděpodobnostní vektor}) \quad (9)$$

vypočítat prvky stacionárního (limitního) vektoru $\mathbf{a}$.

Pro naši matici pravděpodobností přechodu podle (3) vypočteme jednotlivé prvky takto:

$$a_i = \frac{\prod_{i=1}^{i-1} p_{i, i+1}}{\sum_{k=1}^n \prod_{i=1}^{k-1} p_{i, i+1}} \quad (10)$$

$k = 1, 2, \dots, n$ pro všechna $i = 1, 2, \dots, n$

$$\prod_{i=1}^0 p_{i, i+1} \text{ je definováno jako rovno } 1.$$

Jako příklad si uvedeme dvě matice $\mathbf{P}$ s odhadnutými pravděpodobnostmi přechodu. V prvním sloupci těchto matic je uveden podíl předčasných mýtních těžeb (podíl redukované holiny produktivní) — p_{i1} , poslední prvek je roven 1, což znamená těžbu poslední věkové třídy. Nad diagonálou jsou uvedeny pravděpodobnosti přechodu z určité věkové třídy do nejbližší vyšší během periody r rovno 20 let — rozpětí věkové třídy.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left| \begin{array}{ccccc} 0.20 & 0.80 & 0. & 0. & 0. \\ 0.05 & 0 & 0.95 & 0 & 0 \\ 0.06 & 0 & 0 & 0.94 & 0 \\ 0.09 & 0 & 0 & 0 & 0.91 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \quad \text{b) } \left| \begin{array}{ccccc} 0.05 & 0.95 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0 & 0.98 & 0 & 0 \\ 0.04 & 0 & 0 & 0.96 & 0 \\ 0.03 & 0 & 0 & 0 & 0.97 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right| \end{array}$$

Použitím vzorce (10) obdržíme vektory $\mathbf{a}$:

$$\text{a) } \mathbf{a} = \{0.255 \quad 0.204 \quad 0.194 \quad 0.181 \quad 0.166\}$$

$$\text{b) } \mathbf{a} = \{0.216 \quad 0.202 \quad 0.200 \quad 0.192 \quad 0.187\}$$

Po vynásobení těchto vektorů stem obdržíme zastoupení věkových tříd v procentech. Jak vidíme, stacionární (limitní) zastoupení věkových tříd má klesající tendenci s pořadím věkové třídy, jako důsledek poruch (předčasných mýtních těžeb). Toto zastoupení věkových tříd nezávisí na počátečním stavu a za předpokladu určité stability nahodilých těžeb v čase, podle věkových stupňů, je tedy tento proces stacionární v čase. Na základě tohoto stacionárního zastoupení věkových stupňů můžeme pak formulovat novou teorii normálního lesa, která uvažuje vliv těchto předčasných mýtních těžeb a uvažuje tak riziko lesního hospodářství.

Pomocí aparátu Markovových řetězců můžeme vyjádřit i předpoklady klasické teorie normálního lesa. V případě, že podíl předčasných mýtních těžeb se bude blížit nule, obdržíme matici pravděpodobnosti přechodu $\mathbf{P}$:

$$\mathbf{P} = \left| \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 1 \dots 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 \dots 1 \\ 1 & 0 & 0 \dots 0 \end{array} \right| \quad (11)$$

Tato matice je cyklická s periodou r . Podrobněji Kouba (1973, 1975).

Velmi důležitou informaci obdržíme prostřednictvím matice středních dob prvního dosažení stavu j vycházející ze stavu i . Tato matice se vypočte podle:

$$\mathbf{M} = (\mathbf{I} - \mathbf{Z} + \mathbf{E}\mathbf{Z}_{dg})\mathbf{D} \quad (12)$$

kde $\mathbf{I}$ — je jednotková matice, $\mathbf{E}$ — je matice, jejíž všechny elementy jsou rovny 1, $\mathbf{Z} = [\mathbf{I} - (\mathbf{P} - \mathbf{A})]^{-1}$, $\mathbf{Z}_{dg}$ je matice $\mathbf{Z}$ po nahrazení všech nediagonálních elementů nulou, $\mathbf{D}$ — matice s elementy $d_{ii} = 1/a_{ii}$. Po vynásobení matice $\mathbf{M}$ rozpětím věkové třídy (pro náš případ $r = 20$ let) obdržíme konkrétní hodnoty středních dob prvního dosažení. Pro naše příklady dostaneme

$$\mathbf{M}r = \left| \begin{array}{ccccc} 78.4 & 25.0 & 47.3 & 72.1 & 100.5 \\ 73.0 & 98.0 & 22.3 & 46.9 & 75.6 \\ 55.9 & 80.8 & 103.1 & 24.4 & 53.2 \\ 37.4 & 63.1 & 85.4 & 110.5 & 29.0 \\ 20.0 & 45.0 & 64.1 & 92.2 & 120.5 \end{array} \right|$$

b)	92.6	20.9	41.9	64.4	87.0
$M_r =$	76.5	97.4	22.8	43.0	66.0
	57.7	78.6	100.0	21.9	45.3
	39.6	60.3	81.2	104.2	23.3
	20.0	40.8	61.9	84.7	107.0

Pro klasickou teorii normálního lesa podle (11) dostaneme:

$M_r =$	100	20	40	60	80
	80	100	20	40	60
	60	80	100	20	40
	40	60	80	100	20
	20	40	60	80	100

Diagonální elementy matice M_r mají významný vztah k době obmýtní. Diagonální elementy matice M jsou také:

$$m_{ii} = \frac{1}{a_{ii}} = \frac{1}{a_i} \quad (13)$$

Tak obdržíme pro všechna i střední doby prvního návratu do stavu i . Se stoupajícím i tyto doby stoupají. Vynásobením prvního prvku rozpětím věkové třídy (stupně) r dostaneme střední dobu obmýtní:

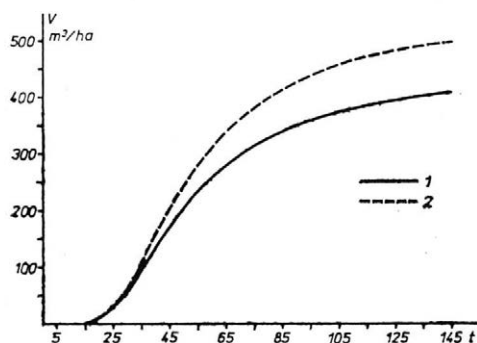
$$u_n = m_{11}r \quad (14)$$

Pro naše příklady obdržíme a) $u_n = 78,4$, b) $u_n = 92,6$ pro klasický normální les $u_n = 100$ let. Prvky uvedených matic nám ilustrují daleko podrobněji vliv předčasných mýtních těžeb na velikost a bezpečnost produkce lesů. Dále je možné vypočítat ještě další zajímavé časové charakteristiky, např. rozptyl dob prvního dosažení, jejich směrodatnou odchylku, limitní kovarianci, matici limitních korelačních koeficientů atd.

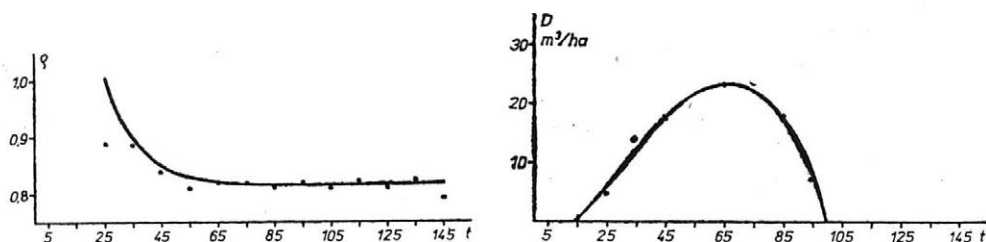
VIJÁDRĚNÍ OBJEMOVÉ PRODUKCE LESŮ

Pro návrh nové koncepce teorie normálního lesa je dále důležité vyjádření skutečného vývoje zásob porostů a předmýtních těžeb podle věkových stupňů.

Inventarizace lesů v ČSSR zjišťují zastoupení dřevin, průměrnou jejich bonitu a průměrné zakmenění podle věkových stupňů. Stupeň variance těchto údajů mezi jednotlivými věkovými stupni lze posoudit koeficientem variance vyjádřeným v procentech aritmetického průměru. U zastoupení jehličnanů dosahují hodnoty tohoto koeficientu v lese vysokokmenném za ČSSR 7,7 %, v ČSR 7,5 %, v SSR 7,3 %; u střední bonity smrku v ČSSR 12,7 %, v ČSR 9,6 %; u střední bonity borovice v ČSSR 11,7 %,



2. Vývoj zásoby pro hospodářskou skupinu A120, ČSSR 1970: 1 — skutečně v lese registrované zásoby, 2 — zásoby pro zakmenění $\rho = 1$. — Development of the growing stock for management class A120, CSSR 1970: 1 — real growing stock recorded in the forest, 2 — growing stock for stand density $\rho = 1$



3. Vývoj zakmenění ρ (ze zásoby) pro hospodářskou skupinu A120, ČSSR 1970. — Development of the stand density ρ (from the growing stock) for management class A120, CSSR 1970

4. Vývoj předmýtních těžeb pro hospodářskou skupinu A120, ČSSR 1970. — Development of intermediate cutting for management class A120, CSSR 1970

v ČSR 7,9 %; u středního zakmenění v ČSSR 3,5 %, v ČSR 3,2 % a v SSR 5,3 %. Tyto velice nízké hodnoty koeficientu variance nás opravňují z hlediska těchto velkých územních jednotek provést zjednodušení tím, že pro účely globálního modelování za základ vyjádření vývoje zásob a předmýtních těžeb vezmeme údaje celkových registrovaných zásob a navržených předmýtních těžeb na 1 ha, vyrovnáme je podle věku bez ohledu na dřevinu, bonitu a zakmenění, tím získáme skutečný průběh těchto veličin (Kouba 1974). Zásoby registrované inventarizací, které se pohybují mezi porostem hlavním a porostem sdruženým (Kouba 1974; Gerold, Kurth 1977), byly vyrovnány Korfovou (1939) růstovou funkcí. Dále byly vyrovnány zásoby pro zakmenění $= 1$. Výsledek pro hospodářskou skupinu A120 v ČSSR je uveden na obr. 2. Růstová křivka vycházející ze skutečně registrované zásoby implicitně uvažuje vývoj průměrného zakmenění, které v závislosti na věku klesá. Vývoj zakmenění získaný z uvedených křivek je na obr. 3, kde je uvedeno i zakmenění pro věkové stupně z inventarizace lesů. Současné obě křivky uvažují i pokles průměrných bonit s věkem. Pro vývoj předmýtních těžeb lze v růstových tabulkách také využít Korfovy funkce a její první derivace (Kouba, 1975, 1977). Skutečně na celé decennium navrhované probírky však mají zcela odlišný trend, hlavně od předposlední věkové třídy před obmýtim počínaje nejsou navrhovány vůbec. Skutečný průběh pro hospodářskou skupinu je na obr. 4. Empirická data byla vyrovnána rovnicí Pearsonova rozdělení I. typu (Kouba 1980), která je určitou růstovou funkcí, neboť se odvodí z diferenciální rovnice vyjadřující poměr $\frac{y'}{y}$.

TEORIE NORMÁLNÍHO LESA NA ZÁKLADĚ NÁHODNÝCH PROCESŮ

Vycházejí z uvedených výsledků a předpokladů lze formulovat teorii normálního lesa:

1. Vývoj věkové struktury v čase $t = 0, 1, 2, \dots$, kde t je pořadí decennia:

$$\mathbf{p}^{(t)} = \mathbf{p}^{(t-1)} \mathbf{P} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^t \quad (15)$$

$\mathbf{p}^{(t)}$ je řádkový vektor absolutních pravděpodobností s prvky $\{p_1^{(t)}, p_2^{(t)}, \dots, p_n^{(t)}\}$, tj. podíl jednotlivých věkových stupňů v decenniu t . $\mathbf{P}$ je matice pravděpodobností přechodu.

Normální zastoupení věkových tříd je řádkový vektor s prvky $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ (podrobněji Kouba 1973, 1977):

$$\mathbf{a} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^t = \mathbf{a} \mathbf{P} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{A} \quad (16)$$

2. Vývoj středního věku:

$$S^{(t)} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^t \mathbf{s}^T \quad (17)$$

$\mathbf{s}^T$ je sloupcový vektor, jehož elementy $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ jsou střední věky příslušných věkových stupňů.

Normální střední věk:

$$S_n = \mathbf{a} \mathbf{s}^T \quad (18)$$

3. Vývoj doby obmýtní:

$$U^{(t)} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^t \mathbf{R} \mathbf{p}^{T(1)} \quad (19)$$

$\mathbf{R}$ je diagonální matice s elementy $\{r, 2r, \dots, nr\}$

kde r je rozpětí věkového stupně. $\mathbf{p}^{T(1)}$ první sloupec matice $\mathbf{P}$

Normální doba obmýtní:

$$U_n = \mathbf{a} \mathbf{R} \mathbf{p}^{T(1)} = \frac{1}{a_1} r = m_{11} r \quad (20)$$

4. Vývoj zásoby v čase:

$$V^{(t)} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^t \mathbf{v}^T \quad (21)$$

$\mathbf{v}^T$ je sloupcový vektor, jehož prvky $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ jsou zásoby na 1 ha příslušného věkového stupně.

Normální zásoba:

$$V_n = \mathbf{a} \mathbf{v}^T \quad (22)$$

5. Změna stavu zásob:

$$\Delta V^{(t, t-1)} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^t \mathbf{v}^T - \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^{t-1} \mathbf{v}^T \quad (23)$$

pro $t \rightarrow \infty$

$$\Delta V^{(t, t-1)} = 0$$

6. Vývoj decenální mytní těžby:

$$E^{(t)} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^{t-1} \mathbf{V} \mathbf{p}^{T(1)} \quad (24)$$

$\mathbf{V}$ je diagonální matice s prvky vektoru $\mathbf{v}^T$, $\mathbf{p}^{T(1)}$ je sloupcový vektor s prvky prvního sloupce matice $\mathbf{P}$.

Normální decenální mytní těžba:

$$E_n = \mathbf{a} \mathbf{V} \mathbf{p}^{T(1)} \quad (25)$$

7. Vývoj decenální paseky — plošného ekvivalentu mytní těžby:

$$P_e^{(t)} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^{t-1} \mathbf{p}^{T(1)} = p_1^{(t)} \quad (26)$$

Normální decenální paseka:

$$P_h = \mathbf{a} \mathbf{p}^{T(1)} = a_1 \quad (27)$$

8. Vývoj decenálního přírůstu:

$$I^{(t)} = \Delta V^{(t, t-1)} + E^{(t)} \quad (28)$$

Normální decenální přírůst:

$$I_n = E_n \quad \text{viz bod 5)} \quad (29)$$

9. Vývoj decenálních předmytních těžeb:

$$D^{(t)} = \mathbf{p}^{(0)} \mathbf{P}^t \mathbf{d}^T \quad (30)$$

$\mathbf{d}^T$ je sloupcový vektor, jehož prvky $\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ jsou decenální probírky příslušného věkového stupně.

Normální decenální předmýtní těžba:

$$D_n = \mathbf{ad}^T \quad (31)$$

10. Vývoj celkové decenální těžby:

$$GE^{(t)} = E^{(t)} + D^{(t)} \quad (32)$$

Normální celková decenální těžba:

$$GE_n = E_n + D_n \quad (33)$$

11. Vývoj celkového decenálního přírůstu:

$$GI^{(t)} = \Delta V^{(t, t-1)} + E^{(t)} + D^{(t)} \quad (34)$$

Normální celkový decenální přírůst:

$$GI_n = GE_n = E_n + D_n \quad (35)$$

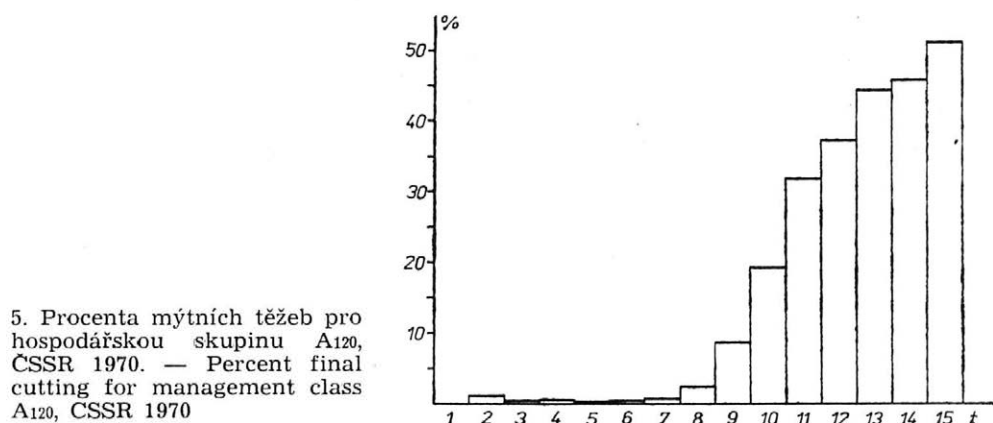
Výsledky je možno uvažovat celkově i podle věkových stupňů. Výsledky dostaneme pro hospodářskou skupinu o rozloze 1 ha, násobením příslušnou plochou dostaneme údaje pro uvažovaný komplex lesů.

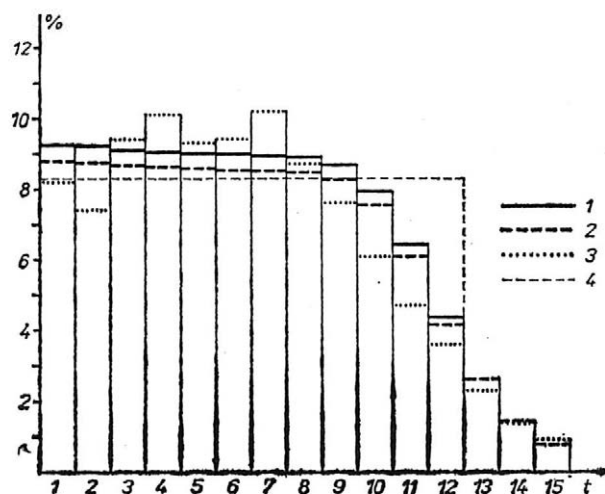
VYJÁDRĚNÍ VÝVOJE PRODUKCE LESŮ ČSSR NA ZÁKLADĚ VÝSLEDKŮ INVENTARIZACÍ

Uvedený teoretický návrh byl prověřován na základě údajů inventarizací lesů ČSSR, zejména inventarizace z roku 1970. Výpočty byly konány pro lesy v ČSSR, ČSR a SSR, pro hospodářské skupiny A_{120} a A_{100} , a to pro případ uvažující 15 věkových stupňů (aktuální stav) a pro případ uvažující 12, resp. 10 věkových stupňů, jak to odpovídá příslušné době obmýtní. Při výpočtu pro všechny lesy ČSSR souhrnně byly uvažovány případy z 15, 11 a 10 věkovými stupni. Vzhledem k tomu, že se dosud nepodařilo spolehlivě zjistit velikost kalamitních těžeb (podíl redukované holiny produktivní) podle věkových stupňů, bylo zatím použito těžebních podílů, které jsou uvedeny v Inventarizaci lesů 1970.

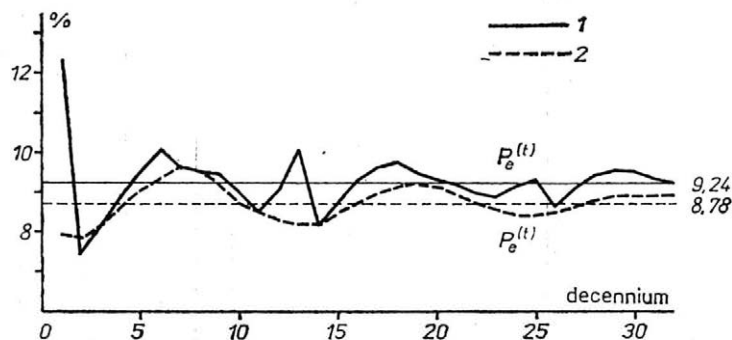
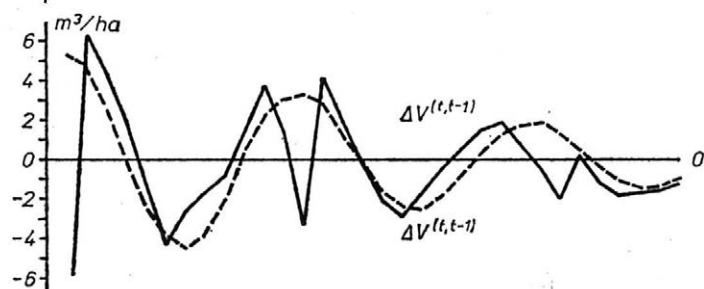
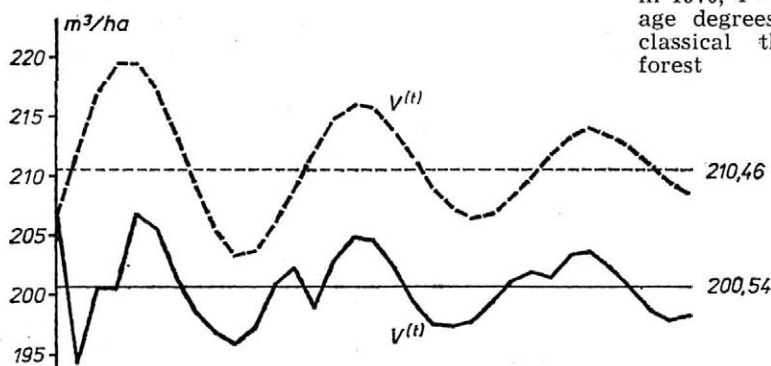
Pro ilustraci si uvedeme výsledky výpočtu vývoje struktury a produkce lesů pro hospodářskou skupinu A_{120} pro ČSSR.

Na obr. 5 jsou znázorněny podíly mýtních těžeb podle věkových stupňů v procen-

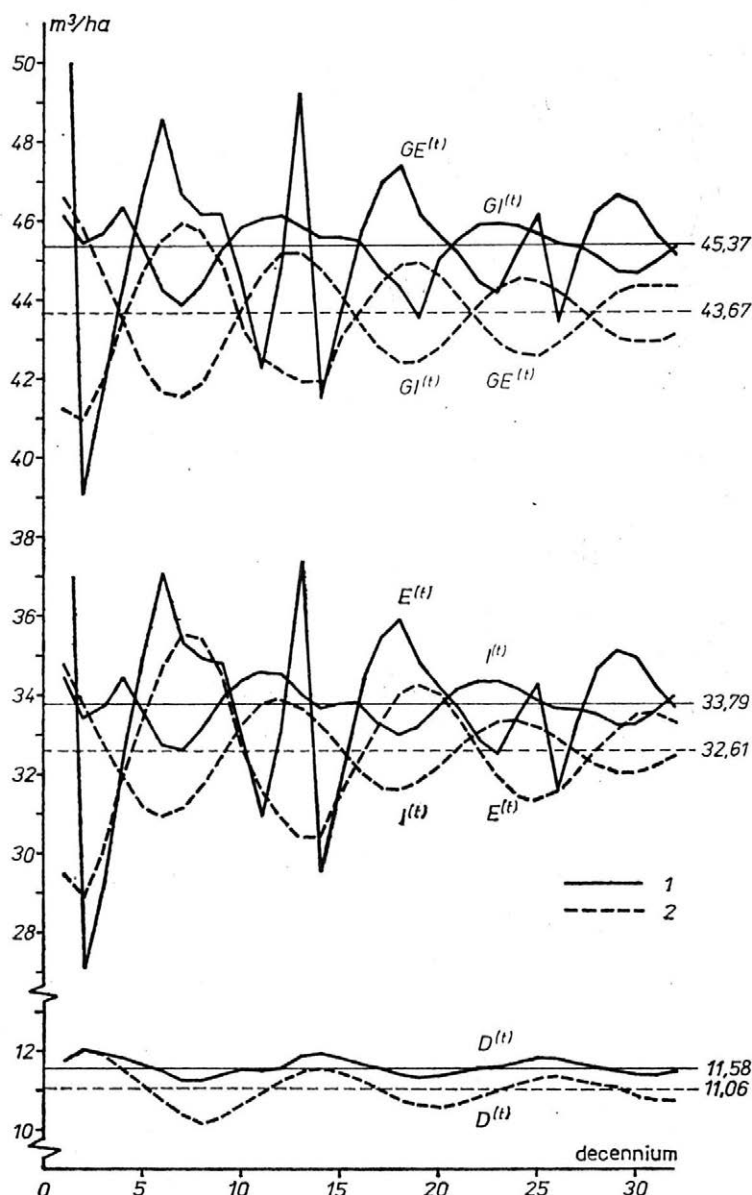




6. Zastoupení věkových stupňů pro hospodářskou skupinu A120, ČSSR 1970: 1 — stacionární zastoupení věkových stupňů pro 12 věkových stupňů, 2 — stacionární zastoupení pro 15 věkových stupňů, 3 — výchozí zastoupení věkových stupňů 1970, 4 — zastoupení věkových stupňů podle klasické teorie normálního lesa. — Representation of age degrees for management class A120, CSSR 1970: 1 — stationary representation of age degrees for 12 age degrees, 2 — stationary representation for 15 age degrees, 3 — original representation of age degrees in 1970, 4 — representation of age degrees according to the classical theory of normal forest

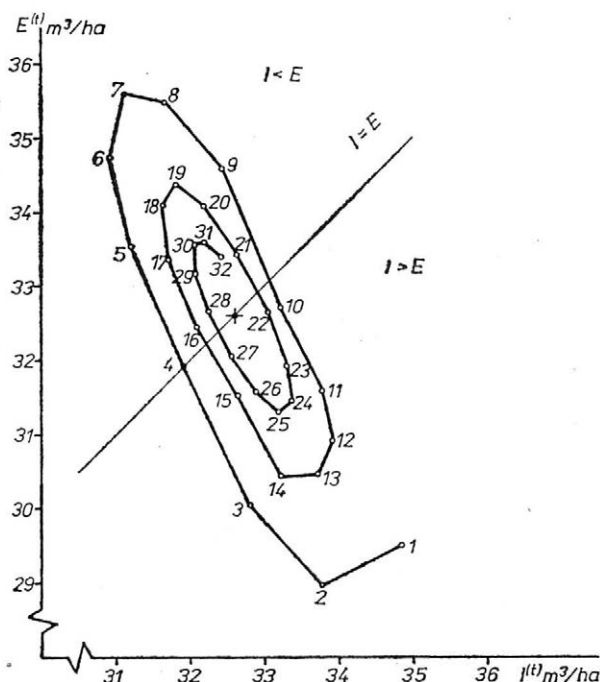


7. Dlouhodobý vývoj zásoby $V(t)$, změny stavu zásob $\Delta V(t, t-1)$ v m^3/ha a vývoj de-



8. Dlouhodobý vývoj decennálních celkových těžeb $GE^{(t)}$ a decennálního celkového přírůstu $GI^{(t)}$, decennálních myšních těžeb $E^{(t)}$ a přírůstů $I^{(t)}$ a decennálních předmýtních těžeb $D^{(t)}$ v m^3/ha $D^{(t)}$, pro hospodářskou skupinu A120, ČSSR 1970: 1 — pro 12 věkových stupňů, 2 — pro 15 věkových stupňů. Na pravé straně stacionární hodnoty. — Long-range development of decennial total cuts $GE^{(t)}$ and decennial total increment $GI^{(t)}$, decennial final cuts $E^{(t)}$ and increments $I^{(t)}$ and decennial intermediate cuts in m^3/ha $D^{(t)}$, for management class A120, ČSSR 1970: 1 — for 12 age degrees, 2 — for 15 age degrees. Stationary values are on the right

cenální paseky $P_e^{(t)}$, pro hospodářskou skupinu A120, ČSSR 1970: 1 — pro 12 věkových stupňů, 2 — pro 15 věkových stupňů. Na pravé straně stacionární hodnoty. — Long-range development of the growing stock $V^{(t)}$, changes in the state of growing stock $\Delta V^{(t, t-1)}$ in m^3/ha and the development of decennial cutting area $P_e^{(t)}$, for management class A120, ČSSR 1970: 1 — for 12 age degrees, 2 — for 15 age degrees. Stationary values are on the right



9. Vztah mezi decennálním přírůstem $I^{(t)}$ a decennální mýtní těžbou $E^{(t)}$, v m^3/ha pro hospodářskou skupinu A120, ČSSR 1970, pro 15 věkových stupňů. Čísla bodů značí jednotlivá decennia (t). — Relation between the decennial increment $I^{(t)}$ and the decennial final felling $E^{(t)}$, in m^3/ha for management class A120, CSSR 1970, for 15 age degrees. The decennia (t) are designated by the figures of the points

tech, jak jsou navrhovány v Inventarizaci lesů 1970. Tyto podíly byly použity jako pravděpodobnosti přechodu p_{i1} , tj. pravděpodobnosti přechodu z i -tého věkového stupně do věkového stupně prvního. Pravděpodobnost p_{n1} byla zvolena jako rovna 1.

Výsledky výpočtu normálního zastoupení věkových stupňů podle navrhované teorie jsou znázorněny na obr. 6, tj. výsledky výpočtu prvků stacionárního vektoru $\mathbf{a}$, podle (8), (10), resp. (16) pro 12 věkových stupňů odpovídající 120leté době obmýtní a pro 15 věkových stupňů podle skutečnosti. Pro porovnání je zde ještě uvedeno výchozí zastoupení věkových stupňů podle Inventarizace 1970 a normální zastoupení podle klasické teorie.

Na obr. 7 je znázorněn vývoj zásob na 1 ha, vývoj decennální změny stavu zásob a vývoj decennální paseky pro 12 a 15 věkových stupňů. Jsou zde také znázorněny limitní hodnoty uvedených veličin, ke kterým se vývoj dané veličiny tlumenými oscilacemi blíží.

Na obr. 8 jsou obdobně znázorněny výsledky pro vývoj decennálních celkových těžeb a celkového přírůstu, decennálních mýtních těžeb a přírůstu a vývoj decennálních před-mýtních těžeb.

Na obr. 9 je znázorněn vztah mezi decennální mýtní těžbou a decennálním přírůstem podle jednotlivých decenní. Uvedený graf nám blíže charakterizuje vzájemný vztah těžby a přírůstu v souvislosti s vývojem věkové struktury a blíže nám charakterizuje stacionárnost uvedeného procesu.

Vzhledem k rozsahu stati mohly být uvedeny jen některé základní výsledky, další podrobnosti, týkající se zejména časových charakteristik Markovových řetězců jsou uvedeny v citované literatuře (Kouba 1975).

MOŽNOSTI DALŠÍHO ROZVOJE PROGNÓZOVÁNÍ PRODUKCE LESŮ A VYUŽITÍ TEORIE NÁHODNÝCH PROCESŮ

Další výzkum uvedené problematiky je třeba zaměřit několika hlavními směry. Především je třeba dále prohloubit metody rozboru výsledků inventarizací lesů, výsledků

lesní hospodářské evidence a metody zjišťování aktuálního stavu růstových procesů v lese. V současné době se pracuje na rozbořech výsledků Inventarizace 1980 a 1970 z hlediska jednotlivých podniků státních lesů, na rozbořech podle dřevin atd. Další pokrok je možno očekávat v rozvoji metod analýzy údajů banky dat lesního hospodářství a od rozvoje využití výpočetní techniky. To umožní dovést rozboře na úroveň lesního hospodářského celku, provádět studium variant z hlediska různých variant teritoriálního členění a podobně.

Rozšíření příslušné matice pravděpodobností přechodu umožní uvažovat i různé varianty vývoje zastoupení dřevin, vývoje poškozování lesů a vyjádření vlivu všech těchto okolností na pravděpodobný vývoj produkce lesů. Značný pokrok lze očekávat od zavedení metod optimálního řízení těchto procesů.

Závěrem bych chtěl poděkovat vedení Lesprojektu v Brandýse n. L. a Lesoprojekty ve Zvolenu a jejich prostřednictvím všem pracovníkům hospodářské úpravy lesů v ČSSR za poskytnutí obsáhlých podkladů obsažených v inventarizacích našich lesů, bez nichž by tato práce mohla být jen zajímavou teoretickou úvahou. Děkuji také prom. mat. K. Benešovi a RNDr. F. Burdovi z Výpočetního ústavu VŠZ v Praze a Ing. M. Zemanovi z Lesprojektu v Brandýse n. L. za vypracování programů pro použitou výpočetní techniku.

Došlo dne 16. 5. 1983

Literatura

- BENEŠ, J.: Teorie systémů (řízení komplexů). Academia, Praha 1974
- DELTUVAS, R. — MIŠEJKIS, F.: Dolgosročnyje rasčety razměra glavного polzovaniya. Lesn. chozjajstvo, 1976 (6), s. 54-58
- GANTMACHER, F. R.: Teorija matric. Nauka, Moskva 1966
- GICHMAN, I. I. — SKOROCHOD, A. V.: Teorija slučajnych processov. T. 1, 2, 3, Nauka, Moskva 1971, 1973, 1975
- GEROLD, D. — KURTH, H.: Anregungen zur Weiterentwicklung des Normalwaldmodells. Wiss. Zeitschr. d. TU Dresden, 1977, Heft 2, s. 497-501
- HOOL, J. N.: Dynamic Programming — Markov Chain Approach to Forest Production Control. For. Sci. Monogr. 12, 1966
- HOSTINSKÝ, B.: Méthodes générales du calcul des probabilités. Mém. Sci. Math. 52, Paris 1931
- JÖBSTL, H. A.: Ein Planungsmodell mit besonder Berücksichtigung der Nachhaltigkeit. Ctbl. ges. Forstwesen, 1973, s. 229-243
- KEMENY, J. G. — SNELL, L. J.: Finite Markov Chains. van Nostrand, Princeton 1960
- KELLER, W.: Denn sie antzündeten das Licht. Droemersch Verlaganst., Th. Knauer Nachf., München/Zürich, 1970. Český překlad — Etruskové, Praha, Orbis, 1974, str. 70
- KOLMOGOROV, A. N.: Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Springer, Wien, 1933. Ruské vydání, Nauka, Moskva 1974
- KORF, V.: Diferenciální rovnice v růstové teorii. Sborník VLÚ VŠZ v Praze, SZN, Praha, 17, 1974, s. 3-21
- KORF, V.: Odvození celkové hmotové produkce lesních porostů. Lesnictví, 1971, s. 903-922
- KORF, V.: Příspěvek k matematické definici vzrůstového zákona lesních porostů. Lesnická práce, 1939, s. 339-356
- KOUBA, J.: Stanovení celkové objemové produkce lesů. Sborník referátů. „Les—dřevo—společnost“. VŠLD, Zvolen 1982, sekce 1, B, s. 77-83
- KOUBA, J.: Quantifizierung von Risikofaktoren. Wiss. Tagung „Steigerung und Sicherung der forstlichen Rohstoffproduktion“. TU Dresden, Sektion Forstwirtschaft, Tharandt, 1981, Band II, s. 185-193

- KOUBA, J.: Metody řízení produkce lesů na základě teorie náhodných procesů. Závěrečná zpráva, VŠZ Praha, VLÚ Kostelec n. Č. l. 1980, 74 s.
- KOUBA, J.: Use of Markov chains in forest forecasting based on national forest inventory. IUFRO Meeting 84.02/S4.04, June 1978 Bucharest, ICAS, Bucuresti, 1978, s. 338-345
- KOUBA, J.: Anwendung der Korfschen Wachstumsfunktion als Mittel des Ausdrucks der Gesamten Massenproduktion von Wäldern. Mitt. IUFRO, Subj. Group. S 4.04 Zvolen 12.—15. 9. 1977, VŠLD Zvolen, 1977, s. 139-156
- KOUBA, J.: Markov chains and modeling the long-term development of the age structure and production of forests. — Proposal of a new theory of the normal forest. Scientia agriculturae bohemoslovaca 1977 (3), s. 179-193
- KOUBA, J.: Nová teorie normálního lesa. Sborník Zvyšování intenzity socialistické lesní výroby a její racionalizace 2.—5. 9. 1975. SZN, Praha, 1977, s. 182-191
- KOUBA, J.: Metodika tvorby naturálních a hodnotových modelů lesní výroby. Závěrečná zpráva, VŠZ Praha, VLÚ Kostelec n. Č. l. 1975, 210 s.
- KOUBA, J.: Hodnocení produkce lesů a možnosti použití Korfovy růstové funkce pro vyjádření hmotové produkce hospodářské skupiny. Sborník IX. Technicko-ekonomické konference, ÚHÚL Zvolen, II. díl, 1974, s. 647-658
- KOUBA, J.: Systémový přístup k výzkumné a řídicí práci v lesním hospodářství. Lesnictví, 1973, s. 677-686
- KOUBA, J.: Cepi Markova i opredeljenije normalnogo lesa. Doklady TSChA Moskva, vyp. 194, 1973, s. 185-191
- KOUBA, J.: Die Markoffschen Ketten und Definition des Normalwaldes. Internationales Forsteinrichtungssymposium TU Dresden, 25. 9.—28. 9. 1973. Themenkomplex 4; 00034 Band II., 1974, s. 381-390
- KOUBA, J.: Stanovení cílů v organické lesní výrobě a regulační opatření k jejich dosažení. Sborník Organizace řízení lesního hospodářství, ÚVTI, Praha, 1972, s. 74-79
- KOUBA, J.: Bezpečnost produkce a volba hospodářského způsobu. Sborník Hospodářské způsoby vysokokmenného lesa. VLÚ, VŠZ, SZN, Praha, 1971, s. 219-222
- KOUBA, J.: Analýza hospodářského procesu v lesním hospodářství pomocí matematických metod. Kandidátská disertace, VLÚ, VŠZ, Kostelec n. Č. l. 1969, 241 s.
- KURTH, H.: Intensivierung und Forsteinrichtung. Zvyšování intenzity socialistické lesní výroby a její racionalizace. Konference VŠZ Praha 1975. Praha SZN, 1977, s. 172-181
- LUCAS, G.: OPAL — ein Beitrag zur Weiterentwicklung der Ertragsregelung. Wiss. Tagung TU Dresden, 1978, s. 53-62
- MAREK, M.: Matematický model periodičnosti semenných úrod smrku ztepilého (*Picea excelsa* Link). Lesnictví, 1981, s. 137-150
- MATERN, B.: Some comments on the theory of stochastic processes and its applications in forest research. IUFRO S 6.02. Mitt. d. forstl. Vers. u: Forschungsanstalt Bad. Würt., Freiburg i. Br. Heft 91, 1978, s. 113-120
- NAUTIYAL, J. C. — PEARSE, P. H.: Optimizing the Conversion to Sustained Yield — A Programming Solution. For. Sci. 1967, s. 131-139
- NIMBURSKÝ, J.: Zařízení lesů královského města Písku. Čs. les. rozhledy, 1905
- PATIL, G. P., Gen Edit.: Statistical Ecology Series. T 1.-13., Internat. Co-operative Publishing House, Burtonsville, Maryland USA, 1979
- POLENO, Z. — KREČMER, V.: Stav našich lesů a jejich funkce. Lesnická práce, 1982, s. 99-109
- POLENO, Z.: Důsledky působení škodlivých činitelů na produkci a strukturu lesa. Zprávy lesnického výzkumu, 1978, č. 1, s. 21-26
- POZNAŃSKI, R.: Formy rozumowania logicznego a typy prognoz w gospodarstwie leśnym. Sylwan (5) 1982, s. 11-17
- RUPRICH, J.: Ekonomické modelování pěstební činnosti. Racionalizace pěstební činnosti. Praha, 1972
- SUZUKI, T.: Die Gentan-Wahrscheinlichkeit als Anwendung von Markow-Ketten in der Forstwissenschaft. XVII IUFRO World Congress, Kyoto 1981

VYSKOT, M. — POLÁK, V.: Perspektivy pěstění lesů a modely. Lesnictví, 1972, s. 80-86

ZEMAN, M.: Využití teorie náhodných procesů pro vyjádření produkce lesů v podmínkách podniku státních lesů. Diplomní práce. LF VŠZ Brno 1980, 69 s.

КОУБА, Я. (Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, Kostelec nad Černými lesy). Теория нормального леса на основе случайных процессов. Lesnictví, 29, 1983 (10) : : 915-930.

Предметом статьи являются результаты научного исследования долгосрочного развития возрастных структур и продукции лесов, проведенного в предыдущие две пятилетки. Результатом решения является проект новой теории нормального леса, основывающейся на выражении влияний случайных, а также преднамеренных главных рубок на распределение возрастных классов (степеней) по площадям. Для выражения этих влияний использовалась теория цепи Маркова, составной части теории случайных процессов.

Для выражения продукции лесов использовалась функция роста Корфа (1939), посредством которой можно выразить развитие общей объемной продукции, главного насаждения, разновозрастного и главным образом подчиненного насаждения, следовательно всех основных величин, выражающих общую объемную продукцию лесных насаждений. На основе результатов инвентаризации лесов, использованием данных для объема на фактической площади было при помощи функции Корфа проведено выражение развития запасов, причем одновременно намечается и конкретное развитие полноты насаждения и бонитета. Поскольку конкретное развитие у промежуточных пользователей, согласно инвентаризации, имеет принципиально различную тенденцию по сравнению с условиями таблиц роста, для выражения конкретного развития прореживаний использовалось распределение Пирсона I типа, которое также основывается на выражении отношения $\dot{y}/y$, т.е. интенсивности роста.

Выражение развития возрастной структуры, как случайного процесса и конкретного развития продукции, можно формулировать теорией нормального леса весьма близкой действительным процессам развития продукции лесов.

Основой предложенной теории нормального леса является выражение развития возрастной структуры лесов как случайного процесса — цепи Маркова, характеризованного соответствующей матрицей вероятности перехода, выражающей влияние преждевременных главных рубок (стихийных бедствий) на возрастную структуру лесов. На основе этого выражено развитие основных величин таксации — запасов, рубок, приростов и других характеристик нормального леса.

Предлагаемая теория нормального леса на основе случайных процессов характеризуется: а) развитием состава возрастных степеней (классов) во времени, как гомогенной, регуляционной цепи Маркова и на основе выраженного развитием основных величин таксаций и характеристик нормального леса; б) стационарным составом возрастных степеней (классов) и на его основе выраженных стационарных величин основных величин таксаций и характеристик нормального леса

лесоустройство; нормальный лес; возрастные классы; случайные процессы

KOUBA, J. (Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, 281 63 Kostelec nad Černými lesy). *The Theory of Normal Forest Using Random Processes*. Lesnictví, 29, 1983 (10) : 915-930.

The results of research are presented on the long-range development of the age structure and production of forests, performed in the past two Five-Year Plan periods. Applying the research results, a new theory of normal forest has been devised, using the influences of salvage and planned final fellings on the areal distribution of age classes (degrees). The theory of Markov chains, part of the theory of random processes, was used to describe these influences.

To express the wood production, the growth function after Korf (1939) was used, which can describe the development of total volume production, of the volume production of main, main + secondary, and also secondary stand, i. e. of all basic characters of the total volume production of forest stands. The development of growing stock, and simultaneously the concrete development of stand density and site class, was expressed by the Korf growth function, applying the results of forest inventory and the data on wood volume on the concrete area. As the concrete development of intermediate cuttings, in keeping with the forest inventory, has in

principle different trend, in comparison with the values assumed in the growth tables, Pearson's distribution of type I was used for the concrete development of thinnings; Pearson's distribution is based on the ratio y'/y , i. e. growth intensity.

The theory of normal forest, approaching the real processes of forest production development, can be formulated from the development of the age structure expressed as a random process and the concrete development of forest production.

The theory of normal forest, as proposed in the present paper, describes first of all the development of the age structure of forests as a random process — Markov chain, characterized by the relevant matrix of the probabilities of transition, expressing the influence of premature final fellings (calamities) on the age structure of forests. The development of the basic taxation characters is given — growing stocks, cuts, increments and other characteristics of the normal forest.

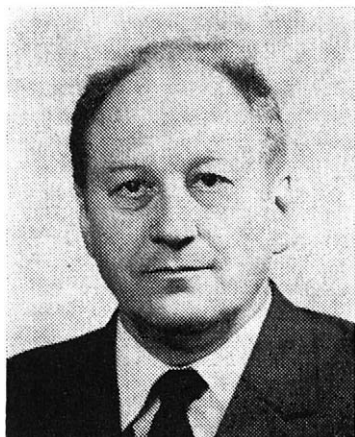
The theory of normal forest devised by the use of random processes is characterized as follows: a) by the development of the representation of age degrees (classes) in time, as homogeneous, regular Markov chain, and by the development of the basic taxation characters and characteristics of the normal forest; b) by the stationary representation of age degrees (classes), and by the stationary values of the basic taxation characters and characteristics of the normal forest.

forest management; normal forest; age classes; random processes

Adresa autora:

Doc. Ing. Jan Koub a, CSc., Ústav aplikované ekologie a ekotechniky VŠZ, 281 63 Kostelec nad Černými lesy

ZA DOCENTEM J. WOLFEM (* 18. 10. 1924, † 28. 4. 1983)



Dne 28. dubna 1983 zemřel ve věku 58 let vysokoškolský učitel a vědecký pracovník lesnické fakulty Vysoké školy zemědělské v Brně doc. Ing. Jaroslav Wolf, CSc.

Svou práci opustil nečekaně. Na jeho pracovním stole zůstalo nedokončené předsevzaté dílo plné invence a nových myšlenek. Práce, kterou doc. J. Wolf do svého odchodu vykonal, je plodem úsilí tvůrčího a svědomitého odborníka a učitele. Vycházela vždy z hlediska teoretických znalostí a jasné představy o potřebách lesnické praxe.

Vyrůstal v lesnickém prostředí spjat s lesem a s lidmi, kteří v lese pracovali a o les pečovali. Po vystudování gymnázia v rodných Boskovicích se s vyhraněným zájmem o lesnictví přihlásil ke studiu odboru lesního inženýrství Vysoké školy zemědělské v Brně, který úspěšně absolvoval v roce 1949.

Jeho vytříbený smysl pro exaktní práci se zaměřením na lesnickou biometrii ho přivedl jako mladého lesního inženýra do taxčního oddělení Školního lesního závodu Vysoké školy zemědělské v Brně, kde se zaujetím jemu vlastním pracoval na tvorbě lesního hospodářského plánu, zaměřeného v poválečném období na obnovu hospodaření ve školních lesích.

Když se později stal pracovníkem Výzkumného ústavu lesního hospodářství a myslivosti s pracovištěm v Bratislavě, uplatnil své schopnosti v oboru, kterému zůstal věren do konce svého života. Svě studium zákonitostí růstu a přírůstu lesních stromů a porostů, založené na širokých matematických znalostech, již v tu dobu formuloval do odborných prací, jimiž si brzy získal dobré jméno mezi lesnickými odborníky. Proto také po krátkém působení v brněnském Agroprojektu, kde stejně dobře uplatnil své technické myšlení, byl přijat v roce 1955 na lesnickou fakultu VŠZ v Brně na katedru hospodářské úpravy lesů.

Jeho úloha nebyla snadná. V tuto dobu jako odborný asistent prof. A. Leporského musel kromě dendrometrie odborně zvládnout i disciplínu statistických metod v lesnictví, které stále výrazněji nacházely uplatnění ve vědě i praxi. Svou erudici a odbornost potvrdil v roce 1959 získáním vědecké hodnosti kandidáta zemědělsko-lesnických věd na podkladě disertační práce, zabývající se metodou konstrukce systému jednotných výškových a hmotových křivek stejnověkových porostů. V roce 1965 byl jmenován a ustanoven docentem dendrometrie a statistických metod v lesnictví. Jeho habilitační práce se soustředila na problematiku stanovení běžného přírůstu stejnověkových porostů, tedy tematiku, ke které se i později často vracel. Pověření a zodpovědnost za rozvoj uvedených výukových disciplín přijal s veškerou vážností a rozhodností co nejúčinněji svou prací přispět socialistickému školství a lesnímu hospodářství. Oběma naukám vtiskl brzy pečeť své osobnosti.

Za téměř třicet let činnosti na fakultě předal doc. J. Wolf své znalosti a vědomosti stovkám studentů a všem, kteří potřebovali poradit a pomoci ve vědecko-odborné práci. Mimo jiné byl spoluautorem dvou celostátních učebnic (Korff, V. — Hubač, K. — Šmelko, S. — Wolf, J.: Dendrometrie, SZN Praha, 1972, a Šmelko, K. — Wolf, J.: Statistické metody v lesnictví, Příroda Bratislava, 1977). Byl řešitelem řady výzkumných úkolů v oblasti biometrie lesních dřevin a výsledky své výzkumné a badatelské činnosti uveřejňoval v našem i zahraničním odborném tisku. Všechny jeho publikované práce i učební texty zůstávají živou připomínkou jeho plodného života a mnohé z nich, zejména z posledních let, čekají ještě na své zhodnocení.

Lesnická fakulta VŠZ v Brně a celá naše odborná lesnická veřejnost ztratila v doc. J. Wolfovi pedagogického a vědeckého pracovníka, který se významně zasloužil o rozvoj výukových a vědních oborů, které mu byly na fakultě svěřeny.

HLAVNÍ BIBLIOGRAFIE

1. Hľadanie najvhodnejšieho spôsobu merania prírastu stromov a porastov. Díl. záv. zpráva. Bratislava, 1953
2. Způsob měření běžného přírůstu je vyřešen. Lesnická práce, 1953
3. Príspevek k vyrovnání hmotových tabulek metodou nejmenších čtverců. Les, 1954
4. Percento hmotového prírastku pre smrek a borovicu podľa Prodana. Les, 1954
5. Stálé výškové křivky (spoluautor Kubita, S.). Lesnický časopis, 1955
6. Logaritmické pravítko pro výpočet procenta přírůstu porostu. Lesnický časopis, 1956
7. Príspevek k matematické definici průměrné šířky letokruhu. Lesnický časopis, 1956
8. Časové a bezčasové směrové pole vývoje. Sborník VŠZL Brno, řada C, 1957
9. Několik poznámek k problematice vyrovnání empirického materiálu pro konstrukci hmotových tabulek. Lesnický časopis, 1958
10. Pokus o stanovení tvaru rovnice časového a směrového pole vývoje porostní výšky. Lesnický časopis, 1959
11. Přírůst průměrný a běžný. Lesnický časopis, 1960
12. Zjišťování běžného přírůstu stejnověkých porostů. (teorie metody totálního diferenciálu). Sborník VŠZ v Brně, řada C, 1960
13. Návrh metody pro konstrukci jednooborového systému jednotných výškových a hmotových křivek stejnověkých porostů. Kand. dis. práce, lesnická fakulta VŠZ v Brně, 1960
14. Problematika stanovení hodnot faktoru kůry. Lesnictví, 1962
15. Príspevek k teorii stanovení běžného přírůstu stejnověkých porostů. Lesnický časopis, 1963
16. Zjišťování běžného přírůstu výčetní tloušťky a výšky na vzornících pokusných ploch. Sborník VŠZ v Brně, řada C, 1960
17. K problematice stanovení běžného přírůstu stejnověkých porostů. Habil. dis. práce, lesnická fakulta VŠZ v Brně, 1963
18. The Quality of An Even-aged Unmixed Stand. Conference in Stockholm, Sweden, IUFRO — Sektion 25, 1965
19. Bonita stejnověkého nesmíšeného porostu. Lesnický časopis, 1967
20. Stanovení CBP porostní zásoby pokusných ploch určených ke konstrukci růstových tabulek. Výzk. zpráva, lesnická fakulta VŠZ v Brně, 1969
21. Bestimmung des laufenden Gesamtzuwachses von Holzvorrat der zur Konstruktion von Ertragstafeln bestimmten Versuchsf lächen. Sborník VŠZ v Brně, řada C, 1970
22. Einfaches Verfahren zur Konstruktion von Lokalmassentafeln für die Fichte. Sborník VŠZ v Brně, řada C, 1971
23. Lokální hmotové tabulky a dvouparametrický systém morfologických křivek smrkových kmenů. Výzk. zpráva, lesnická fakulta VŠZ v Brně, 1968
24. Über einige Eigenschaften der Wuchsreihen gleichaltriger Bestände. Sborník VŠZ v Brně, řada C, 1974
25. Návrh metody stanovení běžného přírůstu stejnověkých porostů. Výzkumná zpráva, lesnická fakulta VŠZ v Brně, 1975
26. Průzkum návrhu nové metody konstrukce růstových tabulek. Výzk. zpráva, lesnická fakulta VŠZ v Brně, 1975
27. Některé elementární pojmy a poznatky o problematice zjišťování zákonitostí růstového procesu lesních porostů. Sborník VŠZ v Brně, řada C, 1977
28. Systém standardizovaných výškových křivek stejnověkých smrkových porostů. Sborník VŠZ v Brně, řada C, 1978
29. Dvouparametrický systém morfologických křivek smrkových kmenů. Sborník VŠZ v Brně, řada C, 1979
30. Výzkum a ověřování vhodných tvarů diferenciálních rovnic pro matematickou formulaci zákonitostí růstu porostní výšky stejnověkých nesmíšených porostů. Výzk. zpráva, lesnická fakulta VŠZ v Brně, 1979
31. Vějíř bonitních křivek porostní výšky růstových tabulek. Lesnictví, 1979
32. Výzkum vlastností bonitního vějíře křivek růstu porostní výšky smrkových porostů pahorkatin Švýcarska pomocí metody směrového pole. Výzk. zpráva, lesnická fakulta VŠZ v Brně, 1980
33. Metoda směrového pole v teorii i praxi konstrukce růstových tabulek. Zborník LF — VŠLD Zvolen, 1982
34. Stanovení přírůstového procenta výčetní základny porostu. Lesnictví, 1981

35. Biometrické zákonitosti rústového procesu stejnovekých porostů a biometrické modely rústových tabulek. Lesnictví, 1982
36. Odhad přesnosti a použitelnosti některých způsobů stanovení běžného přírůstu. Lesnictví, 1983

Doc. Ing. Lubomír Polák, CSc., lesnická fakulta VŠZ, Lesnická 37, 662 66 Brno

MOŠKALEV A. G., KNIZE A. A., KSENOFONTOV N. I., ULANOV N. S.: TAXACIA PORASTOVEJ SORTIMENTAČNEJ ŠTRUKTÚRY (TAKSACIJA TOVARNOJ ŠTRUKTURY DREVOSTOJEV). 1982, MOSKVA

Organizácia racionálneho využívania lesov sa začína štúdiom lesných zásob. To sú úvodné slová citovanej publikácie a tomuto cieľu — štúdiu poznania štruktúry drevných zásob, no najmä špecifickej časti týchto zásob — ťažbovému fondu je venovaná i celková náplň publikácie.

V prvej kapitole autor (A. G. Moškalev) charakterizuje základné požiadavky kladené na taxáciu sortimentačnej štruktúry porastov a konštrukciu stromových a porastových sortimentačných tabuliek. Samostatná podkapitola je venovaná u nás málo prepracovanej problematike taxačno-ekonomického zdôvodnenia požadovanej presnosti zisťovania zásob a ich sortimentačnej štruktúry. Z nášho hľadiska sú nové najmä odvodené vzťahy medzi chybou určenia zásob (a z nich odvodených etátov), nákladmi na taxáciu a národohospodárskymi nákladmi na zabezpečenie drevnej suroviny v lesodeficitných oblastiach.

Druhá kapitola (A. G. Moškalev) je venovaná rozboru zákonitostí výstavby porastov a ich modelovania ako základu taxácie sortimentačnej štruktúry týchto porastov. Na základe zhodnotenia údajov získaných z rozsiahleho súboru výskumných plôch (773 plôch založených v rovnovekých v podstate dospelých porastoch borovice, smreka, brezy a osiky s rôznym stupňom ich zastúpenia) autori hodnotia vývoj vybraných taxačných veličín a ich vplyv na sortimentačnú štruktúru porastov. Z čiastkových výsledkov je z produkčného hľadiska významné konštatovanie o vplyve zakmenenia na plnoderovnosť kmeňov. V závere každej podkapitoly sú uvedené matematické definície modelov vývoja hodnotených veličín v závislosti na zvolených taxačných charakteristikách. Zdôrazňuje sa pritom, že analýza výsledkov získaných výpočtom na SP MINSK 22 jednoznačne poukazuje na to, že pre zostrojenie týchto modelov treba použiť metódy mnohonásobnej regresnej analýzy. Do druhej kapitoly autori zaradili tiež pro-

blematiku hodnotenia vplyvu porastovej výstavby na presnosť určenia zásoby a jej štruktúry. Dosiahnuté výsledky v zá- sade zodpovedajú u nás publikovanému záverom (Šmelko 1968) sú však doplnené o výsledky inventarizácie podieľu úžitkového dreva.

Tretia kapitola (A. G. Moškalev) obsahuje rozbor problematiky konštrukcie stromových a porastových sortimentačných tabuliek. Najväčšia pozornosť je venovaná zdôvodneniu metodických zásad konštrukcie tabuliek a rozsahu a spôsobu merania základných podkladových údajov. V porovnaní s u nás použitými metodickými postupmi (Hubač 1973; Čermák — Hubač 1978) je najväčší rozdiel v základnej informačnej jednotke. Zatiaľ čo u nás je touto jednotkou jednotlivý vzorník, v popísanej práci je to skusná plocha. Tieto skusné plochy (o veľkosti 20—25 stromov) sa zakladajú podľa platných zásad matematicko-štatistickej inventarizácie lesa, navyše sa však na nich zrúbu vzorníky (každý 5.—8. inventarizovaný strom), na ktorých sa uskutoční meranie a hodnotenie znakov potrebných k určeniu celkového objemu kmeňa (stromu) a jeho jednotlivých vopred definovaných (kvantitatívne i kvalitatívne) častí. Tento spôsob zberu informácií naväzuje na uzávery uvedené v kapitole 2 (závislosť veličín podmienujúcich sortimentačné zloženie na viacerých taxačných charakteristikách) a má umožniť tiež komplexné zhodnotenie nameraného materiálu. V závere kapitoly je uvedená tiež ukážka z prvého variantu tabuliek zostrojených pre borovicu. K tejto kapitole sa vzťahuje i príloha č. 1, ktorá obsahuje prehľad všetkých požiadaviek, ktoré musia byť dodržané pri konštrukcii stromových i porastových sortimentačných tabuliek ak tieto majú byť použité v praxi lesného hospodárstva ZSSR.

V štvrtej kapitole (A. G. Moškalev, N. I. Ksenofontov) sa popisuje problematika určenia sortimentačného zloženia porastov i celých lesných oblastí

pri praktickom vykonávaní hospodársko-úpravníckych prác. V prvej časti autori popisujú všeobecné skúsenosti a poznatky o praktickej presnosti určovania zásob a jej vzťahu k presnosti určenia podielu úžitkového dreva. Autori navrhujú zisťovať podiel úžitkového dreva na za týmto účelom založených kruhových plochách (princíp Bitterlicha), čím by bolo možné určiť podiel úžitkového dreva s presnosťou $\pm 8-15\%$. V závere kapitoly autori popisujú možnosť riešenia sortimentačného zloženia lesnej oblasti ako celku. Vychádzajú pritom z poznatkov, že rozdelenie zásoby porastov v oblasti podľa stredných hrúbok je analogické rozdeleniu zásoby porastu podľa $d_{1,3}$. Na základe toho konštatujú, že ak poznáme rozdelenie zásob oblasti v rámci stredných hrúbok, bonitných stupňov a vekových stupňov, môžeme určiť pomocou príslušných tabuliek i sortimentačnú štruktúru lesnej oblasti ako celku. Použitie tejto metódy doporučujú najmä v prognózach výskytu sortimentačnej štruktúry pri zohľadňovaní zmien v stave lesného fondu v dôsledku hospodárskych opatrení.

Piata kapitola (A. G. Moškalev) je venovaná taxácii zásoby a sortimentačnej štruktúry ťažbového fondu. V úvode sa zdôrazňuje dôležitosť tejto činnosti vzhľadom na uplatnenie získaných výsledkov v plánovaní činnosti celého lesného hospodárstva i naväzujúcich odvetví drevospracujúceho priemyslu a dopravy. V ďalšom sa uvádzajú zásady vymedzenia celkovej výmery rúbani, jej rozdelenia na menšie časti (deljanky), v ktorých sa uskutočnia vlastné mernania a zásady výberu taxačnej metódy. Metódy, ktoré sa doporučujú použiť pri taxácii ťažbového fondu, sa v podstate zhodujú s metódami a zásadami známymi u nás pri zisťovaní porastových zásob. Súčasne so zisťovaním hrúbkovej štruktúry sa však stromy zaraďujú i do troch kategórií technickej použiteľnosti, ktoré sú definované ako kmene úžitkové, poloužitkové, palivové. Z obsahu celej kapitoly vyplýva, že taxácii ťažbového fondu je venovaná veľká pozornosť a prakticky tvorí samostatnú časť hospodárskoúpravníckych prác, v ktorej sa pracuje s inými priestorovými jednotkami rozdelenia lesa a v podstate tiež s presnejšími inventarizačnými metódami ako pri taxácii zásob (presnosť pri taxácii zásoby je spravidla $\pm 20\%$, zatiaľ čo prípustná presnosť zistenia zásoby ťažbového fondu je $\pm 10\%$). Záver kapitoly je venovaný popisu metodiky naturálneho a peňažného ocenenia ťažbového fondu. Pod naturálnym ocenením

sa rozumie určenie celkovej zásoby porastov zaradených do ťažby, určenie podielu úžitkového dreva podľa hrúbkových kategórií a akostných tried, určenie podielu paliva a strát podľa drevín, ďalej objemu stredného kmeňa a počtu stromov na 1 ha. Peňažné ocenenie sa uskutočňuje na základe výsledkov naturálneho ocenenia a príslušných cien 1 m³ drevnej suroviny určených v norme No 07-01 v závislosti na vytvorených pásmach (I—VII) a kategóriách. Pri spracovaní na samočinných počítačoch polešia vyplnia len predtlačené dierovacie predpisy a z výpočtového strediska obdržia zostavy s kompletnými výsledkami (ukážka takéhoto výstupu je na str. 124).

Záverečná šiesta kapitola (A. G. Moškalev, A. A. Knize, N. S. Ulanov) je venovaná charakteristike zmien v porastovej sortimentačnej štruktúre vplyvom hospodárskej činnosti človeka. Podrobne sa rozoberá najmä vplyv meliorácií a zasychňania na štruktúru borovicových porastov. Autori uvádzajú samostatne odvodené matematické modely vývoja jednotlivých veličín v týchto porastoch. Pre našu prax sú však významnejšie poznatky autorov získané z výskumu sortimentačnej štruktúry ťažbového fondu výchovných zásahov. Autori na základe vlastného pokusného materiálu porovnali výsledky vývoja veličín ovplyvňujúcich sortimentačnú štruktúru ťažbového fondu obnovných a výchovných porastov a konšatovali podstatné rozdiely, ktoré dokumentujú v 17 bodoch. V 16. bode sa konštatuje, že sa potvrdila nutnosť zostrojenia špeciálnych stromových i porastových sortimentačných tabuliek pre oceňovanie ťažbového fondu z výchovných zásahov.

Publikácia okrem toho, podáva ucelený prehľad o problematike inventarizácie a hodnotenia ťažbového fondu v RSFSR, prináša tiež viacero nových metodických poznatkov z teórie konštrukcie stromových, no najmä porastových sortimentačných tabuliek. Pracovníkov náuky o produkcii zaujmú tiež v práci uvedené výsledky výskumu o vplyve zakmenenia, hustoty, zastúpenia dreviny a niektorých ďalších charakteristík na tvar a kvalitu jednotlivých kmeňov i celkovú produkciu porastu, vrátane jej sortimentačnej štruktúry. Preto možno konštatovať, že uvedená publikácia kolektívu popredných sovietskych hospodárskoúpravníckych odborníkov je vypracovaná na dobrej teoretickej úrovni a svojim obsahom rozširuje teoretické poznatky i praktické metódy hospodárskej úpravy lesov.

OBSAH

Korf V.: Nové úkoly lesnického biometrického a hospodářskoupravnického výzkumu v ČSSR	839
Korf V., Burda F.: Biometrický rozbor růstového procesu stejnověkých porostů a matematický model růstových tabulek pro smrky nižších poloh	841
Řehák J.: Počet stromů v růstovém procesu stejnověkých borových porostů	871
Polák J.: Zjišťování hustoty porostů metodou indexu SDI	871
Grék J.: Určovanie cieľového zakmenenia porastov	881
Wolf J.: Odhad přesnosti a použitelnosti některých způsobů stanovení běžného přírůstu	893
Hubač K., Pánek F.: Objemové tabuľky hrubiny s kôrou a bez kôry pre smrky a jedľu	899
Kouba J.: Teorie normálního lesa na základě náhodných procesů	915
Aktuality	
Polák L.: Za docentem J. Wolfem	931
Hladík M.: Moškalev A. G., Knize A. A., Ksenofontov N. I., Ulanov N. S.: Taxacia porastovej sortimentačnej štruktúry. 1982, Moskva	933

СОДЕРЖАНИЕ

Корф В.: Новые задачи лесного биометрического и лесоустройственного исследования в ЧССР	839
Корф В., Бурда Ф.: Биометрический анализ ростового процесса лесонасаждений одинакового возраста и математическая модель ростовых таблиц для ели низших положений	854
Ржегак Я.: Число деревьев в процессе роста насаждений сосны одинакового возраста	869
Полак Й.: Определение густоты насаждений методом индекса SDI	879
Грек Я.: Определение целевой полноты насаждений	892
Вольф Я.: Оценка точности и применимости некоторых способов определения текущего прироста	898
Губач К., Панек Ф.: Таблицы объемов крупной древесины с корой и без коры для ели и пихты	913
Коуба Я.: Теория нормального леса на основе случайных процессов	929
Новости	
Полак Л.: Памяти доцента Я. Вольфа	931
Гладик М.: Мошкелев А. Г., Книзе А. А., Ксенофонов Н. И., Улянов Н. С.: Таксация структуры сортимента лесонасаждения. 1982, Москва	933

Korf V.: New Tasks of Forest Biometry and Management Research in Czechoslovakia	839
Korf V., Burda F.: Biometric Analysis of the Growth Process of Coeval Forest Stands and a Mathematical Model of the Growth Tables for Lowland Spruce	855
Řehák J.: Tree Number in the Growth Process of Pine Coeval Stands	869
Polák J.: Determining Forest Stand Density by the Method of SDI Index	880
Grék J.: Determination of the Final-Crop Stocking of Forest Stands	892
Wolf J.: Estimate of the Exactness and Applicability of some Methods of Determining the Current Increment	898
Hubač K., Pánek F.: Volume Tables for Wood outside and inside Bark for the Species Spruce and Fir	913
Kouba J.: The Theory of Normal Forest Using Random Processes	929
Topical News	
Polák L.: In Memory of Docent J. Wolf	931
Hladík M.: Moshkalev A. G., Knize A. A., Ksenofontov N. I., Ulyanov N. S.: Taxation of Stand Assortment Structure. 1982, Moscow	933

LESNICTVÍ č. 11/1983

otiskuje tyto práce:

- Vyskot M.: Efekt fyto techniky borovice *Pinus silvestris* L. v objemu a hmotnosti biomasy
- Penka M.: Vodní provoz heterotrofních rostlin
- Nováček F., Machaníček J.: Minerální složení klíčnicích rostlin hlavních lesních dřevin
- Bludovský Z.: Ekonomické problémy rozvoje pěstování lesů
- Peříšek J.: Humus a dusík v lesních půdách pahorkatin střední Moravy
- Vaník K.: Hrče, rany a rozdvojení kmeňů borovic jako místa infekce drevokaznými hubami

Aktuality

- Lokvenec T.: Metody rhizologického studia v kulturách založených obalenými sazenicemi
- Kučera J.: Wagenknecht E.: Obhospodařování našich stavů spárkaté zvěře. 1978, Berlin
- Příhoda A.: Cifra J. a kol.: Výskum pestovania topoľov a vrb na Slovensku. 1982, Bratislava

Lesnictví č. 11/1983 stojí 12,— Kčs. Objednávky přijímá

Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství, Slezská 7, 120 56 Praha 2
Poštovní novinová služba, Jindřišská 14, 110 00 Praha 1

Podepsáno k tisku 24. 9. 1983

Rozšiřuje Poštovní novinová služba. Objednávky a předplatné přijímá PNS - ústřední expedice tisku, administrace odborného tisku, Jindřišská ulice 14, 110 00 Praha 1. Lze též objednat u každé pošty i poštovního doručovatele. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS - ústřední expedice tisku, oddělení vývozu tisku, Jindřišská ulice 14, 110 00 Praha 1. Vytiskl MÍR, novinářské závody, n. p., závod 6, tř. Lidových milicí 22, 120 00 Praha 2