

VĚDECKÝ ČASOPIS



LESNICTVÍ

9

ROČNÍK 23 (L)
PRAHA
ZÁŘÍ 1977
CENA 12 Kčs

ČESKOSLOVENSKÁ AKADEMIE ZEMĚDĚLSKÝCH VĚD
ÚSTAV VĚDECKOTECHNICKÝCH INFORMACÍ
PRO ZEMĚDĚLSTVÍ

Redakční rada: člen korespondent ČSAV prof. Dr. Ing. Miroslav Vyskot, DrSc. (předseda), Ing. Zdeněk Bludovský, CSc., prof. Dr. Ing. Václav Douda, CSc., prof. Dr. Ing. Ján Halaj, DrSc., Ing. Jan Jindra, CSc., člen korespondent ČSAV prof. Dr. Ing. Augustin Kalandra, DrSc., prof. Dr. Ing. Václav Korf, DrSc., prof. Dr. Ing. Josef Pelíšek, DrSc., prof. Ing. Adolf Priesol, DrSc., genmjr. Ing. Václav Růžicka

Šéfredaktor člen korespondent ČSAV prof. Dr. Ing. Miroslav Vyskot, DrSc.

© Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství, Praha 1977

CS ISSN 0024-1105

LESNICTVÍ uveřejňuje vědecká pojednání o vyřešených výzkumných úkolech ze všech oborů lesnické vědy, studie a rozborů. Vydává Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství. Vychází měsíčně. Redakce: 120 56 Praha 2, Slezská 7, telefon 257541. Celoroční předplatné Kčs 144,—.

LESNICTVÍ публикует научные статьи о решенных заданиях по научному исследованию в области лесохозяйственной науки, обзоры и анализы. Издает Институт научно-технической информации по сельскому хозяйству. Выходит в свет ежемесячно. Редакция: 120 56 Прага 2, Слезска 7.

LESNICTVÍ publishes scientific treatises about the solved research tasks in the line of forest science, studies and analyses. Published by the Institute of Scientific and Technical Information for Agriculture. Issued monthly. Editorial office: 120 56 Prague 2, Slezská 7.

LESNICTVÍ veröffentlicht wissenschaftliche Abhandlungen über die gelösten Forschungsaufgaben auf dem Gebiete der Forstwirtschaftswissenschaft, Studien und Analysen. Herausgegeben vom Institut für wissenschaftlich-technische Information der Landwirtschaft. Erscheint monatlich. Redaktion: 120 56 Praha 2, Slezská 7.

LESNICTVÍ publie les traités scientifiques concernant les tâches de recherches résous dans le domaine de science silvicole, études et analyses. Publié par l'Institut des informations scientifiques et techniques pour l'agriculture. Paraît une fois par mois. Rédaction: 120 56 Praha 2, Slezská 7.



**Prof. Dr. Ing. V. KORF, DrSc.,
SEDMDESÁTILETÝ**

Prof. Dr. Ing. Václav Korf, DrSc., se narodil 20. července 1907 v Hřebečnících, okres Rakovník, jako syn železničního tesaře. V letech 1923–1927 absolvoval vyšší lesnickou školu v Hranicích a 1927–1931 lesnický odbor Vysoké školy zemědělského a lesního inženýrství při ČVUT v Praze. Středoškolská a vysokoškolská studia absolvoval s vyznamenáním. Během vysokoškolských studií byl o prázdninách zaměstnán u taxačního oddělení Státních lesů v Banské Bystrici.

Po absolvování vysoké školy v roce 1931 se zúčastnil prací na lesním hospodářském plánu v lesích města Kremnice (11 000 ha) a od října 1931 pak byl výpomocným asistentem v ústavu zařízení lesů a lesnické geodézie na vysoké škole v Praze u prof. ing. G. Jirsíka, kde se stal od roku 1933 řádným asistentem. V této funkci zajišťoval cvičení ze zařízení lesů (hospodářské úpravy lesů) a lesnické geodézie. V roce 1933 složil státní zkoušku pro samostatné lesní hospodáře a pod vedením prof. Jirsíka se zúčastnil prací na lesním hospodářském plánu Bílé Poličany a řady expertizních prací z hospodářské úpravy a oceňování lesů. V roce 1935 na základě disertační práce Inventarizace lesních porostů na podkladě analyticky vyšetřených funkcí byl 22. 3. 1935 prohlášen doktorem technických věd. V letech 1933–1937 absolvoval jako mimořádný posluchač 8 semestrů matematických přednášek na Karlově univerzitě. Ve školním roce 1937–1938 a 1938–1939 byl pověřen suplováním přednášek z dendrometrie a současně se připravoval na habilitační řízení.

V roce 1939 po zavření českých vysokých škol přijal Dr. V. Korf umístění na bývalých arcibiskupských velkostatkách jako taxátor. V této funkci byly pod jeho vedením vypracovány lesní hospodářské plány pro velkostatky Dolní Břežany – Dobřejovice, Týn n. Vlt., Louňovice pod Blaníkem a rozpracován lesní hospodářský plán pro Červenou Řečici – Nový Rychnov. Vypracoval též řadu oceňovacích elaborátů, zejména o škodách lesními požáry (v Dol. Břežanech, v Týně n. Vlt., Rožmitále). Po roce 1945 zastával funkci lesního referenta a později ústředního ředitele pro celý bývalý arcibiskupský pozemkový majetek. Při pozemkové reformě byl od 1. října 1948 až do převedení pozemkového majetku do státní správy zástupcem národního správce.

V roce 1945 podal Dr. V. Korf na ČVUT habilitační práci Příspěvek k matematické definici růstového zákona hmot lesních porostů. Habilitační řízení bylo ukončeno v roce 1946 a Dr. Korfovi byla udělena *veniae docendi* pro obor hospodářské úpravy lesů a dendrometrie.

Po skončení národní správy byl převeden v roce 1948 ke Státním lesům jako referent ústředí pro oceňování lesů a pro přípravu nové hospodářskoupravnické instrukce v Brandýse n. Labem. Současně na žádost Vysoké školy zemědělského a lesního inženýrství v Praze byl uvolněn pro pedagogickou práci; od roku 1945 přednášel dendrometrii a oceňování lesů a od roku 1950 pak dendrometrii a hospodářskou úpravu lesů.

Po definitivním převedení na vysokou školu byl Dr. V. Korf od 1. 12. 1951 jmenován státním docentem a s platností od 1. 3. 1954 byl pak jmenován řádným profesorem hospodářské úpravy lesů a dendrometrie.

Ve studijním roce 1952–1953 a 1953–1954 byl proděkanem lesnické fakulty a od

st. r. 1954–1955 až do st. r. 1962–1963 děkanem lesnické fakulty ČVUT (v posledním roce VŠZ). Byl tedy v tomto období 2 roky proděkanem a 9 roků děkanem lesnické fakulty.

Během svého působení u Státních lesů předložil Dr. V. Korf zlepšovací návrh na konstrukci přímkových výškových grafikonů pro inventarizaci lesů. Návrh byl přijat a odměněn. V roce 1955 byl prohlášen vzorným pracovníkem ČVUT a v roce 1957 při příležitosti oslav 250letého trvání inženýrských škol v Praze bylo prof. V. Korfovi uděleno vyznamenání Za vynikající práci. V roce 1956 byl jmenován dopisujícím členem ČSAZV, kde zastával funkci vědeckého sekretáře VI. odboru (1956–1959). V letech 1957–1960 byl předsedou koordinační komise pro komplexní výzkum Krušných hor.

Kromě funkce děkana byl na lesnické fakultě vedoucím katedry hospodářské úpravy lesů a zastával řadu dalších funkcí, zejména předsednictví státní komise pro závěrečné zkoušky na lesnické fakultě VŠLD ve Zvolenu (od roku 1954 dodnes), členství v komisích v býv. ČSAZV atd.

V roce 1962 předložil prof. Dr. V. Korf na Vysoké škole zemědělské v Praze disertační doktorskou práci Příspěvek k poznání růstového procesu lesních porostů se zaměřením na stanovení jejich celkového běžného přírůstu. Na základě obhajoby této práce byl 3. července 1962 prohlášen doktorem zemědělsko-lesnických věd – DrSc. V této disertační doktorské práci podal zcela nové teoretické poznatky o růstovém procesu stejnověkých porostů a matematickým rozбором vyřešil vztah mezi vzorníkem porostní zásoby a vzorníkem přírůstovým jako teoretickým podkladem pro konstrukci tabulek ke stanovení běžného přírůstu lesních porostů.

Po založení Vědeckého lesnického ústavu VŠZ Praha v Kostelci nad Černými lesy byl (do roku 1974) vedoucím oddělení hospodářské úpravy lesů, členem vědecké rady tohoto ústavu a od roku 1965 členem vědecké rady VŠZ. V letech 1966–1970 zastával na VŠZ v Praze funkci prorektora pro vědeckovýzkumnou práci.

V Kostelci nad Černými lesy organizoval a vedl několik kursů postgraduálního studia z hospodářské úpravy lesů. Vedle toho přednáší v postgraduálním studiu z hospodářské úpravy lesů na lesnické fakultě VŠLD ve Zvolenu a v posledních letech v postgraduálním studiu z pěstění lesů na lesnické fakultě VŠZ v Brně.

Po několik roků přednášel hospodářskou úpravu lesů ve speciálním 3letém studiu pro vedoucí pracovníky v lesním hospodářství v Praze, Českých Budějovicích, Plzni a Hradci Králové.

Od 1. 11. 1974 přešel na lesnickou fakultu VŠLD ve Zvolenu jako vedoucí vědecký pracovník, kde působí dodnes nejen ve výzkumu jako koordinátor celostátního výzkumu na hlavním úkolu Biometrie lesních dřevin a teoretické základy hospodářské úpravy lesů, ale i v práci pedagogické, zejména v postgraduálním studiu z hospodářské úpravy lesů.

Kromě účasti při zpracování lesních hospodářských plánů bylo za jeho vedení ve funkci taxátora zpracováno několik lesních hospodářských plánů a z pověření orgánů hlavního města Prahy byl za jeho řízení zpracován lesní hospodářský plán pro býv. lesy hlavního města Prahy (Říčany – Hradešín – Úvaly). Dále z praktické činnosti je třeba uvést 6 oceňovacích elaborátů odhadu škod způsobených lesnímu hospodářství na různých LHC.

Hlavní směry výzkumu a vědecké práce prof. V. Korfa z oboru hospodářské úpravy lesů, dendrometrie a biometrie jsou patrné z tohoto souhrnu:

Již v roce 1939 matematicky odvodil a v Lesnické práci uveřejnil svou původní růstovou funkci. Celá jeho růstová teorie byla pak tabelárně doplněna pro habilitační práci (1946). Korfova růstová funkce matematicky odvozená na podkladě integrace diferenciální rovnice pro růstovou intenzitu vyhovuje všem teoretickým požadavkům, kladeným na průběh základních taxačních veličin vzhledem k věku. Dalším širším výzkumem na podkladě rozsáhlého empirického materiálu bylo prokázáno, že má velký význam zejména při konstrukci růstových tabulek. Z matematického hlediska ji příznivě posoudili zejména prof. Dr. Van der Vliet, prof. Dr. V. Hruška, prof. Dr. Janko aj.

Další její rozbor a aplikace na růstové procesy realizovali konstruktéři čs. růstových tabulek, prof. Dr. J. Halaj, DrSc., a Dr. J. Řehák, CSc.

V posledních letech se zabýval růstovou funkcí Dr. Fr. Burda ve své práci Metoda nejmenších čtverců a její uplatnění v lesnickém biometrickém výzkumu (Lesnictví 1971, s. 891–902). V podstatě sestavil první program pro výpočet para-

metrů Korfovy funkce na samočinném počítači. *Prom. matem. Fr.* Pánek ji využil v práci *Konstrukce bonitního vějíře pomocí růstové Korfovy funkce* (*Les. časopis* 1976, s. 129-139); Ing. J. Koubka, CSc., v práci *Hodnocení produkce lesů a možnosti použití Korfovy růstové funkce pro vyjádření hmotové produkce hospodářské skupiny* (Zb. z Technicko-ekonomické konference s mezinárodní účastí, 1974, s. 647-655) a rovněž v práci *Anwendung der Korfschen Wachstumsfunktion als Mittel des Ausdruckes der Gesamten Massenproduktion von Wäldern* (Mitteilung von Versammlung des IUFRO, Zvolen, 1977, s. 139-156).

Ze zahraničních autorů se zabýval Korfovou růstovou funkcí např. Dr. J. Hradetzky (Freiburg i. B.) v disertační práci *Model eines integrierten Ertragstafel-Systems in modelarer Form* (1972).

Z celkového hodnocení a využití Korfovy růstové funkce zejména při konstrukci růstových tabulek je patrný její teoretický a praktický význam.

V roce 1961 vypracoval prof. V. Korf ve své obsáhlé disertační práci (doktorát zemědělsko-les. věd) původní metodu na stanovení běžného přírůstu lesních porostů. V této práci matematicky odvodil vztah mezi vzorníkem porostní zásoby a vzorníkem přírůstovým. Teorie přírůstového vzorníku byla předložena autorem jednak na mezinárodním sympoziu v Tharandtu v roce 1966 (*Beitrag zur Lösung der Problematik des Zuwachspobestammes*, Archiv für Forstwesen, s. 305-311), jednak v Innsbrucku na sympoziu IUFRO — 1974 prof. Ing. Š. Šmelkem, DrSc. (Zur Problematik des Zuwachsbestammes in Beständen). Teoreticky odvozené vztahy mají obecnou platnost, jak dokázal i prof. Ing. Š. Šmelko, který teorii přírůstového vzorníku doplnil statistickými rozbory. Na podkladě prověření vztahu mezi vzorníkem porostní zásoby a vzorníkem přírůstovým započali v této pětiletce prof. V. Korf a prof. Š. Šmelko na VŠLD ve Zvolenu s výzkumem využití této teorie ke konstrukci přírůstových tabulek pro hlavní dřeviny. Oba autoři předložili na mezinárodní konferenci ve Zvolenu (1977) první výsledky svého společného výzkumu založeného na teorii přírůstového vzorníku ve vědecké práci *Der laufende Zuwachs in der Forsteinrichtung und die Möglichkeiten seiner Ermittlung durch die Methode des Zuwachspobestammes* (Mitt. von der Versammlung des IUFRO, Zvolen, s. 117-132).

Na podkladě své růstové funkce odvodil a v roce 1971 uveřejnil prof. V. Korf novou metodu na odvození celkové hmotové produkce (CHP) (*Lesnictví*, 1971, s. 903-922). Její aplikaci ověřili zejména prof. Ing. A. Priesol, DrSc., a Ing. M. Hladík v práci: *Produkcia zmiešaného jedlo-bukového lesa v bukovom vegetačnom stupni* (*Lesnictví*, 1975, s. 831-850). Autoři článku na závěr píší: „Na odvození CHP zmiešaných porastov sa osvedčila Korfova metóda (1971), ktorá vyjadruje CHP analytickou funkciou. Jej ďalšou výhodou je jednoduchosť výpočtu a jednoznačnosť vstupných údajov“. Ze zahraničních autorů byla metoda tiskem recenzována prof. Dr. J. Duchovníkem v Bulharsku.

Ve vlastní hospodářské úpravě lesů se prof. V. Korf zabýval také aktuálními problémy. Ve své práci *Základní teoretické problémy hospodářské úpravy lesů v podrobném hospodářství* podal v roce 1963 teoretickou koncepci původního modelu podrobní hospodářské skupiny, kde s uplatněním a definicí tří zásob odvodil teoretický výraz pro etát v podrobní hospodářské skupině. Tato koncepce byla také převzata do nové učebnice *Doležal — Korf — Priesol: Hospodářská úprava lesů* (1969).

Přednášková činnost prof. V. Korfa:

1. V letech 1946–1949 každoroční přednášky O významu našich lesů, v rámci Měsíce lesů v Praze a na okrese Jílové.
2. Problémy hospodářské úpravy lesů, na lesnické fakultě v Poznani — 1955.
3. O výběrném lese, přednáška pro lesníky Olomouckého kraje — 1956.
4. O hospodářské úpravě převodů, referát na schůzi ČSAZV v Židlochovicích — 1956.
5. Čs. socialistické lesní hospodářství, při zahájení lesnického semináře FAO v Praze — 1956.
6. Zkvalitňování porostní zásoby, přednáška ve Vědecké lesnické společnosti v Praze — 1956.

7. Kontrolní metody a jejich význam, přednáška pro lesníky Jihlavského kraje — 1957.
8. K problematice směrnic pro hospodářskou úpravu lesů, na konferenci o hospodářské úpravě jugoslávských lesů v Bělehradě — 1957.
9. O čs. socialistickém lesním hospodářství a jeho hospodářské úpravě lesů na Vysoké škole lesnické v Sarajevu — 1957.
10. O čs. socialistickém lesním hospodářství a jeho hospodářské úpravě lesů, ve Spolku lesních inženýrů v Záhřebu — 1957.
11. Vývoj hospodářské úpravy lesů a její perspektivní úkoly, na sjezdu čs. lesníků v Kostelci nad Č. l. — 1958.
12. O přírůstové porostní kontrole, na konferenci o úkolech hospodářské úpravy lesů ve Žďáru nad Sáz. — 1959.
13. Dosavadní výsledky výzkumu metod ke stanovení běžného přírůstu. Význam běžného přírůstu v hospodářské úpravě lesů, ČSAZV — mezinárodní konference v Praze — 1961.
14. O metodách stanovení celkového běžného přírůstu lesních porostů, pro lesníky Severomoravského kraje ve Frýdku — 1962.
15. Hospodářská úprava lesů v podrostním hospodářství, konference v Kostelci n. Č. l. — 1963.
16. Referát o stanovení běžného přírůstu lesních porostů, na sympoziu v Tatranské Lomnici — 1963.
17. O přírůstovém vzorníku, referát zasláný na sympozium v Tharandtu v NDR — 1966.
18. Tendence vývoje hospodářských způsobů, na celostátní konferenci v Praze — 1970.
19. Na mezinárodních konferencích ve Zvolenu (1972, 1977) předložil referáty vztahující se jednak k problematice čs. růstových tabulek, jednak ke stanovení přírůstu lesních porostů. Referáty jsou vesměs uveřejněny a jsou v seznamu.

Kromě 5 obsáhlých posudků na doktorské disertační práce vypracoval desítky oponentských posudků na kandidátské disertační práce předložené v Brně, ve Zvolenu, v Kostelci n. Č. l., několik desítek posudků na závěrečné výzkumné zprávy pracovníků lesnických fakult v Brně, Zvolenu, VLÚ, výzkumných ústavů ve Zbraslavi, ve Zvolenu, Bratislavě, řadu posudků na zlepšovací návrhy z hospodářské úpravy lesů atd.

Dřívější hlavní funkce:

1. Proděkan lesnické fakulty ČVUT v Praze (1952—1954)
2. Děkan lesnické fakulty ČVUT a VŠZ v Praze (1954—1963)
3. Prorektor Vysoké školy zemědělské v Praze (1966—1970)
4. Člen korespondent býv. ČSAZV a vědecký sekretář jejího VI. odboru (1956—1961)
5. Člen vědecké rady VŠZ v Praze (1964—1970)
6. Člen vědecké rady lesnické fakulty VŠLD ve Zvolenu (1964—1970)
7. Člen ediční komise SZN pro lesnickou odbornou literaturu (1955—1973)
8. Předseda redakční rady Sborníku VLÚ (lesnické fakulty) (1958—1973)
9. Člen komisi býv. ministerstva lesního hospodářství a dřevařského průmyslu; později člen komisi ministerstva lesního a vodního hospodářství
10. Předseda vědecké rady ministerstva lesního a vodního hospodářství (1969—1971)
11. Člen kolegia teoretických základů zemědělství ČSAV (1966—1971)
12. Člen redakční rady Naučného slovníku lesnického (1958—1960)

Současné hlavní funkce:

1. Člen vědecké rady VLÚ v Kostelci n. Č. l.
2. Člen sekce vědecké rady lesnické fakulty VŠLD ve Zvolenu
3. Člen vědecké rady VÚLH ve Zvolenu

4. Předseda státní komise pro závěrečné zkoušky na lesnické fakultě VŠLD ve Zvolenu od roku 1954
5. Koordinátor hlavního badatelského úkolu VI-5-5 Biometrie lesních dřevin a teoretické základy hospodářské úpravy lesů, 1965–1970, 1971–1975, 1976–1980
6. Člen celostátní komise pro konstrukci čs. růstových tabulek pro hlavní dřeviny a předseda její metodické komise od roku 1964
7. Vědecký redaktor Naučného slovníku zemědělského pro odbor VI (lesnictví, dřevařství, myslivost) od roku 1959
8. Člen redakční rady vědeckého časopisu Lesnictví od roku 1959
9. Předseda komise pro udělování hodnosti kandidátů zemědělsko-lesnických věd v oboru 0807 – pěstění lesů od roku 1972
10. Člen komise pro obhajoby doktorských prací v oboru 0807 od roku 1973

Vyznamenání, uznání a medaile:

1. Nositel vyznamenání Za vynikající práci (1957)
2. Vzorový pracovník ČVUT (1954–1955)
3. Jubilejní medaile ČVUT při příležitosti 250letého trvání inženýrských škol v Praze (1957)
4. Uznání Vysoké školy zemědělské v Praze za dlouholetou pedagogickou, vědeckovýzkumnou a organizační činnost (1965)
5. Medaile VŠLD Zvolen za zásluhy o rozvoj pedagogické a vědeckovýzkumné práce na VŠLD (1967)
6. Medaile lesnické fakulty H. Cotty v Tharandtu (1967)
7. Medaile Ústředí zemědělského a potravinářského výzkumu za zásluhy o rozvoj zemědělských věd (1968)
8. Zlatá medaile VŠZ v Praze za zásluhy o rozvoj školy a vědeckou práci v oboru hospodářská úprava lesů a dendrometrie (1970)
9. Medaile Výzkumného ústavu lesního hospodářství a myslivosti za zásluhy (1971)
10. Diplom a pamětní medaile VŠLD ve Zvolenu za dlouholetou aktivní spolupráci a pomoc při plnění úkolů VŠLD (1972)
11. Zlatá plaketa Čs. akademie zemědělské za vědeckou práci (1972)
12. Čestné uznání Státního zemědělského nakladatelství za dlouholetou spolupráci v ediční komisi (1973)
13. Priznanje za izuzetne zasluge u razvoju Fakulteta šumarske nauke i struke – Lesnická fakulta univerzity v Sarajevě – 1974
14. Medaile J. A. Komenského udělena VŠLD ve Zvolenu při příležitosti dne učitelů 28. 3. 1977

Přehled hlavních publikací:

1. Některé způsoby výpočtu normální zásoby a těžebního čísla (Lesnická práce, 1936 – 26 stran).
2. Příspěvek k matematické definici vzrůstového zákona lesních porostů (Lesnická práce, 1939 a zvláštní doplněný otisk s tabulkami – 62 stran).
3. Pro větší odbornou přesnost (Čs. les, 1939).
4. Výpočet běžného přírůstu (Les, 1944 – 8 stran).
5. Grafické metody početní v lesní taxaci. Příloha čas. Les, 1945 – 20 stran.
6. Dendrometrie (Skripta, 1952 – 200 stran).
7. Nové výškoměry (Polana, 1952 – 5 stran).
8. Dendrometrie – celostátní učebnice pro vysoké školy (SZN, 1953 – 327 stran).
9. Hospodářská úprava lesů (Skripta, 1952 – 236 stran).
10. Úkoly hospodářské úpravy lesů (Les, 1954, č. 9, s. 40–46).
11. Hospodářská úprava lesů – celostátní učebnice (SZN, 1955 – 362 stran).
12. Převody pařezin z hlediska hospodářské úpravy lesů (Lesnictví, 1957, č. 2, s. 149–156).

13. Úsilí inženýra Kryštofa Liebicha o zřízení lesnického učení v Praze před 100 lety (Čs. vědecká les. spol., 1958, s. 89-91).
14. Velké vzory našeho lesnictví: K. Liebich, prof. Dr. V. Ševčík. (SZN, 1958).
15. Vývoj hospodářské úpravy lesů na Fakultním lesním hospodářství v Kostelci n. Č. I. a perspektivní úkoly hospodářské úpravy lesů v ČSSR (Čs. les. vědecká společnost v Praze, 1958).
16. Vliv hospodářské úpravy lesů na vývoj lesního hospodaření a smrkových porostů na Rožmitálsku (Čs. vědecká společnost v Plzni, 1959).
17. Vzpomínky na rožmitálského lesmistra Karla Gangloffa (Čs. vědecká společnost v Plzni, 1959 — 20 stran).
18. O přírůstové porostní kontrole (Lesnictví, 1960 — 11 stran).
19. Stanovení běžného přírůstu, přírůstový vzorník a jeho poloha v porostě (Sborník les. fakulty, 1961, č. 4 — 30 stran).
20. Hospodářská úprava lesů (heslo v Naučném slovníku lesnickém, 1959 — I. díl, s. 586-589).
21. Přírůst (heslo v NSL — II. díl, s. 1647-1652).
22. Tabulky (heslo v NSL — III. díl, s. 2082-2096).
23. Hospodářská úprava lesů (heslo v NSL — II. díl, s. 592-594).
24. Nové úkoly hospodářské úpravy lesů (Vyd. MZLVH, s. 19-31).
25. Správným hospodařením za splnění úkolů třetí pětiletky (Lesnictví, 1961, s. 219-220).
26. Vzrůstový proces lesních porostů a obecná přírůstová rovnice (Lesnictví, 1961, s. 231-256).
27. Dosavadní výsledky výzkumu stanovení běžného přírůstu lesních porostů. (Lesnictví, 1962, č. 1-2, s. 75-86).
28. Celostátní konference o podrobném hospodářství v Kostelci nad Č. lesy (Les. časopis, 1963, s. 263-266).
29. Základní teoretické problémy hospodářské úpravy lesů v podrobném hospodářství (Les. časopis, 1963, s. 313-328).
30. Přírůstový proces borovice a dubu (Sborník lesnické fakulty, 1963 — 27 stran).
31. Tabulky pro určování běžného přírůstu pro smrk, borovici, jedli, buk a dub (1965).
32. K problematice československých vzrůstových tabulek (Lesnický časopis, 1965, č. 10, s. 915-934).
33. Beitrag zur Lösung der Problematik des Zuwachspobestammes (Archiv für Forstwesen, 1965, č. 3, s. 305-311).
34. Postgraduální studium na našich vysokých školách (Lesnický časopis, 1966, č. 5, s. 8).
35. Jedlové výběrné lesy v Řecku (Tannenplanterwälder in Griechenland). Pnagiotidis, 1965, Les. časopis, 1966, s. 688-694.
36. Aplikace Fourierových řad při formulaci růstového procesu stejnověkých porostů (spolu s M. Mikanem). Sborník VLÚ, 1967, s. 3-32.
37. Růst stejnověkých porostů a Backmanova růstová teorie (Les. časopis, 1967, č. 10, s. 855-872).
38. Jubileum Dr. h. c. Ing. Jana Friče (Les. časopis, 1968, č. 2).
39. Problems of Enhancing Timber Produktion in Czechoslovak Forest Economy v knize Vyskot a kol.: How to increase Forest Productivity, 1968, s. 285-319).
40. Hospodářská úprava lesů — celostátní kolektivní učebnice (Doležal — Korf — Priesol, 1969, SZN, s. 30-134).
41. Prof. Ing. Dr. h. c. Vojtěch Kaisler — Sto let České vysoké školy technické v Praze 1869—1969 (Acta polytechnica, VI, 1, 1969, ČVUT).
42. K současným problémům hospodářské úpravy lesů (Lesnictví, 1969 s. 771-773).
43. Tendence vývoje hospodářských způsobů, s. 21-26 (v knize Hospodářské způsoby vysokokmenného lesa, Praha, 1971).
44. Základní problémy výzkumu hospodářské úpravy lesů v ČSSR (12 stran ve spise: Aspekty vedecko-technické revoluce v hospodářské úpravě lesů, Zvolen, 1971 — 12 stran).

45. Československé růstové tabulky (Lesnictví, 1971, s. 875-876).
46. Odvození celkové hmotové produkce lesních porostů (Lesnictví, 1971, s. 903-922).
47. Růstové funkce (kapitola v knize Vyskot a kol.: Základy růstu a produkce lesů, 1971, s. 279-301).
48. Dendrometrie — celostátní kolektivní vysokoškolská učebnice (SZN, 1972 — 365 stran).
49. Analysis and Patern of Foreststand Increment (Lesnictví, 1972, s. 565-604).
50. Die Forsteinrichtung und ihre Beziehung zur Rationalisierung der Produktion (Sborník VSLD, 1972, s. 96-111).
51. Diferenciální rovnice v růstové teorii (Sborník VLÚ, VŠZ, 17, 1974, s. 3-21).
52. Vymezení výškového růstového oboru pro smrkové růstové tabulky (Lesnictví, 1973, č. 10, s. 855-868).
53. Některé závislosti mezi přírůstem a základními taxačními veličinami (Lesnictví, 1974, č. 8, s. 697-716).
54. K metodickému postupu při konstrukci čs. růstových tabulek (Vědecké sympozium, Zvolen, 1974).
55. Vědecké práce Výzkumného ústavu lesného hospodářstva vo Zvolenu XVII, 1973 (Lesnictví, 1974, s. 951-953).
56. Forest Management in Czechoslovakia (Silvicultura tropica et subtropica, VŠZ Praha 4, 1976, s. 171-185).
57. Produkce lesů v lesnickém výzkumu (Lesnictví, 1975, č. 10, s. 827-830).
58. Významné výročí Střední lesnické technické školy v Hranicích (Lesnictví, 1977, č. 2, s. 53-64).
59. Biometrický význam plochy kambia a její vztahy k základním taxačním veličinám (Lesnictví, 1977, č. 10).
60. KORF, V. — ŠMELKO, Š.: Der laufende Zuwachs in der Forsteinrichtung und die Möglichkeiten seiner Ermittlung durch die Methode des Zuwachsprobestammes (Mitteilungen von der Versammlung des IUFRO — 1977, Zvolen, s. 117-131).

K řadě recenzí řadí se recenze k obsáhlejšími knihám z posledních let zejména:

Borowski M.: Przyrost drzew i drzewostanów, Warszawa 1974 (Lesnictví, 1975, s. 132-134).

Vyskot M.: Tree Story Biomass in Lowland Forest in South Moravia, ČSAV Praha 1976 (Lesnictví, 1977, č. 11).

Čermák Vl.: Hmotové tabulky pre dub. Bratislava 1976 (Lesnictví, 1977, č. 10).

Do Naučného slovníku zemědělského napsal prof. V. Korf několik obsáhlejších hesel týkajících se hospodářské úpravy lesů a biometrie (o růstu a růstových funkcích).

Kromě toho se aktivně zúčastnil příspěvky v řadě kolektivních souborných děl: např. v publikaci Vědecký lesnický ústav v Kostelci nad Č. l. (1967); Encyklopedie (Encykl. institut 1973); Jůva — Klečka — Zachar a kol.: Půdňi fond ČSSR, Bratislava (1975) aj.

Za posledních 20 roků byla oponována řada jeho závěrečných výzkumných zpráv (jen v 5. pětiletce 4 závěrečné zprávy, viz Přehled obhájených závěrečných zpráv v čs. lesnickém výzkumu. Lesnictví, 1977, č. 2, s. 132).

Z přehledu vyplývá záslužná činnost jubilanta a jeho stálá pracovní aktivita.

Prof. V. Korf pracuje mnoho let velmi činně také v redakční radě vědeckého časopisu Lesnictví.

Připojujeme se proto k četným gratulantům a přejeme prof. V. Korfovi další leta pracovní pohody a dobrého zdraví.

Prof. Dr. Ing. Miroslav Vyskot, DrSc.
člen korespondent ČSAV

PĚSTĚNÍ SMRKU V OBLASTI JAVOŘICE NA ČESKOMORAVSKÉ VRCHOVINĚ

M. Vyskot

VYSKOT, M. (Lesnická fakulta VŠZ, Brno). *Pěstění smrku v oblasti Javořice na Českomoravské vrchovině*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 677-700.

Jako modelovou oblast pro pěstění smrku lze uvést Českomoravskou vrchovinu, konkrétně LHC Javořice, LZ Telč o rozloze 8580 ha. Ve smrkových monokulturách druhé věkové třídy polesí Mrákotín odd. 710 a 711 jsme založili mezinárodní výzkumné plochy IUFRO se značnou redukcí stromového inventáře různého typu. Původní hustota až 300 000 jedinců na 1 ha byla postupně upravena na 2500 stromů. Jako biologický test stability působily kalamity v roce 1972 a 1974. Z uvedených populací byla zjišťována biomasa podle Mezinárodního biologického programu. Na 1 ha činí biomasa ve svěžím stavu objemově 136,139 m³, z toho hroubí 77,807 m³, hmotnostně je na 1 ha ve svěžím stavu 156,631 t a v sušině 87,247 t. Asimilační plocha 1 g jehličí je 28,3 cm². Asimilační plocha jehličí na 1 ha je 6,9 ha. Kalamitní těžby na LHC Javořice v roce 1972 činily 163 715 m³, v roce 1974 82 440 m³ a v roce 1976 70 000 m³. Kalamity vznikly většinou v důsledku silné námrazy a jižních větrů. Postiženy byly většinou smrkové monokultury, kdežto smíšené porosty s příměsí buku a modřínu kalamitě odolávaly. Výsledky ukazují, že nejvíce byly postiženy plochy s intenzivním zásahem do silných předrůstavých smrků. Celkově lze konstatovat, že smrkové porosty v oblasti Javořice mají dobrý genetický základ, ale v monokulturách nemohou obstát v konfliktu s prostředím. Proto se doporučuje zpevňovat smrkové porosty účastí hlubokokotvících dřevin jako je buk, modřín a jedle. Dále je třeba upravit vodní režim zamokřených lokalit a předmýtní porosty systematicky zpevňovat probírkami. Labilní porosty je třeba upravovat časově i prostorově tak, aby odolaly větru.

smrk; pěstění lesů; biomasa

V ČSSR je podle poslední celostátní inventarizace lesů z roku 1970 nejvíce zastoupenou dřevinou smrk ztepilý. V ČSR reprezentuje 56,03 % v zastoupení dřevin a v SSR 24,64 %. I v budoucí skladbě československých lesů bude význam smrku dominantní. V ČSR se programuje v rozloze 1 091 656 ha, což činí 42,52 % celkového zastoupení dřevin a v SSR v rozloze 296 296 ha, což představuje 16,22 %. Přehled celkového průměrného těžebního ročního etátu smrku vykazuje pro celé Československo 7 368 945 m³ hroubí bez kůry, což představuje 50,10 % celkového těžebního etátu. Smrk tedy je a zůstává i do budoucna hlavní dřevinou československých lesů. Je tomu tak pro jeho ekologickou plasticitu a ekonomickou všestrannost. Současně je však smrk nejvíce postihován abiotickými škodami a biotickými škůdci. Kombinované námrazové, sněhové a větrné kalamity jen na počátku roku 1976 reprezentují celostátní rozsah škod ve výši okolo 9 mil. m³, což představuje prakticky polovinu plánovaných ročních těžeb. Většina uvedených škod připadá právě na smrk.

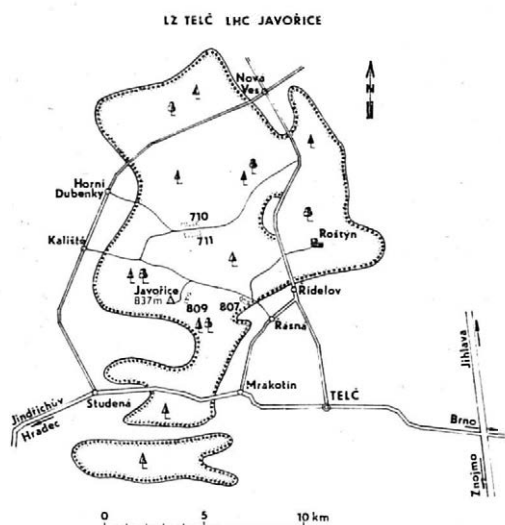
Z tohoto důvodu je třeba věnovat hospodaření ve smrkových po-

rostech prvořadou pozornost. Jako model oblasti vhodné pro pěstění smrku je možno uvést lesní hospodářský celek Javořice LZ Telč na Českomoravské vrchovině, který má značný produkční a společenský význam zejména z hlediska vodohospodářského a rekreačního.

CHARAKTERISTIKA OBLASTI

Jihlavské vrchy se dělí na dvě části, nižší jižní část a vyšší severní část. Jižní část s členitým reliéfem má charakter oblasti vysočinné (500 až 800 m n. m.) a dosahuje nejvyšší výšky vrchem Pivničky (760 m n. m.). Severní část, oddělená od předchozí mrákotínskou sníženinou, tvoří ucelený mírně zvlněný masív s horou Javořice (837 m), jenž má charakter nižší horské oblasti (700–1000 m n. m.).

Lesní fond v operativní správě LZ Telč tvoří dva lesní hospodářské celky, a to LHC Nová Říše – lesy ve stanovištní oblasti vysočinné, a LHC Javořice – lesy v nižší horské stanovištní oblasti. Masív Javořice má tvar kvádru omezeného na všech stranách výraznými svahy. Údolí jsou mírně vtisknuta do zvlněného reliéfu, široce rozevřená, převážně plochá s mokřinami a místy rašelišti. Rozloha LHC Javořice činí 8580 ha.



1. Celková situace objektu na Lesním závodě Telč, lesní hospodářský celek Javořice. — General situation of the object in the Forest Enterprise Telč, the Forest Estate Javořice

Území Jihlavských vrchů i celé Českomoravské vrchoviny je součástí moldanubika (vltavsko-dunajské části) Českého masívu a patří ke geologicky nejstarším územím Evropy. Je budováno převážně krystalinickými břidlicemi a vyvřelými horninami. Přibližně středem se rozprostírá těleso centrálního moldanubického plutonu, reprezentovaného muskoviticko-biotitickou žulou, které je lemováno nestejně širokým pásem rul. Hlavní složkou žuly a rul je křemen, živec a slídy.

Geologické podloží dalo vznik půdám písčitohlinitým až hlinitopísčitém, pomístně k povrchu kamenitým. Půdy jsou vesměs kypřé, dobře provzdušené, minerálně dobře zásobené. Celkově však mají nedostatek dvojmocných účinných bází CaO a Mg, stejně je nedostatek přístupného drasla. Na zaoblených vrcholech a svazích bývají rezivě lesní půdy, horské čokoládově hnědé lesní půdy, podzoly a humusové podzoly. Jsou charakterizovány velmi příznivou celoroční vlhkostí, dobrou pórovitostí, kypřostí, dokonalou provzdušeností a propustností pro vzduch i vodu. V terénních sníženinách a údolích na hlinitém a jílovitém podloží bývají střední až výrazné podzoly ve spodině silně oglejené. Jsou slehlé, neprovzdušené, se střídavou vlhkostí, humifikace je zhoršena a probíhá formou

hromadění povrchového surového humusu, jehož kyselé složky prosakují do spodin.

O klimatických poměrech podávají informaci přepočtené údaje z nejbližších meteorologických stanic v Řídelově (636 m n. m.) a v Počátkách (605 m n. m.) za období 50 let:

průměrná vzdušná roční teplota činí 4,5 °C;

nejstudenější měsíc — leden s průměrnou teplotou -3,9 °C;

nejteplejší měsíc — červenec s průměrnou teplotou +15,5 °C;

délka vegetačního období 130 dnů s trváním od 11. 5. do 21. 9., mrazivých dnů s teplotou pod -0,1 °C je 140;

průměrné množství ročních atmosférických srážek je 950 mm, z nichž asi 60 % spadne ve vegetačním období;

nejdešivější měsíc je červenec, nejméně srážek je v březnu, průměrný počet dnů se sněhovou pokrývkou (nejméně 10 cm) je cca 85 dnů;

první sníh se dostavuje okolo 11. 11., poslední do 11. 4.;

maximální sněhová pokrývka se pohybuje okolo 40 cm;

ve vzdušném proudění převládají v létě větry západní, které mohou být nebezpečné za deštětrvajících a srážkově vydatných dešťů v červnu až srpnu, koncem podzimu a začátkem zimy jsou nejčastější větry jihovýchodní, které při klesajících vzdušných teplotách a zvýšené vzdušné vlhkosti způsobují tvoření nebezpečné ledové námrazy, jejímž důsledkem jsou vrcholové zlomy nejen jednotlivě nebo ve skupinách, ale celých porostů.

LHC Javořice náleží podle uvedených klimaticko-vegetačních faktorů převážně do 6. smrko-bukového stupně ovlivněného chladným a vlhkým klimatem Severního moře, pouze okrajové části hlavně v polesí Řídelov patří do 5. jedlo-bukového stupně.

K uvedení vegetační charakteristiky LHC Javořice je třeba uvést, že synusie podrostu se vyznačuje chudostí bylinných druhů. Převládají většinou traviny, které snášejí silnější vrstvu surového humusu, jako metlice křivolaká (*Deschampsia flexuosa*), třtina chloupkatá (*Calamagrostis villosa*), t. rákosovitá (*C. arundinacea*), bika hajní (*Luzula nemorosa*), b. chlupatá (*L. pilosa*), ostřice kulkonosná (*Carex pilulifera*) a v nižších polohách bývá dominantou borůvka (*Vaccinium myrtillus*).

Převážná část území LHC Javořice je proto zařazena do skupiny lesních typů *Fagetum abietino-piceosum*, jedlo-smrková bučina, jejichž označení vyjadřuje původnost druhové skladby, která však hospodařením člověka doznala změny ve prospěch zastoupení smrku na úkor buku a jedle.

Původní dřevinná skladba byla tvořena bukem, jedlí a smrkem s rozdílným zastoupením. Diferenciačním faktorem byly různé půdní typy, rozdíly v nadmořských a terénních výškách a terénní expozice. Ve vyšších polohách převládal smrk s příměsí jedle a buku, v nižších polohách nebo na teplejších stanovištích dosahoval buk vyššího zastoupení až dominance. Vtroušeně se vyskytovaly ostatní původní dřeviny — klen, jeřáb a bříza pyřitá.

Za vhodný rámcový návrh druhové skladby hospodářských porostů v této skupině lesních typů se považuje: sm 5-8, jd 1-3, bk 1-3, md 0-1, příměs klenu, v nižších polohách též bo 0-2.

V současné době tvoří z celkového zastoupení dřevin jehličnany 93,6 % a listnáče 6,4 %. Z jehličnanů má největší zastoupení smrk 88 %. V listnatých dřevinách převládá buk a bříza.

Dominantou lesů Javořice je tedy smrk, zakládáný a pěstěný ve stejnorodých a stejnověkových porostech — monokulturách, často již ve třetí

generaci. Kladem je, že se většinou zachoval původní genofond kvalitního vzrůstného smrku s významným podílem ekotypu s rezonančním dřívím. Nedostatkem však je, že monokultury smrku jsou málo odolné a snadno podléhají kalamitám.

Projevilo se to velmi markantně v posledních letech, kdy byly smrkové monokultury značně zdecimovány, zatímco smíšené porosty smrku s bukem, jedlím, klenem a modřínem v kalamitách obstály.

Jako příklad může sloužit bývalá Roštýnská obora, která byla zřízena kolem hradu Roštýna.

ROŠTÝNSKÁ OBORA

Českomoravská vrchovina byla poměrně pozdě osídlena. Podle nepodložených zpráv bylo Telečsko osídlováno ve 12. století. První historicky zaručená zpráva o Telči pochází z roku 1283. O hradu Roštýně je poprvé zmínka v roce 1353. Patřil k telečskému panství pánů z Hradce, kteří na Roštýnu měli své purkrabí.

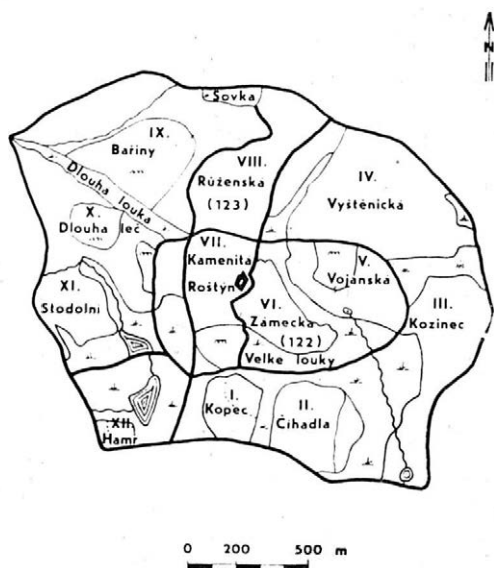
Kolem hradu Roštýna byla zřízena obora, díky které se nám dodnes zachoval vzácný komplex původních bučin. Kdy obora vznikla, není přesně známo. První zprávy o ní jsou v urbáři Zachariáše z Hradce z let 1580. V Roštýnské oboře byly chovány různé druhy zvěře. Podle historických pramenů to byli v 16. století jeleni a mufloni, v 17. století jeleni, v 18. století jeleni, daňci, černá a mufloni (asi do roku 1770), v 19. století daňci (v roce 1857 byl stav 300 ks), černá v letech 1878–1893, jeleni v letech 1867–1878; ve 20. stol zvěř daňčí (stav v roce 1912 byl 160 kusů). Obora měla rozlohu 288 ha a hrad ležel v jejím středu. Obora existovala až do konce roku 1934, kdy byla část plotu zrušena a daňčí zvěř vypuštěna do okolních lesů, kde žije se zvěří srnčí i nyní. V oborách, kde byla prvořadá myslivost, se nám uchovaly příklady lesních porostů s přibližně původní skladbou. Koncem 18. století nebylo ještě pasečeno na holo. Bylo těženo toulavou sečí, při níž byly těženy stromy nejtlustší a dobré kvality. Proředěné porosty se obnovovaly přirozeně a nové porosty byly věkově značně diferencovány. Užívaly se také maloplošné seče s ponecháním semenných výstavků. Byly těženy jehličnaté porosty v jižní části obory (místní název Kozinec, Čihadla, Zámecká) a staré bučiny zůstaly, kromě výběru jednotlivých kmenů, do konce 19. století téměř nedotčeny. Semenné výstavky dosahovaly značných rozměrů. Tak např. záznamy z let 1902 až 1911 uvádějí výšku bukových výstavků 26 m a výčetní tloušťku 42–96 cm, výšku smrků 40 m a výčetní tloušťku 42–106 cm. Poměr zastoupení dřevin podle hmoty činil v roce 1786 u buku 76 % a u smrku 24 %. Jedle byla vtroušena jen v několika porostech. V roce 1911 činilo zastoupení buku 59 % a smrku 41 %. Nejstarší buky dosahují nyní přes 300 roků věku; nejtlustší se nacházely v oddělení s názvem Růženská. Náklady na obnovu byly značně vysoké, protože všechny kultury a obnovované části porostů musely být oplocovány proti zvěři. Začátkem 20. století byly v oboře vysazovány také introdukované dřeviny, jako estetické prvky kolem cest i jako produkční příměs do porostů. Jedle byla vysazována ve značném množství, má však dnes malé zastoupení. Z exot se zaváděl smrk bílý, smrk sitka, smrk stříbřitý, vejmutovka, duglaska, jedle balzámová a další.

V porostech obory jsou autochtonní hospodářské dřeviny buk, smrk, jedle, olše lepkavá a klen. Příměs jehličnatých dřevin byla v minulosti podstatně vyšší než je dnes. Zvěř v oboře poškozovala jehličnany a ovlivnila porostní skladbu více než člověk svými těžebními zásahy.

Nejstarší bučina je v části obory zvané Růženská (dříve odd. 123a). Po ní následuje porost 122i v části Zámecká, na jihovýchodním balvanitém svahu pod roštýnským hradem se spádem 15–20°. Věk porostu je 150 až 220 roků. Žulové balvany jsou z části pokryty humusem. Kořeny kotví v mělké půdě mezi balvany. Dřevinnou skladbu tvoří buk 70 %, klen 20 % a smrk 10 %. Těženo bylo vždy pouze jednotlivým výběrem. Jasan, který roste u hradu, nebyl v původním porostu zastoupen. Zásoba se odhaduje na 400 m³ na 1 ha. Plocha patří do bukové javořiny (*Fageto-Aceretum*), lesní typ *Mercurialis-Lamium galeobdolon*.

S uvedenými příklady původních smíšených porostů značně kontrastují smrkové monokultury, v nichž jsme pro exaktní šetření založili sérii dlouhodobých výzkumných ploch. Některé z nich uvádíme v dalších statích.

ROŠTÝN 1786



2. Lesy Roštýnské obory podle rozdělení z roku 1786. — Forests in the "Roštýnská" game preserve according to classification from 1786

MEZINÁRODNÍ VÝZKUMNÁ PLOCHA IUFRO, POLESÍ MRÁKOTÍN, ODD. 710, 711

Základní údaje o výzkumné ploše: LZ Telč, LHC Javořice, polesí Mrákotín, porosty 710a1, 710a2, 711a1, k. ú. Horní Dubénky.

Zeměpisné souřadnice: 15°22' v. d., 49°14' s. š.

Výzkumná plocha založena podle mezinárodní metodiky IUFRO.

Výměra výzkumné plochy:

711a1 — 250 × 105 m — 2,6250 ha povinné dílce

710a1 — 100 × 105 m

— 3,1500 ha fakultativní dílce včetně izolačních pruhů

710a2 — 50 × 420 m

Nadmořská výška: 730–740 m.

Expozice: JZ — J — JV.

Terén: rovina až mírný sklon do 5 ‰.

Geologický podklad: dvojslídňá mrákotínská žula.

Půda: hlinitopísčité s příměsí štěrku.

Průměrná roční teplota: 6,4 °C, průměrné roční srážky 714 mm (stanice v Řídelově).

Typologické zařazení: *Fagetum abietino-piceosum*, smrko-jedlová bučina s ostřicí kulkonosnou a kapradí osténkatou.

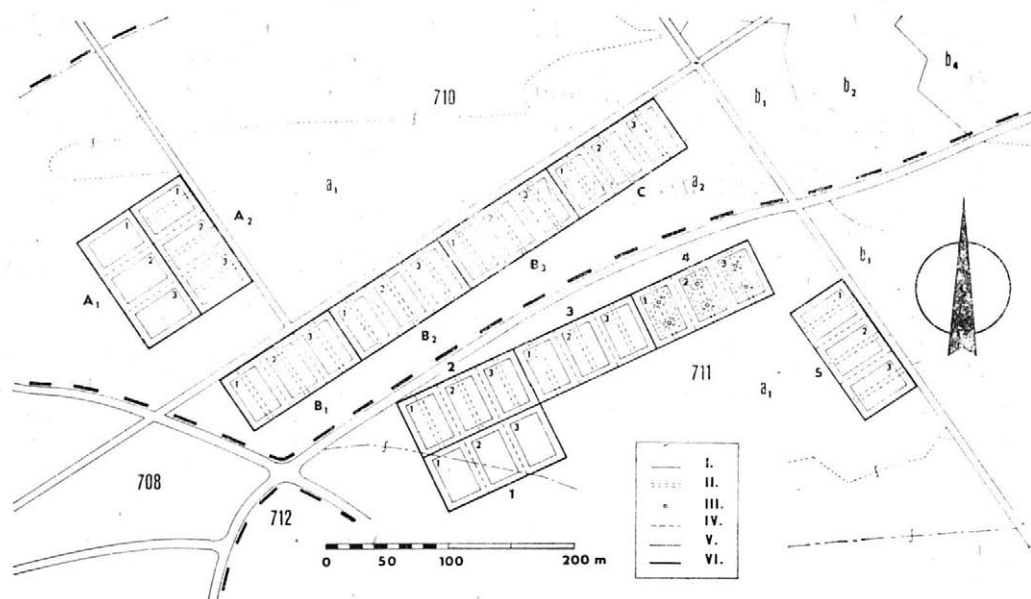
Výměry a věk porostů v roce založení 1971: 710a₁ — 9,32 ha — 19 roků; 710a₂ — 4,10 ha — 20 roků; 711a₁ — 5,20 ha — 19 roků.

Zastoupení dřevin: sm 10, md, bo, bř.

V rámci sekce IUFRO, věnované technice pěstění lesů, byla ustavena pracovní skupina, která se zabývá problematikou probírek v evropských smrkových porostech. Tato skupina vypracovala metodiku, jež se snaží skloubit přírodovědné základy redukce počtu stromů v probírkách s vhodnými technickými prostředky.

Cílem je zkoumat přírůst, kvalitu dřeva a plynulost produkce smrku, když brzy a během několika málo koncentrovaných zásahů nastane schematická redukce počtu stromů, která má umožnit rozsáhlou mechanizaci těžby dřeva a vyhovuje tržním požadavkům zaměřeným na sortimenty.

LZ TELČ, MRÁKOTÍN - IUFRO

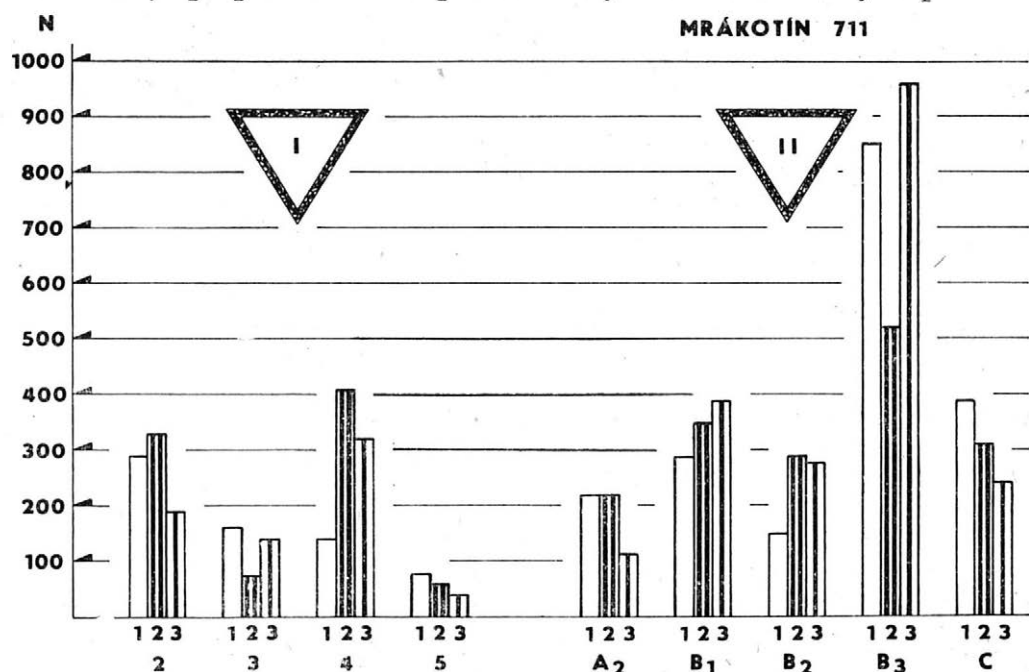


3. Rozmístění výzkumných ploch IUFRO: I — výzkumný dílec, II — přibližovací linka, III — operační bod, IV — izolační pruh, V — zjištění h₀, VI — hranice skupiny. — Distribution of IUFRO trial plots: I — trial subcompartment, II — skidding line, III — operational point, IV — isolation strip, V — finding h₀, VI — border of the group

Výzkumné plochy, které jsme založili v roce 1970–1971, se dělí na dvě série ploch povinných a fakultativních. Celkovou výzkumnou plochu tvoří 33 obdélníků o úhrnné rozloze 5,775 ha, která je obklopena izolačními pruhy. Každá plocha velikosti 105 × 50 m včetně izolačních pásů je rozdělena na 3 pokusné dílce 35 × 50 m, bez izolačních pásů má každý dílec rozměr 25 × 40 m, tj. 0,10 ha.

Pro započítání rozdílných probírek bylo nutno redukovat počet stromů v jednotlivých dílcích na 2500 na 1 ha. Porosty vznikly převážně přirozenou obnovou. Výchozí stav hustoty porostů byl přes 100 000 jedinců na

1 ha, takže redukce činila značné obtíže. Vzhledem k tomu se jevil původní záměr z hlediska stability porostu příliš schematický a riskantní. Proto bylo vytyčeno kromě povinné plochy dalších 6 ploch fakultativních, na nichž je proponována komparace různých druhů klasických probírek.



4. Počet smrků poškozených námrazou 1974: I — povinné plochy, II — fakultativní plochy, 1—3 srovnávací dílce. — Number of spruces damaged by frost in 1974: I — obligatory areas, II — facultative areas, 1—3 — comparative subcompartments

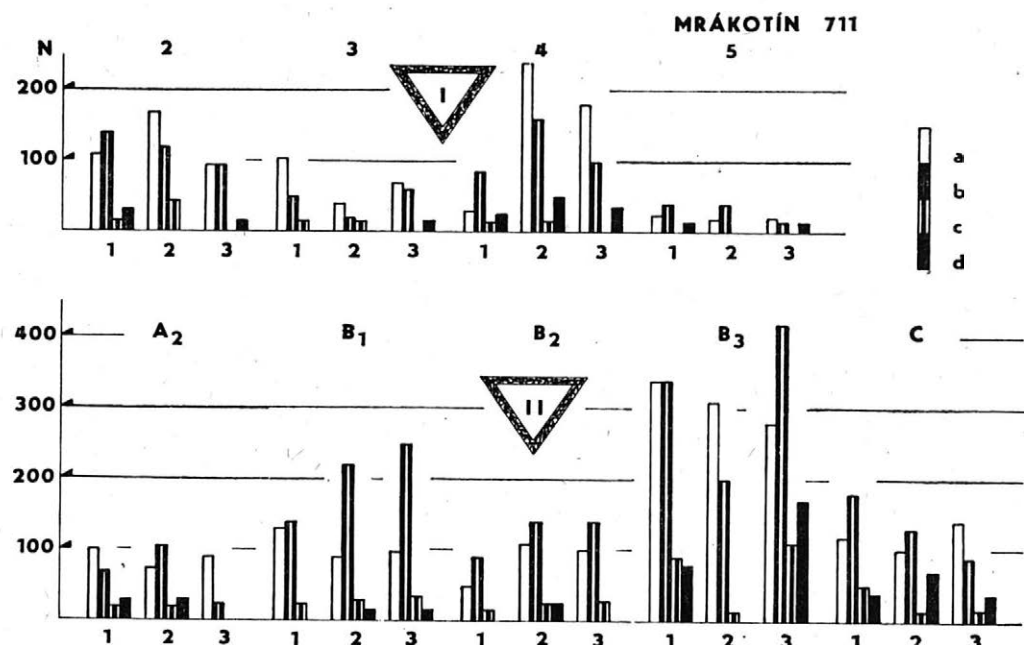
Na povinných plochách počítá výzkumný program se dvěma různými stupni mechanizace probírek. První stupeň je částečně mechanizovaná těžba a druhý stupeň je plně mechanizovaná těžba. Částečně mechanizovanou těžbu představuje kácení jednomužnou motorovou pilou. Do dílců jsou vloženy přibližovací linky, které jsou od sebe vzdáleny 25 m a šířka těchto linek je 2,5 m. Při plně mechanizované těžbě (plocha 4) se předpokládá nasazení probírkových těžebních strojů, které strom skácejí a na místě zpracují. Vzdálenost přibližovacích linek je opět 25 m a jejich šířka je zvětšena na 5 m. Povinné plochy mají označení 1, 2, 3, 4, 5. Plocha 1 je kontrolní.

Fakultativní pokusné plochy s označením A₁, A₂, B₁, B₂, B₃ a C jsou stejných rozměrů jako plochy povinné a jsou rozlišeny tak, že plocha A₁ je kontrolní bez redukce stromů, kdežto ostatní plochy slouží jako experimentální základ pro probírku podúrovňovou stupně B-mírnou, stupně C-silnou, probírku Borggreve-Voropanov a konečně probírku pozitivním výběrem s vyhledáváním nadějných stromů a péčí o ně.

Redukce na základní počet 2500 stromů na 1 ha byla poměrně ostrá, takže budila obavy o stabilitu porostů. K tomu přistupoval nedostatek pracovních sil, obtíže s vyklizením vytěžené hmoty a neprodejnost tenkého materiálu. Proto z nezbytnosti došlo ke kombinaci mechanické pro-

bírky s probírkami chemickými, nejdříve pomocí arboricidu Silvisar a později Tordon.

Výzkumný objekt byl postižen kalamitními námrazami v roce 1972 a 1974. Tyto přírodní kalamity nám sloužily jako testy stability porostů při rozdílných zásazích. Nejvíce utrpěly předrůstavé volně stojící smrky, u nichž docházelo ke zlomům koruny. Z nejvyšších tloušťkových tříd nad 16 cm bylo poškozeno přes 90 % jedinců. Velké rozdíly byly mezi mechanickou a chemickou probírkou. Při mechanické probírce bylo poškozeno skoro 40 % smrků, zatímco při chemické probírce pouze 16 %.



5. Četnost smrků podle poškození koruny v roce 1974: I — povinné plochy, II — fakultativní plochy, 1–3 srovnávací dílce, a) poškozena 1/3 koruny, b) poškozeno 2/3 koruny, c) poškozeno více jak 2/3 koruny, d) bez koruny (zlomena). — Spruce frequency according to the tree crown damage in 1974: I — obligatory areas, II — facultative areas, 1–3 — comparative subcompartments, a) 1/3 of the tree crown is damaged, b) 2/3 of the tree crown are damaged, c) more than 2/3 of the tree crown are damaged, d) without the tree crown (broken)

Na základě mezinárodní metodiky, vycházející z horní porostní výšky, byl v roce 1974 chemicky redukován další počet stromů. Ukázalo se, že tato redukce v daném vývojovém stadiu porostu je příliš intenzivní a rychlá, takže na některých dílcích klesá zakmenění až na 0,3. I když smrk má velkou regenerační schopnost, rychlá redukce a námrazy ho natolik ohrožují, že je nebezpečí rozvrácení ploch. Proto příští zásahy budou realizovány později, v našem případě při horní porostní výšce o 3 až 4 m vyšší, než udává mezinárodní metodika IUFRO.

Uvedené výzkumné plochy byly také objektem destruktivní analýzy juvenilní populace smrku v rámci Mezinárodního biologického programu (International Biological Programme — IBP).

Kategorie smrků	I. předrůstavé			II. úrovňové			III. podúrovňové			Celkem
	min.	Ø	max.	min.	Ø	max.	min.	Ø	max.	Ø
Dosažená hodnota										
Počet stromů na 1 ha		246			2036			218		2500
Věk	22	24	25	22	24	26	19	23	25	24
Tloušťka v $d_{1,3}$ cm	16,1	17,5	18,8	8,1	8,4	8,7	5,1	5,5	5,9	9,0
Šířka letokruhů mm	4,0	4,1	4,4	1,8	2,8	1,9	1,1	1,3	1,5	2,0
Výška m	12,1	13,0	13,6	8,4	9,5	10,1	5,9	7,2	8,2	9,6
Objem celkový m ³	0,173	0,209	0,232	0,030	0,033	0,038	0,008	0,012	0,013	0,048
hroubí m ³	0,129	0,164	0,185	0,017	0,018	0,020	0,002	0,002	0,002	0,031
Délka koruny m	6,1	9,0	11,5	4,0	5,3	6,4	2,0	3,2	3,7	5,5
Šířka koruny m	1,6	3,1	4,0	1,8	2,0	2,4	1,6	1,8	2,5	2,1
Plocha koruny m ²	2,0	8,2	12,6	2,6	3,2	4,6	2,0	2,9	4,9	3,7
Hmotnost nadzemní biomasy kg										
v čerstvém stavu	217,9	254,8	302,5	33,9	37,7	41,5	10,3	12,5	14,9	56,9
v sušině	115,5	138,1	161,4	19,1	21,4	24,2	6,3	7,4	8,5	31,7
Asimilační plocha 1 g jehličí cm ²	27,7	30,0	31,3	28,2	29,3	30,1	27,3	27,9	28,4	29,2
Přepočet na 1 ha										
Objem celkový m ³		51,414			67,188			2,616		121,218
hroubí m ³		40,344			36,648			0,436		77,428
Hmotnost nadzemní biomasy										
v čerstvém stavu t		62,684			76,736			2,734		142,154
z toho jehličí		12,673			10,139			0,336		23,148
prýty		3,502			4,753			0,195		8,450
větve		8,073			6,527			0,396		14,996
kmeny		38,436			55,317			1,807		95,566
v sušině t		33,964			43,568			1,619		79,151
z toho jehličí		4,928			4,831			0,168		9,927
prýty		2,355			3,402			0,119		5,906
větve		5,442			5,069			0,327		10,838
kmeny		21,239			30,266			0,975		52,480
Asimilační plocha jehličí v ha na 1 ha		3,8019			2,9717			0,0939		6,8675

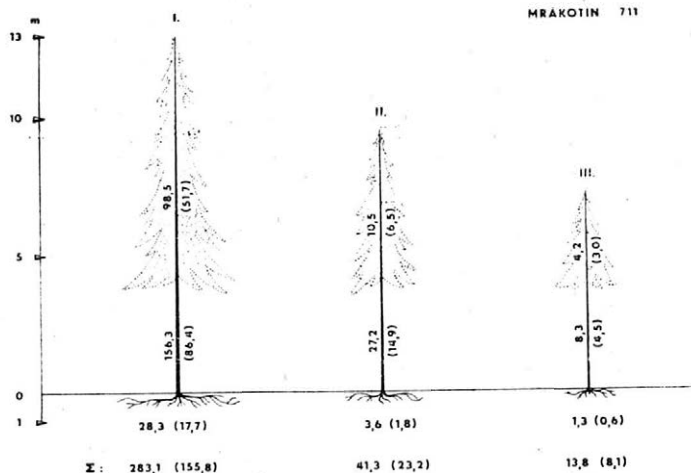
DESTRUKTIVNÍ ANALÝZA NADZEMNÍ A PODZEMNÍ BIOMASY SMRKU ZTEPILÉHO

Za účelem výzkumu nadzemní biomasy stromového patra byla koncem roku 1971 a počátkem roku 1972 realizována na LZ Telč, nyníjší polesí Mrákotín, dříve Kalistě, porost 711a1, destruktivní analýza části stromového patra. Při analýze bylo použito metodiky Molčanová-Smirnova (1966) a Vyskots (1972) doplněné o poznatky získané z předchozí destruktivní analýzy biomasy jedle bělokoré (*Abies alba* Mill.). Pro výpočet celkové biomasy stromového patra bylo použito výsledků zjištěných analýzou 15 vzorníkových smrků. Jejich výběr byl veden tak, aby skutečné rozměry a klasifikace odpovídaly průměrným výpočtovým hodnotám. Vzorníky č. 1–5 reprezentují stromy předrůstavé, vzorníky č. 6–10 stromy úrovňové a vzorníky č. 11–15 stromy podúrovňové. Měření bylo konáno v době vegetačního klidu.

Věk zkoumaných smrků se pohyboval od 19 do 26 roků. Průměrný věk dominantních stromů dosahoval 24 roků, úrovňových 24 roků a podúrovňových 23 roků.

Výčetní tloušťka dominantních stromů dosahovala hodnot 16,1 až 18,8 cm. Největší průměrná šířka letokruhu byla zjištěna u vzorníku č. 3 a dosahovala 4,4 mm. Vypočtená průměrná výčetní tloušťka dominantních stromů dosahovala 17,5 cm při vypočtené průměrné šířce letokruhů 4,1 mm.

U stromů úrovňových dosahovala výčetní tloušťka nejmenší hodnoty 8,1 cm při nejmenší průměrné šířce letokruhů 1,8 mm, největší výčetní tloušťka činila 8,7 cm při tloušťce letokruhů 1,9 mm. Průměrná vypočtená výčetní tloušťka činila 8,4 cm a šířka letokruhu 1,8 mm. Z uvedeného je tedy patrný značný tloušťkový rozdíl mezi vzorníky kategorie stromů předrůstavých a úrovňových.



6. Průměrná hmotnost koruny, kmene a kořenů v kg ve svěžím stavu a v sušině (údaj v závorkách) vzorníků smrků podle kategorií: I – předrůstavé smrky, II – úrovňové smrky, III – zastíněné smrky. – The average weight of the tree crown, stem and roots in kg in a fresh condition and in dry matter (datum in brackets) of a spruce sample tree according to categories: I – dominant spruces, II – codominant spruces, III – shaded spruces

Stromy podúrovňové dosahovaly dimenze výčetních průměrů v rozmezí 5,1 až 5,9 cm. Průměrná výčetní tloušťka činila 5,5 cm při šířce letokruhu 1,3 mm.

Dominantní stromy dosahovaly průměrné výšky 13,0 m při vypočtené průměrné délce koruny 9,00 m a její šířce 3,12 m. Stromy úrovňové vykazo-

valy průměrnou výšku 9,5 m při délce koruny 5,3 m a šířce 2,00 m. Výška stromů podúrovňových činila 7,2 m, délka koruny 3,2 m a šířka koruny 1,8 m.

Průměrná plocha koruny dosahovala u stromů nadúrovňových 8,2 m², úrovňových 3,2 m² a podúrovňových 2,9 m².

Souhrnné výsledky analýzy nadzemní biomasy smrku ukazují, že průměrný předrůstavý smrk ve věku 24 let vážil ve stavu svěžím 254,813 kg a v sušině 138,066 kg. Kmen se na této biomase podílel 61,32 %, což představuje 156,244 kg. Z ostatních komponentů vážilo jehličí 51,515 kg, prýty 14,236 kg a větve 32,818 kg.

Střední vzorník podúrovňového smrku vážil za syrova 12,543 kg, což představuje 4,92 % hmotnosti vzorníku předrůstavého. Suchý stav činil 7,429 kg. Na kmen připadá v čerstvém stavu 66,11 %, což představuje 8,293 kg. Zelené jehličí vážilo 1,540 kg a v suchém stavu 0,772 kg. Prýty vážily ve stavu čerstvém 0,895 kg a ve stavu suchém 0,682 kg, syrové větve 1,815 kg a v sušině 1,502 kg.

Vzorník úrovňový dosahoval střední hodnoty 37,690 kg ve stavu svěžím, což představuje 14,79 % hmotnosti vzorníku předrůstavého. V sušině dosahoval hodnoty 21,398 kg. Jeho kmen vážil 27,169 kg za syrova. Jehličí dosahovalo průměrné hmotnosti 4,980 kg, prýty 2,334 kg a větve 3,206 kg ve stavu svěžím. V sušině větve vážily 2,499 kg, prýty 1,671 kg a jehličí 2,373 kg.

Při použití průměrné hmotnostní jednotky pro plochu bylo zjištěno, že průměrný dominantní strom má plochu 154,5 m², úrovňový 14,6 m² a podúrovňový 4,3 m². Při přepočtu všech tří kategorií na 1 ha představuje plocha jehličí 6,87 ha. Na tomto kvantitativním údaje se podílejí nejvíce stromy předrůstavé. Jejich asimilační plocha činí 3,8 ha.

Z přepočtení biomasy smrku na 1 ha vyplývá, že jedinci dominantní na 1 ha plochy dosahují hmotnosti 62,684 t v čerstvém stavu a 33,964 t v sušině. Kmeny jedinců této kategorie váží 38,436 t za syrova a 21,239 t v sušině. Jehličí u stromů dominantních váží na 1 ha 12,673 t za syrova a 4,928 t v sušině. Prýty mají ve svěžím stavu hmotnost 3,502 t a 2,355 t v sušině a větve ve stavu svěžím 8,073 t a 5,442 t v sušině.

Stromy podúrovňové dosahují na 1 ha celkové hmotnosti ve stavu svěžím 2,734 t a 1,619 t v sušině.

Biomasa stromů úrovňových činila na 1 ha v čerstvém stavu 76,736 t a v sušině 43,568 t. Kmeny vážily 55,317 t za syrova a 30,266 t v sušině. Jehličí participovalo 10,139 t v čerstvém stavu a 4,831 t v sušině. Prýty dosahovaly hodnoty 4,753 t a větve 6,527 t za syrova. V sušině hmota prýtů činila 3,402 t a větví 5,069 t.

Z uvedených údajů tedy plyne, že celková hmotnost nadzemní biomasy smrku v třetím věkovém stupni činí 142,154 t na ha ve svěžím stavu a 79,151 t na ha v sušině.

Porovnáním produkce v objemových jednotkách vyjádřených v m³ zjišťujeme, že na předrůstavé stromy z celkového počtu 2500 stromů na 1 ha připadalo 246 stromů, což činí 51,315 m³ celkového objemu s kůrou, z toho hmota hroubí dosahuje 40,244 m³ a nehroubí 11,081 m³. Zastíněné stromy v počtu 218 na 1 ha představují objem 2,519 m³, z toho hroubí činí 0,393 m³ a nehroubí 2,126 m³. Stromů úrovňových je na 1 ha 2036 a dosahují objemu 67,369 m³, z toho hmota hroubí činí 37,180 m³ a nehroubí 29,189 m³. Celkový objem dosahuje na 1 ha 120,203 m³, z toho objem hrou-

II. Hlavní údaje pro smrk IBP Mrákotín 711a1 – podzemní biomasa. – Main data for spruce IBP Mrákotín 711a1 – the underground biomass

Kategorie smrků	I. předrůstavé			II. úrovňové			III. podúrovňové			Celkem
	min.	Ø	max.	min.	Ø	max.	min.	Ø	max.	Ø
Dosažená hodnota										
Počet stromů na 1 ha		246			2036			218		2500
Věk	22	24	25	22	24	26	19	23	25	24
Průměr pařezu v m	0,245	0,314	0,375	0,116	0,122	0,128	0,072	0,082	0,094	0,137
Šířka kořenů v m	4,1	4,7	5,2	2,1	3,0	4,0	2,0	2,1	2,2	3,1
Maximální hloubka kořenů v m	0,50	0,56	0,65	0,35	0,44	0,50	0,30	0,34	0,40	0,45
Objem v m ³	0,019	0,030	0,039	0,002	0,004	0,006	0,001	0,001	0,002	0,006
Hmotnost v čerstvém stavu kg	24,3	28,3	34,1	1,6	3,5	5,5	1,1	1,3	1,5	5,7
Hmotnost v sušině kg	15,0	17,7	20,3	0,9	1,8	2,8	0,5	0,6	0,7	3,3
Přepočet na 1 ha										
Objem v m ³	4,674	7,380	9,594	4,072	8,144	12,216	0,218	0,218	0,436	15,742
Hmotnost v čerstvém stavu t	5,978	6,962	8,389	3,258	7,126	11,198	0,240	0,283	0,327	14,371
Hmotnost v sušině t	3,690	4,354	4,994	1,832	3,665	5,701	0,109	0,131	0,153	8,150

bí činí 77,807 m³ a nehroubí 42,396 m³ při průměrném objemu středního kinene u předrůstavých stromů 0,209 m³, podúrovňových 0,012 m³ a úrovňových 0,033 m³.

Podzemní biomasa vzorníku předrůstavého smrku činí 28,317 kg. Z toho na pařez připadá 12,305 kg, tj. 43,45 %. Hmotnost biomasy kořenů tohoto vzorníku rostoucích do hloubky 20 cm je v čerstvém stavu 12,931 kg, tj. 45,66 %. V hloubce od 21 do 40 cm dosahuje biomasa kořenů 2,461 kg, tj. 8,72 % a ve vrstvě 41–60 cm 0,620 kg, tj. 2,17 %. V sušině činí podzemní biomasa předrůstavého smrku 17,688 kg, což představuje 62,46 % svěžího stavu. Hmotnost pařezu v sušině činí 8,414 kg.

Hmotnost podzemní biomasy průměrného úrovňového smrku je 3,553 kg za syrova a 1,771 kg v sušině. Na pařez z toho připadá 1,359 kg ve svěžím stavu a 0,704 kg v sušině. Jednotlivé frakce participují na celkové biomase kořenového systému ve stavu svěžím v těchto podílech: pařez 38,16 %, kořeny do hloubky 20 cm 40,42 % a do hloubky 21–40 cm 21,42 %.

Průměrný podúrovňový smrk má svěží hmotnost podzemní biomasy 1,277 kg. Pařez dosahuje průměrné hmotnosti 0,564 kg, kořeny do hloubky 20 cm 0,643 kg a kořeny od 21 do 40 cm 0,070 kg. V sušině podzemní biomasa činí 0,648 kg, z čehož na pařez připadá 0,285 kg.

Průměrný objem podzemní biomasy činí u stromů předrůstavých 0,030 m³, úrovňových 0,004 m³ a podúrovňových 0,001 m³. Průměrná objemová hmotnost celkové podzemní biomasy ve stavu svěžím dosahuje u stromů předrůstavých 0,948 g · cm⁻³, úrovňových 0,873 g · cm⁻³ a podúrovňových 0,921 g · cm⁻³.

Maximální hloubka kořenů dominantních smrků činila v průměru 56 cm, úrovňových 44 cm a podúrovňových 34 cm.

Maximální dosah horizontálních kořenů byl v průměru u předrůstavých stromů ve směru severním 2,52 m, východním 2,47 m, jižním 2,21 m a západním 3,13 m. U kategorie stromů úrovňových dosahovaly kořeny v kvadrantu severním 1,2 m, východním 1,7 m, jižním 0,8 m a západním 1,6 m vzdálenosti od středu pařezu. Kořeny stromů podúrovňových vykazovaly vzdálenosti ve směru severním 0,70 m, východním 0,60 m, jižním 0,80 m a západním 1,6 m.

Největší dosažená hloubka kořenů činila 65 cm (vzorník č. 4) a nejmenší nepřesahovala 30 cm (vzorník č. 14). Největší maximální dosah horizontálních kořenů byl změřen v západním kvadrantu a činil 3 m (vzorník č. 5). Nejmenší dosah kořenů u stromu č. 11 v jižním kvadrantu činil 0,69 m.

Z rozboru vyplývá, že ve stavu svěžím při přepočtu na 1 ha představuje hmotnostní množství podzemní biomasy u stromů předrůstavých 6,966 t hmoty, což je 10,00 % z celkové nadzemní a podzemní biomasy dominantních stromů. Stromy úrovňové dosahují 7,234 t, což činí 8,62 % celkové biomasy této kategorie. U stromů podúrovňových bylo dosaženo 0,277 t (tj. 9,20 %). Podzemní biomasa představuje na 1 ha ve svěžím stavu hmotnost 14,477 t, což reprezentuje 9,24 % celkové biomasy porostu. Celková podzemní biomasa v sušině na 1 ha dosahuje 8,096 t.

Objem podzemní biomasy na 1 ha představuje 15,936 m³.

Porovnáním údajů jednotlivých kategorií půdních vrstev a světových stran zjišťujeme největší hmotnostní podíl u stromů úrovňových, což je dáno počtem jedinců v této kategorii.

V půdních vrstvách je hmotnostně nejvíce zastoupena biomasa kořenů do hloubky 20 cm a v kvadrantech je největší podíl v severní a západní části. Obdobně je tomu i objemově. Největší podíl biomasy kořenů v severním kvadrantu byl zjištěn i u kořenů jedle bělokoré (*Abies alba*) z plesí Olomoučany analyzované v roce 1971 a smrku ztepilého (*Picea excelsa*) z plesí Rájec analyzovaného roku 1972.

Systém kořenových náběhů byl vytvořen pouze u kategorie stromů předrůstavých a částečně u stromů úrovnových. Biomasa kořenů je na 1 ha reprezentována kořeny tloušťky do 0,1 cm 0,053 t, tj. 0,37 % z celkového množství. Kořeny tloušťky 0,1 až 2,0 cm mají na 1 ha 1,805 t (12,47 %), tloušťky nad 2 cm 4,466 t (30,85 %), kořenové náběhy 2,132 t (14,73 %) a pařezy 5,917 t (41,58 %).

Celková biomasa kořenového systému mimo pařezy dosahuje na 1 ha 8,56 t ve svěžím stavu při objemu 9,215 m³ a objemové hmotnosti 0,929 g.cm⁻³, což představuje 59,13 % z celkové podzemní biomasy ve svěžím stavu. Z celkové biomasy porostu vykazuje opěrný kořenový systém 6,36 %.

KALAMITNÍ PLOCHY POLESÍ MRÁKOTÍN, ODD. 804, 805, 807, Z ROKU 1972 A 1974

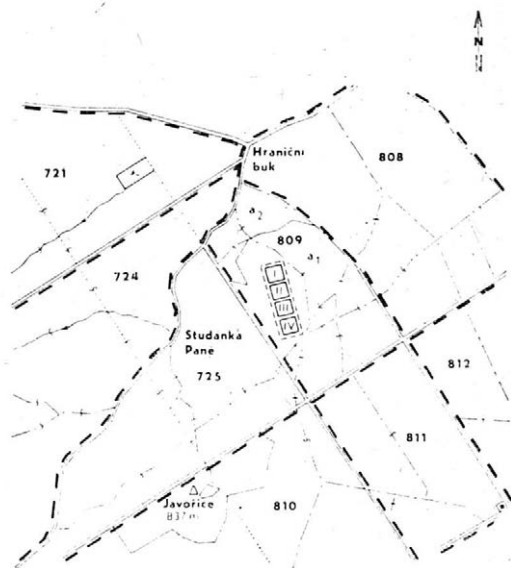
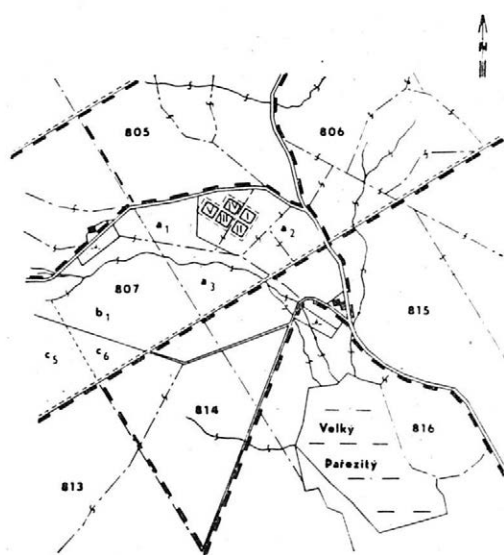
Lesní závod Telč postihly v roce 1972 a 1974 dvě mimořádné kalamity, při nichž na LHC Javořice padlo cca 246 155 m³ dřevní hmoty. K dovršení série došlo ke třetí kalamitě v lednu roku 1976, která je předběžně odhadována na 70 000 m³ dřeva.

Kalamita z roku 1972 měla rozsah 163 715 m³ a byla zpracována v roce 1972 v rozsahu 128 705 m³ a v roce 1973 ve výši 35 010 m³. První kalamita byla způsobena v noci ze dne 16. na 17. ledna přepadavým větrem směřujícím od jihovýchodu rychlostí až 130 km za h. Silný orkán vyvracel stromy obalené neobyčejně silnou námrazou s největším účinkem na lokalitách podmáčených, kde způsoboval plošné vývraty. Stromy na sušších lokalitách byly z části vyvráceny nebo polámany a u zbývajících došlo k utržení ohromného množství asimilačních orgánů a v důsledku silných výkyvů i k porušení kořenového vlášení, což se dále projevuje poklesem přírůstu, celkovým oslabením stromů, a tím i zvýšením jejich atraktivnosti pro podkorní hmyz.

Kalamita v roce 1974 vznikla v důsledku silné námrazy trvající tři týdny v lednu, k níž několik dnů před kalamitou přibyla ledovka. Touto kalamitou došlo k polomům převážně v porostech již rozvrácených z roku 1972 a na porostních stěnách JV–JZ. Rozsah činil na LHC Javořice 82 440 m³.

III. Přehled poškozených stromů na ploše Mrákotín 807. — A survey of damaged trees in the area of Mrákotín 807

Dílec	Počet poškozených stromů	Z celkového počtu stromů %	Počet zlomů více jak 2/3 koruny
I	86	18	14
II	88	14	3
III	52	11	17
IV	120	31	47
V	131	24	47



7. Výzkumná plocha v odd. 807 polesí Mrákotín: I — metoda Voropanov-Borggreve, II — podúrovňová probírka stupně B, III — kontrola, IV — úrovňová probírka pozitivním výběrem, V — probírka Bohdaneckého, tzv. třímilimetrová. — The trial area in compartment 807, the Forest District Mrákotín: I — Voropanov-Borggreve method, II — low thinning of B degree, III — check, IV — crown thinning by positive selection, V — “Bohdanecký” thinning called “threemillimetre” one

8. Výzkumná plocha v odd. 809 polesí Mrákotín: I — úrovňová probírka, II — kontrola, III — podúrovňová probírka stupně B, IV — probírka typu Voropanov-Borggreve. — The trial area in comp. 809, the Forest District Mrákotín: I — crown thinning, II — check, III — low thinning of B degree, IV — Voropanov-Borggreve thinning

V předmýtních porostech mimo rok 1972 převládají škody mokrým sněhem a jinovatkou, v mýtních porostech převládají kromě roku 1974 škody větrem.

V důsledku těchto kalamit byly v přímé správě v roce 1972 a 1974 zastaveny až na menší výjimky všechny úmyslné těžby a v roce 1973 všechny úmyslné těžby mýtní.

K další kalamitě ve zletém intervalu došlo v lednu 1976. Podle předběžného odhadu činí škody z polomů a vývrátů na LHC Javořice cca 70 000 m³, z toho na polesí Mrákotín 40 000 m³ a na polesí Nová Ves 30 000 m³. Příčinou byl opět přepadavý vítr a narušená stabilita porostů dřívě postižených, hlavně prořídle zbytky a porušené porostní okraje mýtních porostů a rozvrácené porosty předmýtní.

Přitom je třeba říci, že příčinu kalamity nelze spatřovat v nedodržení stanoveného pasečného postupu ve smyslu hospodářských opatření lesního hospodářského plánu. Pasečný postup byl navrhován s přihlédnutím k exponované oblasti a konfiguraci terénu a ustálen ve směru SV–JZ, tj. kolmo na směr převládajících bořivých větrů.

Jednou z významných příčin, které nemalou mírou přispěly ke vzniku kalamit, je struktura dřevinné skladby, která se podstatně liší od původní. Zvláště citelný je úbytek smíšených porostů se smrkem, jedlí a bukem ve prospěch smrkových monokultur. Prokázalo se totiž, že mnohem méně byly postiženy porosty nebo porostní části s příměsí buku a modřínu.

Kalamity podnítily rozšíření biotických škodlivých činitelů, z nichž je největším problémem silně přemnožený podkorní a dřevokazný hmyz, který v oslabených a rozvrácených porostech nachází podmínky pro další přemnožování.

Jak se bránit proti těmto kalamitám do budoucna? Především zavádět při obnovách i na kalamitních holinách skupiny buku, modřínu a jedle pro zvyšování stability následných porostů. Příměs těchto dřevin, na něž se škody zvěří nejvíce soustřeďují, zajistit před okusem a otloukáním oplocením. Pokračovat v odvodňování zamokřených lokalit. Předmýtní porosty, zvláště v první polovině obmýtní doby, systematicky zpevňovat probírkami. Jako hlavní obnovní způsob volit obrubné a okrajové seče, převážně od SV a S, při dodržení principu postupného krytí. Porosty labilní a silně ohrožené s ohledem na způsob a směr budoucí obnovy včas rozčlenit na těžebně samostatná pracovní pole pomocí zpevňovacích pruhů, rozluk a odluk.

VÝZKUM PROBÍRKOVÝCH ZPŮSOBŮ VE SMRKOVÉ MONOKULTUŘE POLESÍ MRÁKOTÍN, ODD. 897 A 809

VÝZKUMNÁ PLOCHA PROBÍRKOVÁ V POROSTĚ 807a2

Popis porostu: Nadmořská výška 700–720 m, sklon mírně k JV. Celková výměra porostu 8,05 ha, věk k 1. 1. 1976 44 let. Vyrůstání rychlost, zastoupení dřevin: sm 8, md 2, db, dgl. V decenniu 1965–1974 činila dřevní zásoba na celé ploše porostu 679 m³ s kůrou, z toho rychlost 664 m³ a výstavky 15 m³. Typologické zařazení *Fagetum abietino-piceosum* s dominantním zastoupením *Carex pilulifera*.



9. Kalamitou rozvrácený porost v oblasti Javořice. — A stand in the Javořice region uprooted by a calamity

Výchovné zásahy nebyly realizovány kromě prořezávky ve stadiu mlaziny.

Výzkumná plocha byla založena v roce 1971 v SZ části porostu, v nadmořské výšce 710–720 m a její celková výměra je bez izolačních pásů 1,00 ha. Plocha je rozdělena na 5 dílců, každý o rozměrech 40 X X 50 m. Na čtyřech dílcích byly realizovány různé výchovné způsoby, pátý dílec slouží jako kontrolní, tj. bez záměrných zásahů.

Dílec I je označen modrou barvou – výchovný zásah se vyznačuje podle zásad pozitivního výběru, tj. ke kácení jsou kromě stromů uhynulých označovány stromy méně hodnotné, které tísní stromy kvalitnější nebo kvalitou nadějnější.

Dílec II je označen žlutou barvou; je dílcem kontrolním, k těžbě se vyznačují pouze stromy uhynulé.

Dílec III je označen červenou barvou – výchovný zásah se vyznačuje podle klasického způsobu probírky podúrovňové, tj. ke kácení jsou určeny kromě stromů uhynulých a hynoucích též stromy zastíněné životaschopné a netvárné stromy vrůstavé.

Dílec IV je označen bílou barvou – výchovné zásahy podle metody Borggreve-Voropanov, tj. kromě stromů uhynulých jsou určeny k těžbě vadné stromy v úrovni i podúrovni, hlavně však stromy silné, stadiálně staré s tím záměrem, aby jejich odstraněním byl umožněn růst stromů méně vyvinutých, ale kvalitních.

Dílec V je označen zelenou barvou – aplikuje se výchova podle českého lesníka Josefa Bohdaneckého, směřující k uvolnění hluboko zavětvených stromů tak, aby ještě ve věku 40 roků délka koruny neklešala pod polovinu stromové výšky. Opožděné vyznačení tohoto zásahu má povahu experimentální, poněvadž jeho ekonomický význam záleží v dosažení trojnásobku obvyklého tloušťkového přírůstu, nemůže již v tyčovinách dosáhnout podstatného zlepšení přírůstu. Pokus na tomto dílci sleduje vliv rozvolnění zakmenění na stabilitu porostu.

Modelová plocha v odd. 807a2 byla v lednu 1974 postižena kalami-



10. Stěna kalamitního porostu. — A wall of the calamity stand

tou. Silný JV vítr a námraza byly příčinou polomů i jednotlivých vývrátů. Vrcholovými zlomy byly jednotlivé dílce postiženy s různou intenzitou, která je v určité závislosti na způsobu a intenzitě vykonané probírky.

Nejvíce byly postiženy stromy na dílcích s intenzivními zásahy, při kterých došlo k uvolnění zápoje, a tím ke ztrátě opory korun v nejbližším okruhu.



11. Smrková tyčkovina poškozená námrazou a sněhem po mechanické probírce (motorovou pilou). — The spruce pole stage stand damaged by frost and snow after mechanical thinning (with a power saw)

12. Stav téže smrkové tyčkoviny po chemické probírce (Silvisar a Tordon), kde je poškození námrazou a sněhem minimální. — The same pole stage stand condition after chemical thinning (Silvisar and Tordon), where is the minimum damage caused by frost and snow



Nejcitelněji byl postižen dílec se silnou probírkou podle metody Borggreve-Voropanov, kdy byly vytěženy silné úrovňové a předrůstavé stromy. Nejméně byl postižen dílec s probírkou podúrovňovou a dílec kontrolní bez zásahu. Podstatný vliv na to měla i skutečnost, že probírkové zásahy byly vykonány v předešlém roce a uvolněné stromy nestačily vytvořit odpovídající koruny.

VÝZKUMNÁ PLOCHA PROBÍRKOVÁ V POROSTĚ 809a1

Výzkumná plocha byla založena v roce 1967 za účelem exaktního objasnění biologických a provozně hospodářských otázek v klimaticky

drsných horských podmínkách. V roce založení se uskutečnilo biometrické měření stromů a jejich hodnotní klasifikace.

Plocha byla umístěna v severozápadní části 20ha porostu na V–SV svahu Javořice v nadmořské výšce 780–805 m. Stromové patro v době založení mělo 42 roků, zakmenění 10 a nebylo záměrnými zásahy narušeno. Bylo tvořeno hluboce zavětvenými smrky se znaky dřívějšího vrcholového polomu a netvárným potlačeným bukem.

Dřevní zásoba na 1 ha porostu byla 178 m³ s kůrou, z toho smrku 175 m³ a buku 3 m³. Porost patří do skupiny lesních typů *Fagetum abietino-piceosum*, s dominantním zastoupením *Calamagrostis villosa*. Výměra bez izolačních pásů je 1 ha. Plocha je rozdělena na 4 výzkumné dílce o rozměrech 50 X 50 m.

Dílec I je označen modrou barvou, výchovné zásahy podle zásad pozitivního výběru.

Dílec II je označen žlutou barvou, dílec kontrolní.

Dílec III je označen červenou barvou, zásah podúrovňový.

Dílec IV je označen bílou barvou, zásah podle způsobu Voropanov-Borggreve.

V roce 1967 byly vyznačeny výchovné zásahy, jež byly realizovány v zimním období 1967–1968.

Opakované biometrické měření mělo být uskutečněno v roce 1972. Sněhovým polomem z ledna 1969 a ze zimního období 1969–1970 bylo úplně zničeno 22,3 % počtu stromů. V množství zničených stromů, které bylo nutno asanovat, nejsou pojaty stromy s korunami ulomenými do poloviny.

Následovala větrná kalamita v lednu 1972, která poškodila plochu vývraty a vrškovými zlomy. V roce 1974 pokračovalo narušení plochy vrcholovým polomem, kdy bylo poškozeno cca 2/3 stromů.

Destrukce stromového inventáře na všech dílcích výzkumné plochy snížila celkový počet stromů pod průměrný počet tabulkový a zakmenění kleslo na 7–6. Současně byl výrazně narušen charakter výchovných zásahů na jednotlivých dílcích natolik, že výzkumný objekt nemůže již plnit původní poslání.

Přesto je výzkumná plocha dále sledována jako objekt pro studium biologie lesní tvorby v horské smrkové oblasti, výrazně a opakovaně atakované abiotickými činiteli a jejich ekologických účinků.

ZAVĚR

V ČSSR je nejvíce zastoupenou dřevinou smrk. Bude to tak i do budoucna, kdy se předpokládá, že bude činit ročně polovinu těžeb. Jeho význam je dán ekologickou plasticitou a ekonomickou všestranností. Smrkové porosty jsou však labilní a trpí abiotickými škodami i biotickými škůdci. Tak např. kalamity na počátku roku 1976 reprezentují okolo 9 miliónů m³ dřeva, což je skoro polovina plánované roční těžby. Většina uvedených škod připadá právě na smrk.

Jako modelovou oblast pro pěstění smrku lze uvést Českomoravskou vrchovinu, Jihlavské vrchy s nejvyšší horou Javořice 837 m n. m., konkrétně LHC Javořice, LZ Těleč o rozloze 8580 ha. Masív Javořice je součástí moldanubika tvořený krystalinickými břidlicemi a vyvřelinami. Půdy jsou převážně písčitohlinité, průměrná roční teplota je 4,5 °C, průměrné roční

srážky až 950 mm. Délka vegetačního období je 130 dnů. Vegetačně patří převážně do smrko-bukového stupně. Původní dřevinnou skladbu tvořil buk, jedle a smrk. Nyní má převahu smrk, a to 88 %. Smrk je pěstován v monokulturách druhé a třetí generace při zachování původního genofondu s důležitým zastoupením ekotypu s rezonančním dřívím. Jako model původní skladby nám slouží bývalá Roštýnská obora, kde se zachovaly staré bukové porosty s příměsí ostatních dřevin ve věku až 300 let. Ve smrkových monokulturách druhé věkové třídy polesí Mrákotín, odd. 710 a 711, jsme založili mezinárodní výzkumné plochy IUFRO se značnou redukcí stromového inventáře různého typu. Původní hustota až 300 000 jedinců na ha byla postupně upravena na 2500 stromů. Jako biologický test stability působily kalamity v roce 1972 a 1974. Nejvíce poškozeny byly předrůstavé smrky a z nejsilnějších dimenzí nad 16 cm $d_{1,3}$ bylo poškozeno přes 90 % jedinců. Velké rozdíly byly mezi mechanickou a chemickou probírkou. Při mechanické probírce bylo poškozeno 40 % smrků, kdežto při chemické probírce pouze 16 %.

V uvedených populacích byla zjišťována biomasa podle Mezinárodního biologického programu. Na 1 ha činí biomasa ve svěžím stavu objemově 136,139 m³, z toho hroubí 77,807 m³, hmotnostně je na 1 ha ve svěžím stavu 156,631 t a v sušině 87,247 t. Asimilační plocha 1 g jehličí je 28,3 cm². Asimilační plocha jehličí na 1 ha je 6,9 ha. Kalamitní těžby na LHC Javořice v roce 1972 činily 163 715 m³, v roce 1974 82 440 m³ a v roce 1976 70 000 m³. Kalamity vznikly většinou v důsledku silné námrazy a jižních větrů. Postiženy byly většinou smrkové monokultury, kdežto smíšené porosty s příměsí buku a modřínu kalamitě odolávaly. Za příklad slouží výzkumné plochy v odd. 807 a 809 polesí Mrákotín, kde se komparují podúrovňové a úrovňové zásahy různé intenzity. Výsledky ukazují, že nejvíce byly postiženy plochy s intenzivním zásahem do silných předrůstavých smrků. Celkově lze konstatovat, že smrkové porosty v oblasti Javořice mají dobrý genetický základ, ale v monokulturách nemohou obstát v konfliktu s prostředím. Proto se doporučuje zpevňovat smrkové porosty účastí hlubokokotvících dřevin jako je buk, modřín a jedle. Dále je třeba upravit vodní režim zamokřených lokalit a předmýtní porosty systematicky zpevňovat probírkami. Labilní porosty je třeba upravovat časově i prostorově tak, aby odolaly větru. Za těchto podmínek lze vypěstovat vysoce výnosné a společensky všestranně prospěšné lesy, které mimo produkci dřeva mohou splnit všechny požadavky lidské společnosti.

Došlo dne 13. 4. 1976

Literatura

1. ABETZ, P.: The European stem-number-experiments in Norway spruce. Thinning and mechanization. IUFRO Royal College of Forestry Stockholm, Sweden, September 1969, str. 201
2. BRAASTAD, H.: Diameter Increment Functions for Picea abies. Reports of the Norwegian Forest Research Institute As — 1974
3. BRAASTAD, H.: Yield Tables and Growth Models for Picea abies. Reports of the Norwegian Forest Research Institute As — 1975
4. DIETRICHSON, J.: Some Results from an Anatomic Investigation of Norway Spruce Proven in 4 Internat. Spruce Tests of 1938 in Sweden and Norway. FAO FORGEN 63 — 3/7, Sect. 3, Rome
5. DROSTE, B. zu Hülshoff: Struktur, Biomasse und Zuwachs eines Älteren Fichtenbestandes. Forstwissenschaftliches Centralblatt, 89, 1970, seš. 3, s. 162-171

6. DŽAPARIDZE, T. M.: Biologičeskie osoběnosti jeli vostočnoj, pichty kavkazskoj i charakter dējatělnosti kambija, fotosinteza podrosta v zavisimosti ot struktury i somknutosti pologa. Institut Botaniki V. L. Komarova AN Azerbajdžanskij SSR Tbilisi 1967
7. EIDMANN, F.: Über den Wasserhaushalt von Buchen- und Fichtenbeständen. IUFRO Kongress 1961, Wien
8. FRANZ, F.: Grundlagen und Verfahren standortbezogener Leistungsschätzung. Mit Fichten-Leistungstafeln für einige Standorteinheiten in Mittelschwaben. Forstliche Forschungsanstalt München 2, 1971, Forschungsberichte
9. GIROUARD, R. M.: Propagation of Spruce by Stem Cuttings. New Zealand Journal of Forestry Science, vol. 4, 1974, 2, s. 140-149
10. HAŠEK, J.: Die Sonnenaktivität und kritische Perioden im Wachstum der Fichte und Tanne. Acta universitatis agriculturae (Brno), Series C (Facultas silviculturae), 41, 1972, 3-4, s. 295-311
11. HENGST, E.: Ertragskundliche Untersuchungen an Fichtenbestockungen des Mittelgebirges. Tagungsberichte Nr. 26, Berlin 1960
12. HOLMSGARD, E. — SCHARFF, O.: Levende stød i rødgranbevoksninger (Living stupms in Norway Spruce stands). Det forstl. Forsøgsv., Danmark XXVIII, H. 2, 1963
13. HOLST, M.: Growth of Norway Spruce (*Picea abies* /L./ Karst.) Provenances in Eastern North America. FAO/FORGEN 63 — 3/3, Stockholm
14. HÜTTE, P.: Untersuchungen über Einfluß der Durchforstung auf die Sturmfestigkeit der Fichte — Editor's summary in English. Thinning and mechanization. IUFRO Royal College of Forestry Stockholm, Sweden, Sept. 1969, s. 158
15. CHALUPA, V. — DURZAN, D. J.: Growth of Norway Spruce (*Picea abies* L.) Karst.) Tissue and Cell Cultures. Communicationes Instituti Forestalis, Českosloveniae, 8, 1973 : 111-125, Praha 1973
16. CHIRA, E.: On Some Biological Questions Concerning *Picea excelsa* (Lam.) Link. Pollen. Biológia 20, č. 9, Bratislava 1965
17. KADLUS, Z.: Height and age analysis of natural regeneration of Norway spruce, Silver fir and Beech. Communicationes instituti forestalis Českosloveniae, Praha 1967
18. KORSUN, F.: Hmotové tabulky pro smrk. Lesnictví, roč. 7, 1961, č. 3, s. 275-304
19. LACAZE, J. F.: Étude de la variabilité infraspécifique de l'épicéa (*Picea abies* karst.). Provenances françaises et polonaises. Résultats au stade juvénile. Annales des Sciences forestières. Institut National de la Recherche Agronomique 149, rue de Grenelle, Paris-7e
20. MÁLEK, J.: Vývoj semenářství a provenience smrku v jihlavských vrších. Lesnictví, 12, 1969, č. 12
21. MÁLEK, J.: Přirozené rozšíření smrku na Českomoravské vysočině. Lesnictví, 4, 1958, č. 6
22. MATERNA, J. — RYŠKOVÁ, L.: Amino Acids in Norway Spruce. Comm. Ins. Forest. Čech., Praha 1965
23. MAYER, H. a kol.: Montane Fichtenwälder auf Hauptdolomit im Naturschutzgebiet „Ammergauer Berge“. Jahrbuch 1967, 32. B., Verein z. Schutze der Alpenpflanzen u.-Tiere c. V., München
24. MOLČANOV, A. A.: Forest-Economic and Silvicultural Zoning Suited to Rational Forest Management. Reports submitted by Soviet scientists to the international symposium on the influence of forest on environment. Moscow 1970, s. 308-325
25. MOLČANOV, A. A.: Izmenčivosť širiny godičnovo kolca v svjazi s izměnenijem solněčnoj aktivnosti. Formirovanije godičnovo kolca i nakoplenije organičeskoj masy u dērevēv. Akademija nauk SSSR. 1971, s. 7
26. MOLČANOV, A. A. — SMIRNOV, V. V.: Metodika izučeniya prirosta drevēsnyh rastěnij. Nauka, Moskva 1967
27. MRÁČEK, Z.: Retrospective Research of Spacing in Norway Spruce Plantations (*Picea excelsa* Link.). Comm. Inst. Forest. Česosl., Praha 1967
28. NEDJALKOV, S.: Organizacija na stopanstvo v smrčovite gori. Sofie 1967
29. NESTEROV, V. G.: Voprosy sovremennovo lēsovodstva. Moskva 1961
30. SATOO, S.: Differences of environmental factors in the young Norway spruce (*Picea abies*) stand at different spacings. Oji Institute for Forest Tree Improvement Oji Paper Co., Ltd., Kuriyama, Hokkaido, Jap., Technical Note, No. 87, Nov. 1969, Trans. Mtg. Hokkaido, Br. Jap. For. Soc. No. 18, 1969
31. THOMASIUS, H.: Studie über das weitere Wachstum und die Regenerationsfähigkeit sturmgeschädigter Fichtenbestände im Mittelgebirge. Techn. Univ. Dres-

- den, Sektion Forstwirtschaft, Tharandt, Bereich Waldbau und Forstschutz, Die soz. Forstwirtschaft, 6, 1973, s. 170-5
32. VINCENT, G. — VINCENT, J.: Ergebnisse des Internationalen Fichtenprovenienzversuches. *Silvae Genetica* 13, H. 5, IX-X, 1964
 33. VINŠ, B.: Report on the State and Preliminary Evaluation of Czechosl. Provenance Trial Plots of Norway Spruce in the Intern. Series from the Year 1938. *FAO/FOREGEN* 63 — 3/6, Sect. 3, Rome
 34. VOROPANOV, P. V.: *Jělniki severa*. Moskva-Leningrad 1950
 35. VUOKILA, Y.: Thinning of young spruce plantations as a problem of timber production. *Folia Forestalia* 247, *Metsäntutkismuuslaitos, Inst. Forestale Fenniae*. Helsinki 1975, s. 1-24
 36. VYSKOT, M.: Determinace zápoje ve smrkovém porostu. *Lesnictví*, 15, 1969, č. 5
 37. VYSKOT, M.: Komparace různých metod probírek ve smrku na Šumavě. *Acta Universitatis*, 38, 1969, č. 2
 38. VYSKOT, M.: Rozbor úrovně a podúrovně probírky ve smrkovém porostu na Šumavě. *Lesnictví*, č. 2, 1956
 39. VYSKOT, M.: Tree Spacing and Development of Norway Spruce Stands. *Lesnictví* 20, 1974, č. 9, s. 837-856
 40. VYSKOT, M. — ŠAFARÍK, V. — PEŇÁZ, J.: Chemické probírky ve smrkových porostech. *Lesnictví* 19, 1973, č. 7, s. 597-618
 41. VYSKOT, M. — VYSKOT, I.: Growth and Development of a Norway Spruce Stand in the Fageto-Quercetum Group under Different Stand Management Practices. *Lesnictví* 19, 1973, č. 11
 42. VYSKOT, M. — VYSKOT, I.: Vývoj různě probírané smrkové monokultury sušší oblasti. *Lesnictví*, 21, 1973, č. 8-9, s. 689-715
 43. WAGENKNECHT, E.: Varianten der „rationalisierten“ Pflege in Fichtenjungbeständen, *Sozial. Forstwirtschaft* H. 12, 12. Jg., 1962
 44. Entscheidungshilfen für die Durchforstung von Fichtenbeständen (Durchforstungshilfe Fi 1975). Merkblätter der forstlichen Versuchs- und Forschungsanstalt Baden-Württemberg (Abteilung Wachstum); 1975, Nr. 13, s. 1-10
 45. Ústav pro hospodářskou úpravu lesů: Lesní hospodářské plány LHC Javořice LZ Telč 1965-1974, 1975-1984

ВИСКОТ, М. (Lesnická fakulta VŠZ, Brno). Выращивание ели в области Яворжице на Чешскоморавской возвышенности. *Lesnictví*, 23, 1977 (9): 677-700.

В качестве модельной области для выращивания ели можно привести Чешскоморавскую возвышенность, Йиглавское холмогорье с наивысшим холмом Яворжице (837 м н. у. м.), конкретно лесохозяйственный комплекс Яворжице, лесхоз Тельч с площадью 8580 га. В еловых монокультурах второго возрастного класса лесничества Мракотин, на участках №№ 710 и 711 мы создали международные экспериментальные площади IUFRO с резким сокращением численности деревьев различного типа. Исходная плотность до 300 тыс. деревьев на 1 га была постепенно доведена до 2500 деревьев. В качестве биологического теста устойчивости могут служить стихийные бедствия в 1972 и в 1974 годах. Больше всего были повреждены господствующие ели, и из самых толстых диаметров более 16 см д.з. было повреждено свыше 90 % деревьев. Большие различия были отмечены между механическим и химическим прореживаниями. При механическом прореживании было повреждено 40 % деревьев ели, тогда как при химическом всего лишь 16 %.

В упомянутых популяциях определялась биомасса по Международной биологической программе. Биомасса, приходящаяся на 1 га, в свежем виде составляет по объему 136,960 м³, в том числе крупная древесина 77,428 м³, по весу в свежем состоянии приходится 156,525 т на 1 га, а в сухом 87,301 т/га. Ассимиляционная площадь 1 г хвои представляет 28,3 см², а в пересчете на 1 га она равна 6,9. Бедственные рубки в лесохозяйственном комплексе Яворжице в 1972 году составляли 163,715 м³, в 1974 г. 82,440 м³, а в 1976 г. 70,000 м³. Бедствия возникли преимущественно в результате сильной изморози и южных ветров. Повреждены были, прежде всего, еловые монокультуры, в то время как смешанные насаждения с примесью бука и лиственницы обладали устойчивостью к бедствию. В качестве примера служат экспериментальные площади на участках №№ 807 и 809 лесничества Мракотин, на которых сопоставляются низовые и верховые прореживания разной интенсивности. Результаты свидетельствуют о том, что больше всего пострадали площади с интенсивными вмешательствами у сильных господствующих елей. В общем можно констатировать, что еловые насаждения в области Яворжице обладают хорошей генетической основой, но в монокультурах не в состоянии справиться с конфликтной средой. Поэтому рекомендуется подкреплять еловые насаждения путем включения глубоко укор-

няющихся деревьев, как бук, лиственница и пихта. Далее необходимо урегулировать водный режим заболоченных местностей и приспевающие насаждения систематически подкреплять проходными рубками. Неустойчивые насаждения следует пространственно и во времени упорядочить так, чтобы они были устойчивыми против ветров.

ель; лесоводство; биомасса

VYSKOT, M. (Lesnická fakulta VŠZ, Brno). *Management of Spruce Forests in the Region Javořice in the Bohemian-Moravian Uplands*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 677-700.

As a model region for growing Norway spruce we can use the Bohemian-Moravian Uplands, the Jihlava Hills with the highest hill Javořice of an altitude of 837 m, the forest management unit Javořice, Forest Enterprise Telč of an area of 8,580 ha. In Norway spruce pure stands of the second age class of the forest district Mrákotín, compartment Nos. 710 and 711, the IUFRO international experimental plots have been established with a considerable reduction of trees of various categories. The original stand density of as much as 300,000 growing trees/ha was gradually reduced to 2500 trees. The calamities in 1972 and 1974 served as biological tests of the stand density. The majority of the damage affected the dominant trees, and of trees of more than 16 cm d. b. h. more than 90 % were damaged. There were great differences between mechanical and chemical thinnings. When using mechanical thinning, 40 % of trees were damaged whereas only 16 % were damaged when using chemical thinning.

In these populations biomass was studied according to the IBP. The fresh biomass per 1 ha reached 136.960 m³, of which 77.428 m³ was timber over 7 cm in diameter; the fresh and dry weight per ha is 156.525 t and 87.301 t, resp. The assimilation area of 1 g of needles is 28.3 cm². The assimilation area of needles per 1 ha is 6.9 ha. Salvage cuttings in the forest management unit Javořice in 1972, 1974 and 1976 amounted to 163.715 m³, 82.440 m³ and 70.000 m³, resp. Calamities were mostly caused by heavy glazed ice and southern winds. Affected were mostly pure stands of Norway spruce; mixed stands with admixtures of beech and larch resisted the calamities. As an example we can use the experimental areas in compartments Nos. 807 and 809 of the forest district Mrákotín where tending measures of various intensities affecting dominant, codominant and suppressed trees are being compared. The results show that the majority of damages occurred in areas with intensive thinning of large diameter dominant trees. In general it can be said that the genetical fund of Norway spruce stands in the Javořice region is good but that in pure stands they cannot hold out in their conflict with the environment. That is why it is recommended to improve Norway spruce stands with admixtures of deep-rooted tree species such as beech, European larch and silver fir. Also the water regime of waterlogged localities should be regulated and immature stands should be systematically improved by thinning. Unstable stands must be tended so that they might resist the wind.

Norway spruce; silviculture; biomass

VYSKOT, M. (Lesnická fakulta VŠZ, Brno). *Erziehung der Fichtenbestände im Gebiet Javořice der Böhmischo-Mährischen Höhen*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 677-700.

Als Modellgebiet für die Erziehung der Fichte kann das Böhmischo-Mährische Hügelland, die Berge von Jihlava mit dem höchsten Punkt Javořice 837 m ü. d. M., konkret das Wirtschaftsganze Javořice, der Forstbetrieb Telč mit einem Areal von 8580 ha angeführt werden. In den Fichtenmonokulturen der zweiten Altersklasse des Forstreviers Mrákotín, Abt. 710 und 711 wurden internationale Versuchsflächen IUFRO mit beträchtlicher Reduktion des Bauminventars verschiedenen Types angelegt. Die ursprüngliche Populationsdichte bis 300 000 Individuen je 1 ha wurde nach und nach auf 2500 Bäume reduziert. Als biologischer Stabilitätstest wirkten Kalamitäten im Jahre 1972 und 1974. Die höchste Beschädigung erlitten Dominanzfichten und von den stärksten Dimensionen über 16 cm d. b. h. wurden über 90 % der Einzelbäume beschädigt. Es gab grosse Unterschiede zwischen der mechanischen und chemischen Durchforstung. Bei mechanischer Durchforstung wurden 40 % Fichten beschädigt, wogegen bei der chemischen nur 16 %.

In den angeführten Populationen wurde die Biomasse nach dem Internationalen biologischen Programm ermittelt. Die Biomasse im Frischzustand beträgt pro Hektar volumenmässig 136.960 m³, davon Derbholz 77,428 m³, gewichtsmässig ergibt die Masse im Frischzustand 156,525 t und in der Trockenmasse 87,301 t pro 1 ha.

Die Assimilationsfläche der Nadeln pro 1 ha beträgt 6,9. Die Kalamitätshiebe im forstlichen Wirtschaftsganzen Javořice betrugen im Jahre 1972 163,715 m³, im Jahre 1974 83,440 m³ und im Jahre 1976 70 000 m³. Die Kalamitäten entstanden meistens infolge von starkem Rauhref und Südwinden. Beschädigt wurden grösstenteils Fichtenmonokulturen, wogegen Mischbestände mit Beimischung von Buche und Lärche die Kalamitäten überstanden.

Als Beispiel dienen Versuchsflächen in der Abt. 807 und 809 des Forstreviers Mrákotín, wo beherrschte und mitherrschende Eingriffe von verschiedener Intensität verglichen werden. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass die Flächen mit intensivem Eingriff in stark vorherrschenden Fichten am meisten betroffen wurden. Insgesamt kann festgestellt werden, dass Fichtenbestände im Bereich von Javořice eine gute genetische Grundlage bilden, jedoch in Monokulturen im Konflikt mit der Umwelt nicht bestehen können. Aus diesem Grunde empfiehlt sich, die Fichtenbestände durch die Anteilnahme von tief verankerten Holzarten, wie Buche, Lärche und Tanne zu verfestigen. Ferner ist es notwendig, den Wasserhaushalt der vernässten Lokalitäten und die Vorhiebsbestände mittels Durchforstungen zu verfestigen. Labile Bestände sind zeitgemäss und raumgemäss auf die Art und Weise zu gestalten, damit diese windfest bleiben.

Fichte; Waldbau; Biomasse

VYSKOT, M. (Lesnická fakulta VŠZ, Brno). *Sylviculture des essences d'épicéa dans la région Javořice au Plateau tchéco-morave*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 677-700.

Comme région modèle pour la culture de l'épicéa on peut citer le Plateau tchéco-morave, les Colines de Jihlava avec le mont le plus élevé Javořice, d'une hauteur de 837 mètres, plus précisément le canton économique forestier Javořice, l'établissement forestier Telč, d'une étendue de 8580 hectares. Dans les monocultures d'épicéa de la seconde classe d'âge du district forestier Mrákotín, divisions 710 et 711, nous avons fondé des parcelles de recherche internationales de l'IUFRO, réduisant considérablement l'inventaire des arbres de types différents. La densité initiale de 300 000 individus à l'hectare était successivement aménagée à 2500 arbres. Ce furent les dévastations en 1972 et 1974 qui agissaient en tant que test biologique de stabilité. Les épicéas prédominants étaient les plus endommagés, car sur les arbres du diamètre le plus grand, dépassant 16 cm d.i., l'endommagement concernait plus de 90 p. 100 de sujets. Des différences grandes ont été constatées entre l'éclaircie mécanique et chimique. L'éclaircie mécanique a endommagé 40 p. 100 d'épicéas, tandis que l'éclaircie chimique seulement 16 p. 100.

Dans les populations mentionnées on identifiait la biomasse selon le programme biologique international. La biomasse par 1 hectare à l'état frais est de 136,960 m³ en volume, dont le bois fort de 77,428 m³, en poids à l'état frais par 1 hectare elle s'élève à 156,525 tonnes et en matière sèche à 87,301 tonnes. La surface d'assimilation de 1 g d'aiguilles en cm² est de 28,3. La surface d'assimilation des aiguilles à 1 hectare est de 6,9. L'exploitation des chablis dans le canton forestier Javořice s'élevait en 1972 à 163,715 m³, en 1974 à 82 440 m et en 1976 à 70 000 m. Les dévastations ont eu lieu pour la plupart par suite du givre fort et des vents méridionaux. Ont été atteintes en majeure partie les monocultures d'épicéa, tandis que les peuplements mélangés, comprenant le hêtre et le mélèze, résistaient à la dévastation. Comme exemple peuvent servir les surfaces de recherche dans les divisions 807 et 809 du district forestier Mrákotín, où l'on compare les éclaircies par le bas et par le haut d'intensité différente. Les résultats montrent que ce sont les parcelles, où on a fait des éclaircies intensives des épicéas prédominants forts, qui ont été les plus endommagées. D'une façon générale on peut constater que les peuplements d'épicéa dans la région de Javořice ont une base génétique convenable, mais qu'en monoculture ils ne peuvent pas réussir dans le conflit avec le milieu. On recommande par conséquent de consolider les peuplements d'épicéa par la présence des essences profondément ancrées, comme le hêtre, le mélèze et le sapin. Il est également nécessaire d'aménager le régime hydrique des localités saturées d'eau et de consolider systématiquement les peuplements pas encore exploitables par les éclaircies. Les peuplements labiles doivent être aménagés en temps et en espace de manière à pouvoir résister au vent.

épicéa; culture des forêts; biomasse

Adresa autora:

Člen korespondent ČSAV prof. Dr. Ing. Miroslav V y s k o t, DrSc., lesnická fakulta VŠZ, 602 00 Brno, Lesnická 37

I. Vicena

VICENA, J. (Jihočeské dřevařské závody n. p., Volary). *Trojrozměrný dopravní problém lesního závodu*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 701-712.

Matematické metody jsou perspektivním prostředkem pro řízení autodopravy na lesních závodech a podnicích. Zjednodušených aproximativních metod se dá použít jen v ojedinělých případech. Pro složitost dopravních problémů, které vždy souvisejí s dodavatelsko-odběratelskými podmínkami a možnostmi použití různých druhů dopravních prostředků je vhodnější simplexový algoritmus, který umožňuje vyhodnotit velké množství variant. Kromě zjištění možností jak dosáhnout minimálního počtu kilometrů umožňuje početní postup určit: 1. Nejehospodárnější způsob přepravy mezi odběratelskými a dodavatelskými místy. 2. Nejvýhodnější rozmístění aut do jednotlivých garážovacích míst. 3. Přidělení vozidel na jednotlivá dodavatelská místa podle požadavků nejehospodárnějšího provozu. 4. Objektivně posoudit investiční výstavbu dopravních středisek a jejich kapacit. Sestavení modelu není zvlášť složité. Vyžaduje konkrétní znalost dopravní a odbytové situace. Není náročný na podkladové údaje, poněvadž operuje s kilometry, se statisticky zjištěnými průměrnými náklady, výkony, sortimentací těžebního fondu. Vyhodnocení na samočinném počítači Minsk 22 si vyžádalo náklady cca 4000 Kčs. Sestavení modelu trvá jednomu pracovníku asi 15 dní.

doprava dřeva; dopravní střediska; řízení dopravy; model

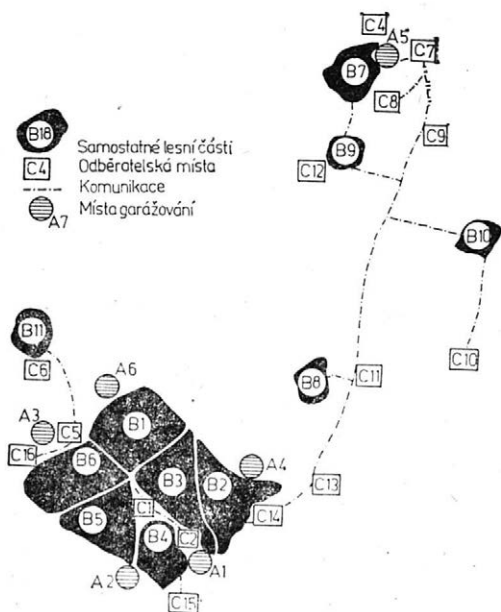
Otázky účelné a efektivní dopravy dřeva v lesním hospodářství jsou předmětem stále pozornosti řídicích orgánů. Organizace a řízení dopravy jsou náročné nejen v lesním hospodářství, ale ve všech odvětvích. Doprava zajišťuje pohyb nejrozličnějších materiálů na dlouhé i krátké vzdálenosti, automobilová doprava úzce navazuje na dopravu železniční, zajišťuje úzký styk dodavatele s odběratelem. Také v lesním hospodářství pracuje doprava se značnými hodnotami a významnou měrou ovlivňuje přibližování a dopravu dřeva i celkovou ekonomiku. Pro řízení dopravy uvnitř závodů byly vytvořeny celé systémy zahrnující cyklickou nebo vyhrazenou ev. kyvadlovou přepravu, pravidelné nákladní linky, používá se dispečerského denního nasazování vozidel, vyhledávají se různými metodami nejvýhodnější trasy, vozidla a řídicí centra se vybavují radiostanicemi a v neposlední řadě se používá matematicko-ekonomických metod. Bylo vyzkoušeno asi 15 zjednodušených a přibližných (aproximativních) postupů, z nichž nejznámější je metoda indexová vzestupná, indexová sestupná, Vogelova, frekvenční, metoda minimálních diferencí, metoda MODI, maďarská párová a další. Při jednoduchých vztazích jsou tyto metody praktické, nevyžadují složité výpočty a bez nákladné výpočetní techniky lze jimi minimalizovat náklady nebo počty ujetých kilometrů.

Nevýhodou těchto zjednodušených postupů však je, že nemohou vystihnout celou složitost dopravní situace, která zahrnuje několik typů

vozidel, různá místa garážování, několik desítek dřevin a sortimentů, členitou skladbu vlastních nákladů od spotřeby materiálu, energie, PHM, náhradních dílů, mezd, režijních nákladů. Aproximativní metody nemohou odpovědět na otázky, zda odvozem na dlouhé vzdálenosti lze dřevo lépe zhodnotit nebo prodat. Poněvadž praxe se brání přílišnému zjednodušení, bylo nutno hledat přesnější metody. K tomuto účelu se hodí pro aplikaci na úseku dopravy dřeva vícerozměrný dopravní problém řešený metodou lineárního programování. V uváděném příkladu bylo použito simplexového algoritmu s vyhodnocením na samočinném počítači Minsk 22.

VÝKLAD PROBLÉMU

Lesní závod je postaven před úkol rozhodnout o optimálním rozmístění garážovacích míst a současně o zabezpečení nejehospodárnější přepravy dřeva od všech dodavatelů na jednotlivá odběratelská místa. Situaci lesního závodu znázorňuje obr. 1. Výrobu dřeva zajišťuje 11 lesních částí, které jsou v modelu označeny písmeny B 1 až B 11. Pro účely tohoto modelu je lhostejné, ke které vnitropodnikové organizační jednotce jsou jednotlivé lesní části přiřčeny. Každá lesní část má stanoven odvozní úkol a používá samostatné dopravní trasy.



1. Dopravní situace. — Transport situation

Závod dodává dřevo na 16 odběratelských míst označených jako C 1 až C 16. Za odběratele jsou považovány všechny vlastní i cizí zpracovatelské, manipulační nebo expediční sklady, tedy všechna místa, kam se dřevo skládá. V uváděném příkladě jde o odběratele všech sortimentů. Zabezpečení určitých zvláštních dodávek, např. určitých sortimentů nebo dřevin, se provede buď výběrem variant, nebo omezujícími podmínkami.

Garážování vozidel je řešeno v 6 obcích, které jsou označeny A 1 až A 6. V době sestavení modelu se ke garážování používala místa A 1 až A 5. V místě A 6 se doposud negarážuje. Model má rozhodnout o výstavbě nových garáží. Ve všech místech jsou dosud jen provizorní odstavné plochy a přístřešky a také počty vozidel nejsou v jednotlivých místech stabilizovány.

Na území závodu se vyrábí v převážné většině dlouhé dříví, tyče a surové kmeny v celých délkách. Podíl rovnaného dříví je pouze 2 %, a proto jeho odvoz model neřeší. Zahrnuta je doprava všech dřevin. K odvozu je nasazeno 15 vozidel typu Praga V3S a Tatra 148, jejichž

obsluha je zajišťována opravárenskou dílnou a skladem náhradních dílů v místě A 1.

Bylo rozhodnuto provést propočty na celoroční objemy odvozu s tím, že řízení dopravy v kratších obdobích bude operativně řízeno pracovníky závodu tak, aby byly v plném rozsahu zabezpečeny celoroční úkoly. Nejde tedy o metodu denního operativního řízení odvozu, ale o stanovení optimálního ročního plánu. V modelu se také neuvažuje pohyb zásob na odvozních místech, které jsou v denním obratu a proměnlivých dopravních podmínkách značně variabilní, takže se nedaří je zvládat matematickými metodami. Pro každou samostatnou lesní část se určí těžiště plochy a všechny dopravní vzdálenosti se vypočtou z tohoto jednoho místa. Použije se údajů o průměrných vzdálenostech z minulých let. Na období celého roku lze obtížně plánovat odvoz jednotlivých skládek. I při poměrně přesném plánování jsou vzdálenosti při obou způsobech prakticky zanedbatelné.

CÍL PROPOČTU

Model vychází ze zjištění, že celkové náklady i výkony autoparku jsou úměrné dopravním vzdálenostem. Proto za cíl propočtu, za kritériální (účelovou) funkci byla zvolena minimalizace ujetých kilometrů. Minimálního počtu kilometrů má být dosaženo za těchto podmínek:

1. Splnění úkolu v odvozu z jednotlivých lesních částí v množství a sortimentech podle lesních hospodářských plánů.
2. Plné vykrytí požadavků na sortimenty i množství u jednotlivých odběratelů.
3. Stanovení úkolů, z kterých lesních částí má být dřevo nejehospodárněji dodáno na jednotlivá odběratelská místa.
4. Určit současná i výhledová místa garážování pro nasazení vozidel na jednotlivé dopravní trasy.
5. Model má určit nejen místa garážování, ale také počty vozidel, které mají být v jednotlivých místech umístěny.
6. Podle optimalizačního propočtu je třeba rozhodnout o umístění a kapacitách nové výstavby garáží, dílen, skladů, mycích ramp a odstavných ploch i dalších obslužných zařízení.

MODELOVÁNÍ VARIANT

TYPIZACE VZDÁLENOSTÍ

Vycházíme z charakteristiky proměnné, která předpokládá, že vozidlo nejdříve vyjede z místa garážování k dodavateli a pak odveze dřevo od dodavatele k odběrateli. Proto potřebujeme nejdříve typizaci vzdáleností z A do B, v druhé etapě z B do C.

Z tabulky I je vidět, že při jejím sestavení byl již proveden výběr možností. Z celkového počtu možných variant $6 \times 11 = 66$ je vybráno jen 38. Podle skutečné situace a možností model předem vyloučil ty varianty,

které nemohou být uskutečněny. Podobně by tabulka II poskytovala $11 \times 16 = 176$ možností. Při logickém rozboru odběratelských možností, vyráběných sortimentů a dřevin se však některé z nich předem vylučují. Proto tabulka II ukazuje jen 56 variant.

I. Vzdálenosti z A do B v km. — A distance from A to B (km)

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
A1	24	23	14	22	20	33	130	55	98	90	46
A2	16	—	13	10	8	21	143	—	—	—	40
A3	32	—	—	—	23	7	135	—	—	—	43
A4	24	13	27	—	—	—	108	24	66	61	—
A5	—	—	—	—	—	—	5	66	24	50	—
A6	9	24	20	—	—	—	—	—	—	—	43

II. Vzdálenosti z B do C v km. — A distance from B to C (km)

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11
C 1	15	34	13	10	8	21	—	—	—	—	42
C 2	23	28	13	26	24	—	—	24	—	—	—
C 3	—	—	—	—	17	9	—	—	—	—	34
C 4	—	—	—	—	—	—	10	—	28	51	—
C 5	18	40	20	27	25	21	—	—	—	—	23
C 6	41	—	—	—	—	43	—	—	—	—	6
C 7	—	—	—	—	—	—	14	—	22	44	—
C 8	—	—	—	—	—	—	22	—	10	39	—
C 9	—	—	—	—	—	—	19	—	19	33	—
C10	—	—	—	—	—	—	56	51	—	14	—
C11	—	28	—	—	—	—	66	9	—	35	—
C12	—	—	—	—	—	—	—	—	5	—	—
C13	—	19	—	—	—	—	—	—	—	—	—
C14	—	12	—	—	—	—	—	28	—	—	—
C15	—	—	25	6	20	—	—	—	—	—	—
C16	36	—	—	35	22	10	—	—	—	—	—

GARÁŽOVACÍ MOŽNOSTI

Do modelu jsou vloženy určité hranice možností vycházející z počtu aut:

místo	počet aut	kapacita garážování v m ³	
		od	do
A 1	6–10	70 000	99 000
A 2	2– 4	19 000	41 000
A 3	1– 2	12 000	21 000
A 4	1– 2	11 000	20 000
A 5	1	9 000	9 000
A 6	0– 1	—	9 000

VÝKONNOST VOZIDEL

Roční výkonnosti vozidel na dlouhé dříví podle výsledků v minulém období jsou: Praha V3S 9 500 m³, Tatra 148 4X4 10 800 m³, Tatra 148 6X6 11 600 m³. Výkonnosti jsou uváděny podle současně používaných typů. V ročním období nejsou rozdíly ve výkonnosti velké. V budoucnu bude závod postupně omezovat zastoupení vozidel Praga V3S. Podíl jednotlivých typů vozidel model neřeší.

Denní výkonnosti: při průměrném počtu 3 jízd denně vychází na 1 vozidlo za den 50 m³.

Průměrné náklady na vozidlo jsou rčeny podle sortimentu dřeviny, stavu proschlosti a typu vozidla na 17 m³.

KAPACITA DODAVATELŮ

Těžební a dodávkové možnosti určují pro příslušné lesní části lesní hospodářské plány. Při sestavení modelu vycházíme z bilancovaného ročního podílu. Pro jednotlivé lesní části je na příslušné plánovací roční období uvažována tato kapacita v m³:

B 1	20 000	B 7	8 300
B 2	14 300	B 8	1 700
B 3	23 500	B 9	1 100
B 4	15 500	B 10	600
B 5	33 000	B 11	2 000
B 6	24 000	Celkem	144 000

KAPACITA ODBĚRATELŮ

Určení kapacity vychází z posouzení technických možností a vybavenosti, dlouhodobých zkušeností a dodavatelsko-odběratelských smluv. V modelu byly stanoveny takto:

odběratel	kapacita v m ³	
	od	do
C 1	60 000	100 000
C 2	30 000	37 000
C 3	0	14 000
C 4	0	2 300
C 5	15 000	18 000
C 6	0	500
C 7	2 700	2 700
C 8	800	1 000
C 9	800	1 300
C 10	0	500
C 11	0	800
C 12	0	300
C 13	0	500
C 14	0	3 000
C 15	1 700	1 700
C 16	7 100	7 100

Z přehledu vyplývá, že model klade pro počítač otázku, zda v příštím období bude výhodné používat všech 16 skladů dřeva nebo zda bude výhodné 8 skladů zrušit (C 3, C 4, C 6, C 10 až C 14). Jde o odběratelská místa, u nichž je jako dolní hranice stanovena nula.

Za proměnnou byl zvolen odvoz 1 m^3 z místa B_n (dodavatel) do místa C_o (odběratel) vozidlem, které garážuje v místě A_m . Poněvadž za kritériální (účelovou) funkci byla zvolena minimalizace ujetých kilometrů a poněvadž je nutno dodržet úkoly v m^3 , bylo třeba provést určitou konstrukci ukazatele. Konstrukce je nezbytná pro vyjádření složitosti dopravních problémů a poměrů. Byl zvolen ukazatel ujetých kilometrů na 1 m^3 ($\text{km} \cdot \text{m}^{-3}$). Pro výpočet ukazatele byl zvolen tento postup:

1. Vzdálenosti z místa garážování k dodavateli ujede vozidlo denně dvakrát tam a zpět, a to nezávisle na další výkonnosti vozidla. Předpokládá se denní výkonnost vozidla při odvozu 50 m^3 . Vzdálenost z A do B se vynásobila dvěma a výsledek se dělil 50. Tento početní postup platí pro ta vozidla, která se denně vrací do místa garážování.

2. Část vozidel se denně domů nevrací, do vzdálených míst odjíždí v pondělí a vrací se ve čtvrtek večer. V pátek se provádí údržba vozidla i přívěsů. Během pobytu na vzdáleném pracovišti odveze vozidlo za pracovní týden 8 nákladů po 17 m^3 , tedy 136 m^3 . Vzdálenost z domovských garáží do příslušného B se vynásobí dvěma (cesta tam a zpět) a výsledek se dělí 136. To platí pro dodavatele B 7, B 9 a B 10, pokud se k odvozu nasadí vozidla A 1, A 2, A 3 a A 4. Mimo to však vozidla denně dojíždějí na přechodnou základnu A 5, proto je nutno i zde uplatnit výpočet podle předchozího odstavce.

3. Vzdálenost z B do C, od dodavatele k odběrateli, se opět vynásobí dvěma (cesta tam a zpět) vydělí se číslem 17, neboť při jedné jízdě odveze vozidlo 17 m^3 .

4. Podle poměrů se k údajům v předchozím odstavci připočte údaj z prvního nebo druhého odstavce a výsledek se zaokrouhlí na celé číslo.

VÝPOČET VARIANT

Jednotlivé varianty se modelují v tabulce III podle tohoto návodu:

1. Podle místních poměrů se určí, z kterých garážovacích míst mohou být vysílána vozidla k dodavatelům. Sestaví se kombinace možností, která se vepíše do sloupce 2.

2. Do sloupce 1 se vepíší pořadová čísla, která současně označují čísla proměnných, tedy pořadové číslo 7 značí proměnnou x_7 .

3. Do sloupce 3 se vepisují údaje z tabulky I.

4. Sloupec 4 je určen pro údaje z tabulky II.

5. Ve sloupci 5 je vypočten ukazatel $\text{km} \cdot \text{m}^{-3}$ podle návodu v předchozí kapitole (odst. 1). U proměnné x_1 je to $24 \times 2 = 48 : 50 = 0,96 = 1$. U proměnné x_{189} je to $20 \times 2 = 40 : 50 = 0,8$. U proměnné x_{32} je uplatněn výpočet: vzdálenost $130 \text{ km} \times 2 = 260 : 136 = 1,9$. K tomu se připočte údaj 0,2 jako výsledek vzdálenosti z A do B $7 = 5 \text{ km} \times 2 = 10 : 50 = 0,2$ (podle odst. 2 předchozí kapitoly).

6. Do sloupce 6 se vepisují výsledky, tedy u x_1 údaj ze sloupce 4 násobený dvěma a dělený 17 (podle odst. 3).

7. Sloupec 7 zahrnuje součet sloupců 5 + 6, přičemž se výsledek zaokrouhlí na celé číslo.

III. Výpočet variant. — Calculation of variants

Pro- měnná x_i	Varianta			Vzdálenost v km		Km na m ³ A—B	Km na m ³ B—C	Cel- kem	Poznámka
				A—B	B—C				
1	2			3	4	5	6	7	8
1	A1	B1	C1	24	15	1,0	1,8	3	
2			C2	24	23	1,0	2,7	4	
3			C5	24	18	1,0	2,1	3	
4			C6	24	41	1,0	4,8	6	
5			C16	24	36	1,0	4,2	5	
6	A1	B2	C1	23	34	0,9	4,0	5	
			C2	23	28	0,9	3,3	4	
.									
.									
32	A1	B7	C4	130	10	1,9 + 0,2	1,2	3	1,9 údaj z A1 do B7 0,2 údaj z A5 do B7
33			C7	130	14	1,9 + 0,2	1,6	4	1,9 údaj z A1 do B7 0,2 údaj z A5 do B7
34			C8	130	22	1,9 + 0,2	2,6	5	1,9 údaj z A1 do B7 0,2 údaj z A5 do B7
.									
.									
132	A4	B7	C4	108	10	1,6 + 0,2	1,2	3	1,6 údaj z A4 do B7 0,2 údaj z A5 do B7
133			C7	108	14	1,6 + 0,2	1,6	3	1,6 údaj z A4 do B7 0,2 údaj z A5 do B7
134			C8	108	22	1,6 + 0,2	2,6	4	1,6 údaj z A4 do B7 0,2 údaj z A5 do B7
.									
.									
189	A6	B3	C1	20	13	0,8	1,5	2	
190			C2	20	13	0,8	1,5	2	
191			C5	20	20	0,8	2,3	3	
192			C15	20	25	0,8	2,9	4	

MATEMATICKÁ FORMULACE

Podnik může libovolně kombinovat nasazování vozidel na jednotlivé trasy, je však vázán určitými vztahy, jimiž se zajišťuje použitelnost výsledku.

OMEZUJÍCÍ PODMÍNKY

Kapacita garážovacích míst: je použito omezení uvedeného v části pojednávající o garážovacích možnostech. Garážování v A 1 zahrnují proměnné x_1 až x_{56} , proto bude

$$\sum_{56}^1 x \geq 70 \quad \sum_{56}^1 x \leq 99 \quad \text{v } 1000 \text{ m}^3$$

Garážování v A 2 zahrnují proměnné x_{67} až x_{91} , proto

$$\sum_{96}^{57} x \geq 19 \quad \sum_{96}^{57} x \leq 41$$

KAPACITA DODAVATELŮ

Příslušná omezení jsou uvedena vpředu. Kapacita je dána jako závazná bilance ročního podílu lesního hospodářského plánu a nemůže mít proto žádné libovolné hranice. Do modelu se vkládá jako neměnná rovnice.

Dodávku dřeva z lesní části B 1 vyjadřují proměnné

$$\begin{array}{ll} x_1 \text{ až } x_5 & x_{117} \text{ až } x_{121} \\ x_{57} \text{ až } x_{61} & x_{174} \text{ až } x_{178} \\ x_{92} \text{ až } x_{96} & \end{array}$$

Součet těchto proměnných musí odpovídat těžbě 20 000 m³, proto vyjádřeno v 1000 m³ bude

$$x_1 + x_2 + \dots + x_5 + \dots + x_{57} + x_{58} + \dots + x_{117} + x_{118} \dots + x_{177} + x_{178} = 20.$$

Podobným způsobem se vyjádří dodávka z ostatních lesních částí.

KAPACITA ODBĚRATELŮ

Kapacity jsou též určeny vpředu. Je použito tří druhů podmínek:

U odběratelů s direktivně určeným množstvím se používá rovnic (C 15, C 16). Dodávku do C 16 řeší proměnné

$$x_5 + x_{20} + x_{26} + x_{31} + x_{61} + x_{70} + x_{76} + x_{81} + x_{96} + x_{106} + x_{121} + x_{178} = 7,1 \quad (\text{v } 1000 \text{ m}^3)$$

U odběratelů, kterým nemusí být dodána žádná hmota, avšak kterým by bylo z hlediska dodavatele výhodné dodávat, je použito pouze horní hranice. Počítač může podle výhodnosti příslušnou proměnnou zařadit. Takový případ je u proměnných C 3, C 4, C 6, C 7, C 10, C 11, C 12, C 13, C 14, C 15. Jde o nerovnosti, v nichž požadavky jsou uvedeny znaménkem <. Tak např. dodávka pro C 13 je vyjádřena vztahem

$$x_{10} + x_{126} + x_{183} < 0,5 \quad (\text{v } 1000 \text{ m}^3)$$

U některých proměnných je použito způsobu, který vyhovuje vyjádření závazných dodávkových úkolů. Zde je třeba vyjádřit určenou minimální hranici (minimální množství) dodávek, které musí být dodrženo. Takové minimální úkoly jsou stanoveny u odběratelů C 1, C 2, C 5, C 8, C 9.

U odběratelů C 1, C 2, C 8 a C 9 jsou určeny závazné úkoly určující minimální množství dodávek. U těchto odběratelů jsou navíc stanoveny i horní hranice, které vyplývají z kapacity jejich skladů dřeva.

Tak dolní hranici odběru dřeva u C 8 vyjadřuje podmínka:

$$x_{34} + x_{44} + x_{49} + x_{84} + x_{109} + x_{134} + x_{144} + x_{149} + x_{155} + x_{161} + x_{166} > 700$$

Naopak horní možnou hranici dodávek u téhož odběratele vyjadřuje vztah

$$x_{34} + x_{44} + x_{49} + x_{84} + x_{109} + x_{134} + x_{144} + x_{149} + x_{155} + x_{161} + x_{166} < 2000$$

ÚČELOVÁ FUNKCE

Po zvážení všech reálných možností bylo vymodelováno 192 variant. Tyto varianty může závod libovolně kombinovat. Za účelovou funkcí byla zvolena minimalizace ujetých kilometrů. Pro každou jednotlivou variantu byl vypočten počet km na 1 m³, a to ve sloupci 7 tabulky III. Sestavení matematické formulace je nyní zřetelné a bude:

$$3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 6x_4 + \dots + 3x_{32} + 4x_{33} + \dots + 3x_{132} + 3x_{133} + 4x_{134} + \dots + 2x_{190} + 3x_{191} + 4x_{192} = \text{minimum.}$$

SIMPLEXOVÝ ALGORITMUS

K výpočtu bylo použito simplexové metody. K jejímu uplatnění je zapotřebí převést všechny nerovnosti na rovnice pomocí umělých proměnných. V modelu jde o proměnné 193 až 201, tedy pro všechny nerovnosti, u nichž je v požadavkovém sloupci znaménko $\geq$. Pro znaménko $\leq$ je již jednotkový vektor součástí programu samotného výpočtu.

SAMOČINNÝ POČÍTAČ

Optimální organizaci dopravy, tedy minimální počet ujetých kilometrů, řeší samočinný počítač jako soustavu 41 rovnic ($M = 41$) a 201 neznámých (proměnných) ($N = 201$). Strukturní proměnné v počtu 192 byly doplněny umělými proměnnými v počtu 9. K optimálnímu výsledku dospěl počítač po 55 eliminačních krocích. Zařazením prohibitivní proměnné ve výši – 1000 bylo zabezpečeno, aby ve výsledku byly dodrženy žádoucí podmínky.

Výsledkem je minimum ujetých kilometrů. Matematicky lze v dané soustavě rovnic a nerovností dosáhnout lepšího výsledku pouze změnou podmínek. V tabulce IV je výsledek. Ve sloupci INDEX jsou uvedeny za sebou všechny proměnné, které zařadil jako nejvýhodnější, a ve vedlejším sloupci HODNOTA je množství m³, ve kterém se tyto proměnné mají zařadit.

Součástí výpočtu je další část tabulky, označená jako DUAL, která zahrnuje všechny nezařazené proměnné i s uvedením HODNOTY, o níž se zhorší optimum v případě, že by některá z nich byla dodatečně zařazena do výsledku. Duální část tabulky slouží tedy pro pozdější postoptimalizační úpravy.

VÝSLEDEK VÝPOČTU			PRIMAR		DUAL	
INDEX	HODNOTA	Garáž A	Dodavatel B	Odběratel C	INDEX	HODNOTA
3	11,00000	1	1	5	1	,0000000
7	3,000000	1	2	2	4	5,000000
11	3,000000	1	2	14	5	3,000000
12	5,000000	1	3	1	6	1,000000
13	18,50000	1	3	2	8	1,000000
16	13,80000	1	4	1	9	2,000000
21	1,700000	1	5	1	10	,0000000
28	14,00000	1	6	3	14	1,000000
69	1,700000	2	4	15	15	2,000000
71	31,30000	2	5	1	17	2,000000
102	,5000000	3	6	1	18	2,000000
104	2,500000	3	6	5	19,	,0000000
106	7,000000	3	6	16	20	4,000000
115	1,500000	3	5	5	22	2,000000
116	,5000000	3	11	6	23	3,000000
123	7,800000	4	2	2	24	2,000000
126	,5000000	4	2	13	25	1,000000
133	1,000000	4	7	7	26	2,000000
138	,7000000	4	8	2	29	,0000000
140	1,000000	4	8	11	30	4,000000
153	3,000000	5	7	4	31	,0000000
154	3,600000	5	7	7	32	1,000000
156	,7000000	5	7	9	33	1,000000
161	,8000000	5	9	8	34	2,000000
163	,3000000	5	9	12	35	1,000000
167	,1000000	5	10	9	36	8,000000
168	,5000000	5	10	10	37	9,000000
174	9,000000	6	1	1		atd.

POROVNÁNÍ SE SOUČASNÝM STAVEM

K porovnání matematického optima se skutečně používanými způsoby odvozu musíme použít stejné metody, jaké bylo použito při sestavení modelu. Podle současné situace se zjistí, kterých technologií z vypočtených 192 variant se používá a v jakém množství. Tato množství se vynásobí počtem kilometrů z řádku „účelová funkce“. Tímto výpočtem se zjistilo:

Optimální (minimální) spotřeba kilometrů podle výpočtu samočinného počítače činí 294 899,868 km.

Spotřeba kilometrů vypočtená podle skutečně používaných variant činí 323 050,000 km.

Rozdíl (úspora) 28 150,132 km.

Úspora představuje 8,71 % a podle počtu ujetých kilometrů jde o možné snížení počtu aut o 1,03 ks, tedy o úsporu v nákladech o 222 300 Kčs ročně.

Došlo dne 3. 11. 1976

ВИЦЕНА, И. (Jihočeské dřevařské závody, n. p., Volary). Трёхразмерная проблема транспорта лесного предприятия. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 701-712.

Математические методы являются перспективным средством управления автотранспортом в лесных хозяйствах и предприятиях. Упрощенные аппроксимативные методы можно применять лишь в единичных случаях. Ввиду сложности проблем транспорта, которые всегда связаны с условиями отношений между поставщиками и потребителями и возможностями применения разных видов транспортных средств, выгоднее симплексный алгоритм, позволяющий оценивать большое число вариантов.

Кроме установления возможностей достижения минимального количества километров, порядок вычислений позволяет определить:

1. Наиболее рациональный способ транспортировки между местонахождениями потребителей и поставщиков.
2. Наиболее выгодное размещение автомашин по отдельным местам гаражного хранения.
3. Закрепление автотранспортных средств за отдельными лесодоставщиками соответственно требованиям наиболее экономичного производства.
4. Объективно оценить капитальное строительство транспортных центров и их потенциальную мощность.

Составление модели не особенно сложно. Оно требует конкретного знания транспортной и сбытовой ситуации. Не предъявляет больших требований к отправным данным, так как имеет дело с километрами, со статистически установленными средними затратами, выработками, с сортировкой заготовительного фонда.

Оценка на электронно-вычислительной машине Минск-22 потребовала затрат в размере около 4000 крон. Составление модели одним работником продолжается приблизительно 15 дней.

лесотранспорт; транспортные центры; управление транспортом; модель

VICENA, I. (Jihočeské dřevařské závody, n. p., Volary). *Three-dimensional Transport Problem of Forest Establishment*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 701-712.

The application of mathematical methods is a promising approach to the management of car transport in Forest Establishments and Enterprises. Simplified approximate methods can scarcely be used.

Simplex algorithm, which enables to evaluate a great number of variants, is more suitable for complexity of car transport problems which are always connected with delivery — customer conditions and with the possibilities of employment the various means of transportation.

Besides stating the possibilities how to reach the minimum number of kilometres, the arithmetical process enables to determine:

1. The most economical way of transport between delivery and customer
2. The most advantageous dislocation of cars to individual garages
3. The distribution of cars to individual delivery places according to requirements of the most economical transport
4. To evaluate objectively the investment construction of transport centers and their capacity.

The construction of the model is not very complex. It requires a concrete knowledge of transport and market situation. It is not exacting on data information because it operates with kilometres, statistically established average costs, performances and assortment of the cutting fund.

Computer processing cost cca 4000 Kčs. The construction of the model by one worker takes about 15 days.

timber transport; transport centers; transport management; model

VICENA, I. (Jihočeské dřevařské závody, n. p., Volary). *Dreidimensionales Verkehrsproblem des Forstbetriebes*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 701-712.

Die mathematischen Methoden werden zum perspektiven Mittel für die Leitung des Autoverkehrs in den Forstbetrieben und Unternehmen. Die vereinfachten

approximativen Methoden kann man nur in Einzelfällen benutzen. Für die Kompliziertheit der Verkehrsprobleme, die immer mit den Liefer- und Kundenbedingungen und Möglichkeiten der Anwendung von verschiedenen Verkehrsmitteln zusammenhängen, ist mehr geeignet der simplex Algorhythmus, der ermöglicht eine ganze Menge von Varianten auszuwerten. Neben der Ermittlung von Möglichkeiten, wie man eine minimale Kilometeranzahl erreichen kann, ermöglicht das Rechenverfahren folgendes zu bestimmen:

1. Die wirtschaftlichste Art und Weise des Transports zwischen den Liefer- und Kundenorten.
2. Die günstigste Dislokation von Wagen auf die einzelnen Garageplätze.
3. Die Zuteilung der Wagen auf die einzelnen Lieferorte nach den Anforderungen des wirtschaftlichsten Verkehrs.
4. Den Investitionsaufbau der Verkehrszentren und deren Kapazitäten objektiv zu beurteilen.

Die Zusammenstellung von Modell ist nicht besonders kompliziert. Sie erfordert konkrete Kenntnis der Verkehrs- und Absatzlage. Sie ist nicht anspruchsvoll auf die Unterlagenangaben, weil sie mit Kilometern operiert, weiter mit den statistisch ermittelten Durchschnittskosten, mit der Leistung und mit der Sortimentierung von Gewinnungsfonds.

Die Auswertung auf der automatischen Rechenanlage MINSK 22 erforderte Kosten in der Höhe von cca 4.000 Kčs. Die Zusammenstellung des Modells dauert einem Mitarbeiter etwa 15 Tage.

Holztransport; Verkehrszentren; Verkehrsleitung; Modell

VICENA, I. (Jihočeské dřevařské závody, n. p., Volary). *Problème de transport à trois dimensions d'une entreprise forestière*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 701-712.

Les méthodes mathématiques constituent, dans les entreprises et les établissements forestiers, un moyen perspectif pour la gestion des transports automobiles. Les méthodes approximatives simplifiées ne peuvent être utilisées que dans des cas isolés. A cause de la complexité des problèmes de transport qui sont toujours en rapport avec les conditions définies dans la sphère fournisseur-acheteur et avec les possibilités d'utilisation des moyens de transport différents, c'est toujours l'algorithme du complexe qui convient le mieux, permettant en effet d'évaluer une grande quantité de variantes.

Outre l'identification des possibilités permettant d'atteindre le nombre minime de kilomètres, le procédé de calcul facilite encore de déterminer :

1. Le mode le plus économique de transport entre les lieux de fournisseurs et ceux d'acheteurs.
2. La répartition la plus avantageuse des camions dans les lieux de garage particuliers.
3. L'attribution des voitures aux lieux particuliers de fournisseurs, selon les exigences du service le plus économique.
4. Et d'estimer objectivement la nécessité de construction des centres de transport et la capacité de ces derniers.

La construction du modèle n'est pas particulièrement compliquée. Elle n'exige en effet que la connaissance concrète de la situation de transport et d'écoulement. Le modèle n'est pas exigeant sur les données documentaires, car les opérations ne concernent que les kilomètres, les frais et les rendements moyens statistiquement identifiés et les assortiments du fonds d'exploitation.

Le coût de l'estimation sur le calculateur automatique Minsk 22 se chiffrait à environ 4000 Kčs. La construction du modèle dure à un travailleur environ quinze jours.

transport du bois; centres de transport; gestion du transport; modèle

Adresa autora:

Ing. Ivo Vicena, CSc., Jihočeské dřevařské závody, n. p., Volary

R. Midriak

MIDRIAK, R. (Výskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen). *Zhodnotenie protieróznej funkcie lesov v ČSSR*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 713-726.

Protierózna funkcia lesa sa hodnotila na základe protierózneho funkčného potenciálu lesov (tabuľka I), ktorý sa odvodzoval z intenzity potenciálnej vodnej erózie pôdy (vypočítanej podľa Frevertovej rovnice modifikovanej pre podmienky ČSSR Zdražilom a Stehlíkom). Podľa makrorajonizácie (obr. 1, 2) majú lesy v ČSSR len na ploche 0,2 % lesného pôdneho fondu bezvýznamnú protieróznú funkciu, na 26,7 % rozlohy je ich protierózna funkcia málo významná, na 35,0 % plochy stredne významná, na 35,1 % rozlohy vysoko významná a na 3,0 % plochy veľmi vysoko významná. Lesy na území SSR majú celkovo približne 3,4-násobne väčší protierózný funkčný potenciál oproti lesom na území ČSR. Na Slovensku dosahuje priemerný potenciálny odnos pôdy na ploche lesa vyšší montánný stupeň (nad 1000 m n. m.) 5,85 mm za rok a na ploche kosodreviny v subalpínskom stupni až 8,90 mm za rok. Na základe vyhodnotenia 5 orografických celkov vysokých pohorí Západných Karpát na Slovensku pomocou fotogrametrickej metódy sa zistilo, že mapovateľnými formami deštrukcie pôdy (erózia a iné morfogenetické procesy) je tam nad 1000 m n. m. postihnuté 6,5 % celkovej rozlohy lesov a kosodreviny. Podiel erodovanej plochy vykazuje tesnú závislosť od % lesnatosti a od nadmorskej výšky. Okrem protieróznej funkcie sa zhodnotila aj protideflačná a protizosuvná pôdoochranná funkcia lesov. Autor dospel k názoru, že oblasti so zvýšeným záujmom na pôdoochrannom pôsobení lesov predstavujú spolu v ČSSR 14,3 % plochy lesného pôdneho fondu (tabuľka III).

intenzita erózie; protierózný funkčný potenciál; odnos pôdy

Lesy sú jedným z najväčších prírodných bohatstiev našej vlasti, pričom všestranne slúžia socialistickej spoločnosti. To znamená, že ich význam nespočíva len v poskytovaní dreva, ktoré je stále cennou surovinou pre rozvoj národného hospodárstva, ale aj v ochranných a iných účinkoch, teda v mimoprodukčných, resp. vo všeužitočných funkciách lesa. S rastom uvedomovania si celospoločenského významu lesov stáva sa nutnosťou exaktne kvalitatívne, ale najmä kvantitatívne vyčíslit popri funkcii lesa ako producenta drevnej hmoty aj ekvivalentnú hodnotu jeho mimoprodukčných funkcií, ktorých význam v lesnom hospodárstve sa môže za určitých okolností stať i prvoradým.

Les významne transformuje a modifikuje priebeh jednotlivých prírodných procesov a dynamiku mnohých javov. Z hľadiska ochrany pôdy ide predovšetkým o množstvo a účinok dažďových zrážok na pôdny povrch, o odtok vody z privalových zrážok i z rozpúšťajúceho sa snehu, ďalej o transportné procesy pri vodnej i veternej erózii (najmä deflácií), o niektoré svahové pohyby štvrtohorných pokryvných útvarov (najmä povrchové plošné zosuvy), kryopedologické pôdne procesy, lavíny atď. Vzhľadom

na to, že lesy v svahovitom teréne ovplyvňujú nižšie ležiace polohy, a to rovnako ich zalesnené, ako aj nezalesnené plochy (teda poľnohospodársky využívanú pôdu) – nielen z vodohospodárskeho, ale aj z pôdoochranného hľadiska, treba pri výskume a hodnotení mimoprodukčných funkcií lesa venovať pozornosť aj otázkam pôdoochranej funkcie lesa.

Zásady pre hodnotenie pôdoochranej funkcie lesa na základe univerzálnej Wischmeierovej rovnice pôdných strát, ako aj príklad peňažného ocenenia tejto funkcie v našich prírodných podmienkach, publikoval už F. P a p á n e k (1971). O hodnotenie kvantifikácie ochranného vplyvu lesných porastov proti erózii pôdy sa pokúsil aj Z. A m b r o s (1973) a výšku potenciálnej vodnej erózie pre niektoré lesné typy odvodil I. M í c h a l (1973). D. Z a c h a r (1973) navrhol zasa kritériá pre komplexné posúdenie užitočných funkcií lesov – medzi nimi aj protieróznej funkcie lesa.

Preto, že uvedená problematika je veľmi významná i z praktického hľadiska, zaradil Výskumný ústav lesného hospodárstva vo Zvolene do plánu svojich úloh na roky 1971–1975 aj úlohu Vylíšenie oblasti so zvýšeným záujmom na pôdoochrannom pôsobení lesov (R. M i d r i a k 1975a), ktorá mala prispieť ku komplexnej rajonizácii lesov podľa ich funkcií v ČSSR práve hodnotením pôdoochranej funkcie našich lesov. Úloha bola založená na kvantitatívnom ohodnocovaní jednotlivých častkových pôdoochranných funkcií lesov – protieróznej, protideflačnej a protizosuvnej funkcie lesov na území celej ČSSR.

S ohľadom na to, že pre územie Slovenska sú typickým prvkom povrchu pohoria charakteru vysočín (stredovysočiny nad 800 m n. m. a vysoké vysočiny nad 1500 m n. m. zaberajú 15 % územia SSR), nadobúdajú v nich pôdoochranná i vodohospodárska funkcia lesov mimoriadny význam. Preto sa vo VÚLH vo Zvolene riešila v rovnakom období ako prvá aj ďalšia úloha Výskum užitočných funkcií ochranných lesov v horských oblastiach (R. M i d r i a k 1975b). Obidve uvedené úlohy boli zaradené v rokoch 1973–1975 aj do dvojstrannej vedeckotechnickej spolupráce medzi výskumnými ústavmi lesného hospodárstva MLVH SSR a ČSR (VÚLH Zvolen a VÚLHM Zbraslav) a vedeckovýskumnými ústavmi Štátneho výboru pre lesné hospodárstvo pri Rade ministrov ZSSR (VNIILM Puškino a UkrNIILCHA Charkov) v rámci spoločných výskumných prác na téme Ohodnocovanie vodoochranného a protierózneho významu lesov. V tomto príspevku predkladáme stručný prehľad zamerania, metodických postupov a najmä dosiahnutých výsledkov pri riešení obidvoch uvedených výskumných úloh, a to najmä z hľadiska hodnotenia protieróznej funkcie lesa.

CIEL A OBJEKTY VÝSKUMU

Prvá z uvedených výskumných úloh (R. M i d r i a k 1975a) mala za cieľ vyčleniť oblasti zvýšeného záujmu na pôdoochrannom pôsobení lesov vo vzťahu k stanovištným pomerom tak, aby sa získali podklady pre rajonizáciu lesov podľa ich hlavných funkcií s ohľadom na pôdoochranný funkčný potenciál lesov v ČSSR. Ako hlavný cieľ realizačného výstupu úlohy sa stanovilo vypracovanie mapy ČSSR, znázorňujúcej v priereze

podľa lesných hospodárskych celkov i orografických celkov pôdoochranný význam lesov v závislosti od náchylnosti územia lesného pôdneho fondu na vodnú eróziu. Tým sa súčasne sledoval aj ďalší cieľ – získanie podkladov pre hospodárskoupravnícke a pestovateľské opatrenia na zámerné zvýšenie pôdoochranného funkčného efektu lesa.

Objektom tohto výskumu protieróznej funkcie lesa bol celý lesný pôdny fond ČSSR na rozlohe 4 436 528 ha. Makrorajonizácia územia ČSSR z hľadiska priemerného potenciálu lesnej pôdy sa urobila v mierke 1:1 000 000 (z podkladov – kartogramov vyhotovených v Geografickom ústave ČSAV v Brně a v Geografickom ústave SAV v Bratislave – v mierke 1:200 000) pre 597 lesných hospodárskych celkov (LHC) podľa ich stavu k roku 1970, resp. pre 134 orografických celkov, ktoré sú vyčlenené predovšetkým na geomorfologickom základe a predstavujú tak oproti rájonom v prvom prípade (LHC) stabilné prírodné územné jednotky v našom štáte s charakteristickou stavbou a aspoň sčasti odlišnou intenzitou reliéfových procesov.

Cieľom druhej z uvedených výskumných úloh (R. Midriak 1975b) bolo najmä kvantitatívne vyjadrenie pôdoochrannej a protilávínovej funkcie ochranných lesov v horských oblastiach s osobitným zameraním na lesy v oblasti ich hornej hranice a na kosodrevinový stupeň vysokých pohorí Západných Karpát na Slovensku. Vzhľadom na to, že výskum nebol u nás doteraz zameraný na stacionárne zisťovanie skutočného pôdoochranného účinku lesov jednotlivých typov, ťažisko našich výskumných prác spočívalo v kvantitatívnom (číselnom i kartografickom) vyhodnocovaní pôdoochranného funkčného potenciálu horských lesov na základe intenzity potenciálnej zrážkovej erózie pôdy, ktorá je najvýznamnejším pôdnodeštruktívnym procesom v pohoriach našich zemepisných šírok.

Objektom výskumu v tomto prípade boli lesy vyššieho montánneho stupňa nad 1000 m n. m. a kosodrevina v subalpínskom stupni. Vo vysokých pohoriach, ako aj vo vrchovinách flyšového pásma, centrálnych a sopečných Karpát na území Slovenska sme vyhodnotili v polohách nad 1000 m n. m. spolu v 32 orografických celkoch v mierke 1:25 000 celkom 222 688 ha plochy lesa a kosodreviny.

Ďalším cieľom úlohy Výskum užitočných funkcií ochranných lesov v horských oblastiach bolo aj zistenie kvantitatívnych vzťahov medzi eróziou, resp. inými formami deštrukcie pôdy a lesnatosťou vysokých pohorí Západných Karpát, štúdium synmorfológie hornej hranice lesa a kosodreviny a napokon ozrejenie kvalitatívnej stránky protilávínovej funkcie lesa vo vysokohorských oblastiach Západných Karpát.

Zhodnotenie skutočného postihnutia plochy deštrukciou pôdy v najvyšších, najmä odlesnených častiach montánneho a subalpínskeho stupňa sa vykonalo v Západných, Belianskych a Nízkyh Tatrách, ako aj vo Veľkej a Malej Fatre na 8 modelových územiach o celkovej rozlohe 13 829 ha jej vyhodnotením univerzálnou fotogrametrickou metódou (z leteckých snímok) v mierke 1:10 000. Za účelom detailnejšieho vyhodnotenia synmorfológie hornej hranice lesa a kosodreviny sme niektoré typické lokality zvolili za modelové svahy, na ktorých sa vykonala detailná analýza mapovateľných komponentov metódou pozemnej stereofotogrametrie vo veľkých mierkach 1:500 až 1:2 500 (R. Midriak 1975b, c).

STRUČNÝ METODICKÝ OPIS OHODNOCOVANIA PROTIERÓZNEJ FUNKCIE LESA

Exaktné vyjadrenie protieróznej funkcie lesa naráža na veľké ťažkosti, lebo z našich prírodno-hospodárskych podmienok nemáme kvantitatívne údaje dlhodobých stacionárnych meraní o intenzite konkrétnej ani prípustnej erózie pôdy, ktorú by sme mohli vyjadriť v mm, v m³ alebo v t na ha za rok odnesenej pôdy pre jednotlivé stanovištné jednotky lesa. V súčasnom období môžeme s väčšou alebo menšou mierou spoľahlivosti hodnotiť len potenciálnu eróziu, vyjadrenú odnosom (splachom), ku ktorému by došlo na skúmanom území za predpokladu, že by nebola žiadna ochrana proti eróznym činiteľom – teda na terajšej lesnej pôde bez existencie lesa a technických protieróznych opatrení.

Usúdili sme, že za danej situácie je účelnejšie vypočítať a uvádzať potenciálnu protieróznú funkciu lesa, vyjadrenú protieróznym funkčným potenciálom, než jeho efektívnu protieróznú funkciu, ktorá by sa musela vyjadriť protieróznym funkčným efektom lesa. Protierózný potenciál má všeobecnú platnosť, pretože ním ohodnocujeme nemenné prírodné podmienky a faktory, ktoré pôsobia viac-menej stabilne i pri meniacich sa faktoroch vegetácie (napr. vek a štruktúra porastu) a antropogénnych vplyvov (napr. ťažbovo-obnovný spôsob, hustota lesnej cestnej siete, protierózne opatrenia a pod.). Naproti tomu druhá z uvedených hodnôt – protierózný efekt – vyjadruje momentálny skutočný stav plnenia funkcií za daných vegetačných podmienok a antropogénnych vplyvov, ktoré sa môžu rýchlo zmeniť.

Opodstatnenosť tohto potvrdzuje aj F. Papánek (1975), podľa ktorého je funkčný potenciál rozhodujúcim momentom z hľadiska plánovania rozvoja lesného hospodárstva a hospodárskej úpravy lesa, zatiaľ čo funkčný efekt je dôležitý z hľadiska kontroly lesného hospodárstva, lebo na jeho základe by bolo možné požadovať úhradu za plnenie mimoprodukčných funkcií lesa.

Protierózný funkčný potenciál sme odvodzovali z intenzity potenciálnej vodnej erózie pôdy. Pre vyjadrenie potenciálnej erózie pôdy tečúcou vodou, ktorá má v našich prírodných podmienkach absolútnu prevahu medzi pôdnodeštrukčnými procesmi, sa používajú najmä tzv. univerzálne rovnice na výpočet pôdných strát. Medzi najznámejšie, ktoré sa ujali v praxi, patria Wischmeierova a Frevertova rovnica. S ohľadom na to, že v porovnaní so skutočnými hodnotami erózneho odnosu dáva Wischmeierova rovnica v našich prírodných podmienkach relatívne vysoké hodnoty, pričom pre ňu nemáme ani dostatočne presné podklady najmä o intenzite zrážok, rozhodli sme sa pre výpočet intenzity potenciálnej erózie pôdy v ČSSR použiť skrátený tvar Frevert-Zdražilovej rovnice (K. Zdražil 1965) v modifikácii O. Stehlíka (1970).

Modifikovaná rovnica má tvar

$$E_p = D \cdot G \cdot P \cdot S,$$

- kde E_p – potenciálna vodná erózia (odnos pôdy) v mm za rok,
 D – koeficient klimatických podmienok,
 G – koeficient geologických podmienok,
 P – koeficient pôdných podmienok,
 S – koeficient sklonitostných podmienok.

Pri hodnotení pôsobenia jednotlivých činiteľov na vývoj erózných javov môžeme podľa posledne citovaného autora vo všeobecnosti konštatovať, že vplyv prírodných faktorov aj napriek ich relatívne značnej priestorovej variabilite je vcelku miestne stabilný. Také prírodné faktory a podmienky, akými sú napr. klimatické, geologické a pôdne pomery i hodnoty sklonu svahov, sú nielen prirodzene stabilné, ale ich pôsobenie na intenzitu erózie pôdy nemôže človek pri jeho súčasných možnostiach prakticky ovplyvniť. Podiel pôsobenia týchto faktorov a podmienok v súhrnnej hodnote erózie pôdy môžeme označiť za jeden z variantov potenciálnej erózie pôdy. Je to teda taká erózia, ku ktorej by na skúmanom území došlo za predpokladu, že by priebeh erózných procesov neovplyvňovala ani vegetačná pokrývka, ani rozličné zásahy človeka, ktoré možno v rôznej miere (z pozitívneho i negatívneho hľadiska) zaradiť do kategórie protierózných opatrení.

Skrátený tvar rovnice $E_p = D \cdot G \cdot P \cdot S$ umožňuje kedykoľvek ňou získané výsledky intenzity potenciálnej erózie aplikovať na výpočet skutočnej hodnoty erózie zodpovedajúcej príslušnému stavu vegetačnej pokrývky a antropogénnych faktorov na danom mieste. Intenzitu skutočnej erózie možno vypočítať rozšíreným tvarom rovnice

$$E_s = D \cdot G \cdot P \cdot S \cdot L \cdot O,$$

kde L — koeficient neprerušenej dĺžky svahu,

O — koeficient podielu erózne málo odolných plodín (resp. vegetácie).

Frevertova-Zdražilova rovnica pre výpočet pôdných strát je vhodná najmä pre hodnotenie menších územných celkov. Pravdepodobnosť výpočtov sa zväčšuje so zmenšovaním veľkosti merných (ohodnocovaných) plôch. Potenciálne pôdne straty podľa skrátenej 4-faktorovej rovnice sa vyjadrovali ako priemerné hodnoty pre každý km^2 územia ČSSR. Z nich sme potom brali pre výpočet protierózneho funkčného potenciálu lesov len plochu lesnej pôdy v jednotlivých lesných hospodárskych celkoch.

I. Triedenie protierózneho funkčného potenciálu lesov v ČSSR na základe intenzity potenciálnej vodnej erózie pôdy. — The classification of the anti-erosion functional forest potential in Czechoslovakia on the basis of intensity of the potential water erosion of the soil

Stupeň	Intenzita potenciálneho odnosu pôdy E_p			Označenie protierózneho funkčného potenciálu lesa	Označenie závažnosti protierózneho funkcie lesa
	označenie	mm za rok	m^3 na ha za rok		
1	2	3	4	5	6
1.	nepatrná	<0,05	<0,5	nepatrný	bezvýznamná
2.	slabá	0,06 — 0,50	0,6 — 5,0	nízky	málo významná
3.	stredná	0,51 — 1,50	5,1 — 15,0	priemerný	stredne významná
4.	silná	1,51 — 5,00	15,1 — 50,0	vysoký	vysokovýznamná
5.	veľmi silná	5,01 — 15,00	50,1 — 150,0	veľmi vysoký	veľmi vysoko významná

Pre celkovú klasifikáciu a triedenie intenzity potenciálnej vodnej erózie pôdy na lesnom pôdnom fonde ČSSR sme zvolili modifikovanú 5-členú stupnicu podľa D. Z a c h a r a (1970) (tabuľka I). Potenciálna erózia pôdy tečúcou vodou, vypočítaná ako súčin štyroch stabilných prírodných faktorov stanovišťa ($E_p = D.G.P.S$), je podľa našich hypotéz rovná približne 5- až 125-násobku (priemerne 65-násobku) skutočnej hodnoty vodnej erózie v lesných porastoch – podľa rôzneho veku a štruktúry. S ohľadom na uvedené skutočnosti sme navrhli aj kategorizáciu protierózneho funkčného potenciálu lesa (tabuľka I – stĺpec 5) v závislosti od veľkosti priemernej hodnoty intenzity vypočítanej potenciálnej erózie pôdy (tabuľka I – stĺpec 3 a 4).

Vo vzťahu k protieróznemu funkčnému potenciálu je potom možné odvodiť aj závažnosť protierózne funkcie lesa (tabuľka I – stĺpec 6) v lesných hospodárskych celkoch ČSSR, a tak urobiť rajonizáciu lesov ČSSR podľa protierózneho funkčného potenciálu, resp. podľa pôdoochranej (predovšetkým však protierózne) funkcie. Z hľadiska označenia závažnosti protierózne funkcie lesa sme vyčlenili ako oblasti so zvýšeným záujmom na pôdoochrannom pôsobení lesov v ČSSR tie rajóny (okrsky), ktoré vykazujú 5. stupeň intenzity potenciálnej erózie pôdy a protierózna funkcia lesa na ich ploche je veľmi vysoko významná.

VÝSLEDKY VÝSKUMU OHODNOCOVANIA PROTIERÓZNEJ FUNKCIE LESA V ČSSR

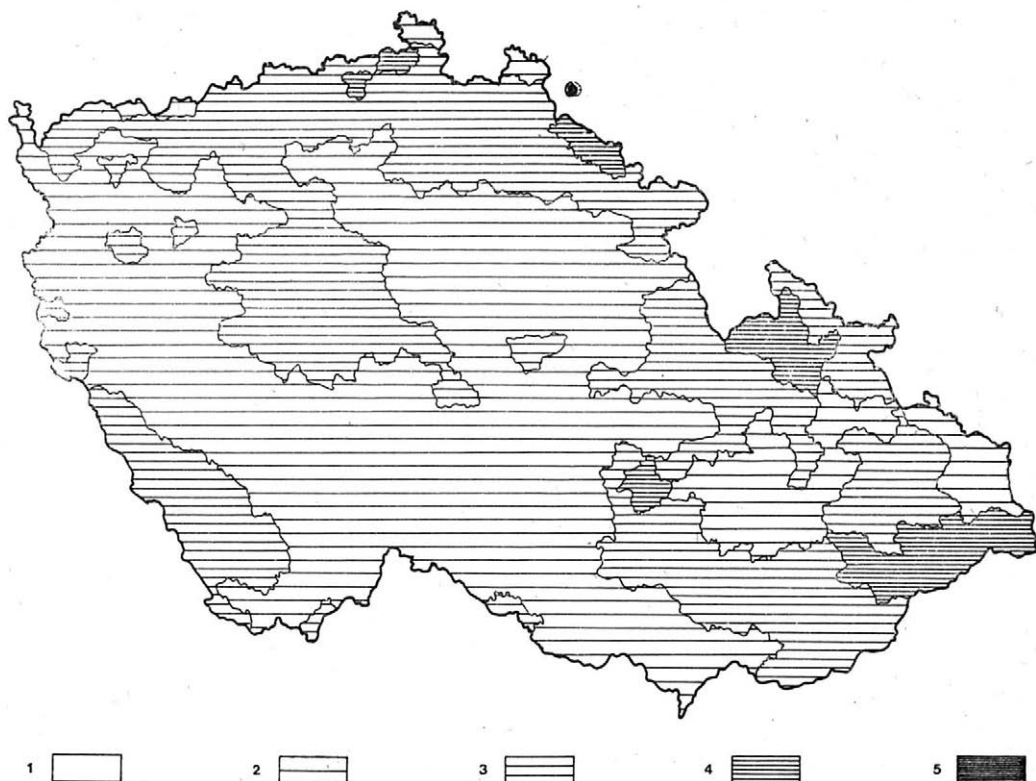
Na základe makrorajonizácie lesov ČSSR v priereze podľa 597 lesných hospodárskych celkov sme zistili, že v ČSR (kde sa nachádza 389 LHC) prevláda na lesnej pôde stredná intenzita erózie s priemerným potenciálnym odnosom pôdy 0,77 mm za rok, a tak je tam protierózny funkčný potenciál lesa priemerný, zatiaľ čo v SSR (208 LHC) je v priemere intenzita erózie silná, s potenciálnym odnosom až 2,63 mm za rok, a tak tam prevláda vysoký protierózny funkčný potenciál lesa. Priemerný potenciálny ročný odnos pôdy z lesného pôdneho fondu ČSSR je 1,54 mm za rok (resp. 15,4 m³ na ha za rok), čo zhruba odpovedá intenzite sekulárnej erózie,

II. Rozdelenie lesnej pôdy v ČSSR (podľa makrorajonizácie na báze LHC) z hľadiska jej ohrozenosti eróziou pôdy vplyvom tečúcej vody. — The classification of the forest soil in Czechoslovakia (according to a macrorayonization on the basis of LHC) from a point of view of its exposure to the erosion owing to running water

Intenzita potenciálnej vodnej erózie	ČSR		SSR		ČSSR	
	lesná pôda					
	ha	%	ha	%	ha	%
1. nepatrná	—	—	8 322	0,5	8 322	0,2
2. slabá	1 144 195	43,9	43 760	2,4	1 187 955	26,7
3. stredná	1 212 778	46,6	339 671	18,5	1 552 449	35,0
4. silná	247 581	9,5	1 307 658	71,4	1 555 239	35,1
5. veľmi silná	—	—	132 563	7,2	132 563	3,0
Spolu	2 604 554	58,7	1 831 974	41,3	4 436 524	100,0

nameranej na spustnutých pôdach lesného pôdneho fondu SSR (R. Midriak 1969).

Rozpätie krajných priemerných hodnôt potenciálneho odnosu pôdy v jednotlivých LHC ČSSR je pomerne veľké – kolíše od 0,05 mm za rok (LHC Dunajská Streda) až po 7,71 mm za rok (LHC Belá – Necpaly). Tento 154-násobný rozdiel vo veľkosti priemerného ročného odnosu pôdy sa vyskytuje na území SSR, kde je väčšia variabilita stupňov intenzity potenciálnej vodnej erózie pôdy (v porovnaní s územím ČSR), spôsobená celkove mladším vekom pohorí, ich väčšou členitosťou (hlbšie erózne bázys a väčší priemerný sklon svahov), väčšou geomorfologickou pestrosťou a celkove väčším podielom ľahšie erodovateľných hornín v hornatom území Slovenska.



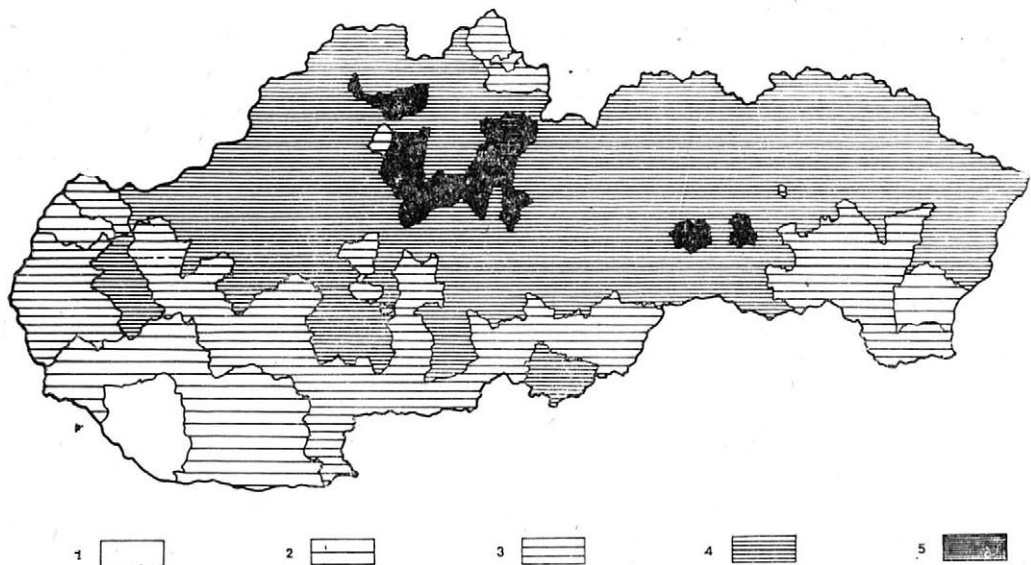
1. Mapa protierózneho funkčného potenciálu lesa v ČSR: 1 – nepatrný, 2 – nízky, 3 – priemerný, 4 – vysoký, 5 – veľmi vysoký protierózne funkčný potenciál. – A map of the anti-erosion functional forest potential in ČSR: 1 – slight, 2 – low, 3 – average, 4 – high, 5 – very high anti-erosion functional potential

Prehľad o rozdelení lesnej pôdy ČSSR z hľadiska jej ohrozenosti vodnou eróziou uvádzame v tabuľke II a na mapách 1 a 2.

Podľa makrorajonizácie na báze LHC majú lesy v ČSSR len na ploche 0,2 % lesného pôdneho fondu bezvýznamnú protieróznou funkciu; na 26,7 % rozlohy je ich protierózna funkcia málo významná, na 35,0 % plochy stredne významná, na 35,1 % rozlohy veľmi významná a na 3,0 % plochy veľmi vysokovýznamná. Lesy na území Slovenska majú celkove

približne 3,4-násobne väčší protierózny funkčný potenciál oproti lesom na území ČSR.

Podobne, ako podľa LHC, urobili sme makrorajonizáciu územia ČSSR z hľadiska intenzity potenciálnej erózie lesnej pôdy aj podľa orografických celkov (spolu 134). Čím sa však veľkosť zvolenej územnej jednotky (rajónu, celku) pri makrorajonizácii zvyšuje, tým sa rozdiely v priemeroch vyjadrovaného potenciálneho odnosu pôdy medzi jednotlivými miestami viac stierajú.



2. Mapa protierózneho funkčného potenciálu lesa v SSR: 1 — nepatrný, 2 — nízky, 3 — priemerný, 4 — vysoký, 5 — veľmi vysoký protierózny funkčný potenciál. — A map of the anti-erosion functional forest potential in SSR: 1 — slight, 2 — low, 3 — average, 4 — high, 5 — very high anti-erosion functional potential

Vo všeobecnosti prevláda na lesnej pôde ČSSR podľa jej makrorajonizácie na základe orografických celkov silná intenzita potenciálnej erózie (36,4 %), ktorá je výrazná predovšetkým na Slovensku, kde majú lesy s vysokým protieróznym funkčným potenciálom vyše 77% zastúpenie. Takéto sú najmä lesy veľkoplošných pohorí, medzi ktoré patrí predovšetkým Slovenské rudohorie, Nízke Beskydy, Nízke Tatry, Strážovské vrchy a rad ďalších vysokých pohorí a vrchovín. Spomedzi orografických celkov Českých zemí majú silnú intenzitu erózie s vysokým protieróznym funkčným potenciálom lesa najmä jednotlivé pohoria Západných Karpát na území Moravy, a len v menšej miere aj pohoria Českej vysočiny v sudetskej sústave. Veľmi silnú intenzitu potenciálnej vodnej erózie lesnej pôdy (priemerne až 5,93 mm za rok) a tým aj veľmi vysoký protierózny funkčný potenciál lesa ako jediný orografický celok v ČSSR predstavuje Veľká Fatra na Slovensku.

Preto, aby sa mohla posúdiť nielen protierózna, ale aj pôdoochranná funkcia lesa vo všeobecnosti, vyčlenili sme oblasti so zvýšeným záujmom na pôdoochrannom pôsobení lesov v ČSSR, a to rovnako s ohľadom na ich ochranné pôsobenie proti účinkom vodnej erózie, ako aj veternej erózie

a zosúvania pôdy. Celkový prehľad o rozbere takto vyčlenených oblastí uvádzame v tabulke III.

Z prehľadu v tejto tabulke vyplýva, že oblasti so zvýšeným záujmom na pôdoochrannom pôsobení lesov predstavujú spolu v ČSSR 14,3 % plochy lesného pôdneho fondu. Rozsah vyčlenených plôch v SSR je približne 3,7-násobne väčší ako v ČSR. Na Slovensku si vyžadujú lesy viac ako na 1/4 rozlohy lesného pôdneho fondu hospodárenie so zvýšeným záujmom na ich pôdoochrannom pôsobení.

III. Rozloha plôch so zvýšeným záujmom na pôdoochrannom pôsobení lesov v ČSSR.
— Areas with an increased interest in soil protecting effects of the Czechoslovak forests

Pôdnodeštrukčný jav ohrozujúci lesnú pôdu	ČSR		SSR		ČSSR	
	ha	%	ha	%	ha	%
Vodná erózia s veľmi silnou intenzitou	37 237	10,18	328 462	89,82	365 699	57,70
Veterná erózia v najohrozenejších a silne ohrozených oblastiach	10 696	19,72	43 531	80,28	54 227	8,56
Intenzívne zosúvanie pôdy	86 567	40,48	127 264	59,52	213 831	33,74
Spolu	134 500	21,22	499 257	78,78	633 754	100,00
% plochy z celkovej výmery lesnej pôdy	5,16		27,25		14,28	

ERÓZIA PÔDY A PROTIERÓZNA FUNKCIA LESA V HORSKÝCH OBLASTIACH KARPÁT NA SLOVENSKU

Preto, že prírodné podmienky územia SSR sú veľmi špecifické a do značnej miery odlišné od ČSR, v tejto stati podáme stručný prehľad výsledkov úlohy Výskum užitočných funkcií ochranných lesov v horských oblastiach (R. Midriak 1975b) s ohľadom na údaje o protieróznom funkčnom potenciáli lesov nad 1000 m n. m. v 32 orografických celkoch karpatskej sústavy na Slovensku, ako aj údaje o vzťahoch medzi skutočným rozsahom deštrukcie pôdy a lesnatosťou vysokých pohorí Západných Karpát.

Z celkovej rozlohy 222 688 ha nad 1000 m n. m. pripadá v pohoriach slovenských Karpát 95 % na plochu lesa vrátane v minulosti odlesnených enkláv vo vyššom montánnom stupni a 5 % na plochu kosodrevinových porastov v subalpínskom stupni. Lesy tejto plochy patria predovšetkým do smrekovo-bukovo-jedľového, smrekového a kosodrevinového lesného vegetačného stupňa a je v nich zastúpené celkom 13 hlavných skupín lesných typov v zmysle Zlatníkovej typologickej školy.

Najväčšie zastúpenie majú skupiny lesných typov *Fageto-Abietum*, *Abieto-Piceetum* a *Abieto-Fagetum*, ktoré spolu nad 1000 m n. m. v slovenských Karpatoch pokrývajú 58,6 % územia. Stanovištia týchto skupín

lesných typov vykazujú však zväčša priemerný, resp. vysoký (ojedinele i nízky) protierózny funkčný potenciál a len v menšej miere aj veľmi vysoký potenciál. Významný podiel majú aj skupiny lesných typov *Fagetum pauper*, *Fagetum dealpinum* a *Fagetum abietino-piceosum*, pokrývajúce spolu ďalších 25,4 % rozlohy. Aj spomedzi týchto skupín *Fagetum pauper* a sčasti aj *Fagetum abietino-piceosum* zaberajú predovšetkým stanovištia s vysokým a len v menšej miere i s veľmi vysokým protieróznym funkčným potenciálom lesa.

Hoci s relatívne malým zastúpením, majú ostatné skupiny lesných typov (popri *Fagetum dealpinum* z predchádzajúcej kategórie) väčšinou veľmi vysoký protierózny funkčný potenciál a zaberajú tak stanovištia, na ktorých je podľa ukazovateľov prírodných podmienok protierózna funkcia lesa veľmi vysokovýznamná a stáva sa prvoradou. Medzi také skupiny lesných typov patrí najmä *Mughetum*, *Sorbeto-Piceetum*, *Acerto-Piceetum*, ale aj *Fraxineto-Aceretum*, *Fageto-Aceretum* a *Tilieto-Aceretum*, ktoré pokrývajú spolu so skupinou *Fagetum dealpinum* 23,2 % hodnoteného územia.

Na vyhodnotenom území sa vyskytuje 2. až 5. stupeň (v zmysle tabulky I) intenzity potenciálnej erózie pôdy, teda slabá až veľmi silná erózia (na území Belianskych Tatier sa vyskytuje na nepatrnej rozlohe 60 ha aj erózia s katastrofálnou intenzitou, presahujúcou potenciálny odnos 15 mm za rok — na nej má protierózny funkčný potenciál lesa výnimočnú hodnotu). Plochy s nepatrnou eróziou (1. stupeň v tabulke I) sa v polohách nad 1000 m n. m. nevyskytujú.

Priemerný potenciálny odnos pôdy dosahuje na ploche lesa vyššieho montánneho stupňa 5,85 mm za rok a na ploche kosodreviny v subalpínskom stupni až 8,90 mm za rok — v priemere na celom území nad 1000 m n. m. 6,00 mm za rok, čo predstavuje veľmi silnú intenzitu potenciálnej erózie pôdy. Najväčší priemerný ročný potenciálny odnos pôdy vykazujú

IV. Pôdoochranná (protierózna) funkcia lesa a kosodreviny na území slovenských Karpát nad 1000 m n. m. — The soil protecting (anti-erosion) functions of the forest and dwarf mountain pine in Slovakian Carpathians above 1000 m a. s. l.

Stupeň intenzity potenciálnej erózie	Pôdoochranná (protierózna) funkcia	Rozloha					
		les		kosodrevina		spolu	
		ha	%	ha	%	ha	%
1.	žiadna	—	—	—	—	—	—
2.	zanedbateľná	2 380	1,1	—	—	2 380	1,1
3.	podriadená	22 098	10,4	168	1,5	22 266	10,0
4.	rovnocenná	97 026	45,9	1 564	14,1	98 590	44,3
5.	prvoradá	90 059	42,6	9 333	84,4	99 392	44,6
(6.)	(výlučná)	60	0,0	—	—	60	0,0
	spolu	211 623	95,0	11 065	5,0	222 688	100,0
Priemerný potenciálny odnos pôdy v mm za rok		5,85		8,90		6,0	

vysoké pohoria, t. j. tie, ktoré presahujú výšku 1500 m n. m. a v ktorých sa vytvorila horná hranica lesa (priemerný potenciálny odnos 6,99 mm za rok), ďalej vrchoviny flyšového pásma (4,41 mm), vrchoviny centrálnych Karpát (4,09 mm) a relatívne najmenšiu hodnotu vrchoviny sopečných Karpát (3,68 mm za rok).

Prehľad o pôdoochranej funkcii horských lesov a kosodreviny na základe výpočtu protierózneho funkčného potenciálu v skúmaných 32 orografických celkoch slovenských Karpát podávame v tabuľke IV. Označenie pôdoochranej funkcie v tejto tabuľke je odvodené vo vzťahu k drevo produkčnej (výnosovej) funkcii.

Najväčšiu rozlohu v horských oblastiach slovenských Karpát zaberajú teda plochy lesov s veľmi vysokým protieróznym funkčným potenciálom (44,6 % rozlohy), na ktorých je pôdoochranná funkcia lesa prvoradou. Takmer rovnakú rozlohu (44,3 %) zaberajú aj plochy s vysokým protieróznym funkčným potenciálom, kde je pôdoochranná funkcia lesa rovnocenná s produkčnou funkciou. Na časti plochy z tejto kategórie, ktorá pripadá na porasty kosodreviny, resp. na stanovištia v extrémnych reliéfnych podmienkach (horské vrcholy, hrebene, chrby, chrbtové plošiny a pod.), je potrebné taktiež uvažovať s pôdoochrannou funkciou lesa ako s prvoradou. Treba tak urobiť najmä preto, že faktor pôdnych podmienok rovnice pre výpočet potenciálnej erózie nezahrňuje hĺbku pôdy (len zrnitosť a humus), a tak by sa na týchto stanovištiach, kde sa zväčša vytvoril len plytší pôdny profil, odplavila pôda po odlesnení už za pár rokov.

Zo hodnotenia protierózneho funkcie lesov v horských oblastiach Slovenska vyplynulo, že na ploche 101 184 ha je potrebné v budúcnosti vyhlásiť porasty za účelové pôdoochranné lesy. Tieto sa nachádzajú v 27 orografických celkoch slovenských Karpát a ich plocha predstavuje asi 3,4-násobné zvýšenie doterajšej výmery účelových pôdoochranných lesov v našich horských oblastiach.

Na základe vyhodnotenia 5 orografických celkov vysokých pohorí Západných Karpát na Slovensku (Belianske Tatry, Západné Tatry, Nízke Tatry, Malá Fatra, Veľká Fatra) pomocou univerzálnej fotogrametrickej metódy v mierke 1 : 10 000 sme zistili, že mapovateľnými formami deštrukcie pôdy (erózia a iné morfogenetické procesy) je tam postihnuté priemerne 6,5 % rozlohy vyššieho montánneho stupňa (nad 1000 m n. m.), resp. kosodrevinového stupňa. Podiel deštruovanej plochy vykazuje veľmi tesnú závislosť od percenta lesnatosti príslušných výškových stupňov.

Hranicou medzi vegetáciou lesného pásma vyššieho montánneho stupňa a kosodrevinového (subalpínskeho) stupňa v podmienkach Západných Karpát je približne nadmorská výška 1500 m. Pritom lesnatosť od 1000 do 1500 m n. m. klesá cca od 80 % do 40 %. Kosodrevinové porasty majú v najnižších stupňoch svojho rozšírenia pokryvnosť cca 50 %, pričom táto klesá po hornú hranicu subalpínskeho stupňa (cca 1950 m n. m.) až na nulovú hodnotu. Hoci kosodrevinové porasty nie sú lesom v pravom slova zmysle, s prihliadnutím na stupeň pôdoochranného účinku vegetácie vo vysokohorských polohách ich môžeme započítať do plochy, z ktorej odvodzujeme lesnatosť príslušného územia. Takto môžeme závislosť podielu deštruovanej pôdy D (v %) z celkovej plochy od lesnatosti L (v %) jednotlivých 100m výškových stupňov vyjadriť regresnými rovnicami s veľmi tesnými korelačnými koeficientmi. Jednoznačne možno konštatovať, že s poklesom priemernej lesnatosti všetkých skúmaných

pohorí zo 76,5 % v najnižšom vyhodnocovanom stupni vyššieho montánneho pásma (1000–1100 m n. m.) až na hodnotu 2,2 % v stupni najvyššom (1800–1900 m n. m.) v kosodrevinovom pásme zvyšuje sa percento deštrukcie pôdy z hodnoty 1 % (v najnižšom stupni) na 16 % v najvyššom vyhodnocovanom stupni.

Pod súčasnou (empirickou) hornou hranicou lesa, ktorá je oproti pôvodnej (prirodzenej) hranici lesa antropogénnymi zásahmi značne znížená a dosahuje v priemere len výšku 1310 m n. m., kolíše podiel deštruovanej pôdy od 1 do 5,9 %, nad touto hranicou v rozpätí 4,8 až 16 %.

Globálne hodnotiac vzťahy deštrukcie pôdy k lesnatosti skúmaných vysokých orografických celkov Západných Karpát, môžeme konštatovať, že v kryštálických pohoriach, kde bola zjavná glaciálna činnosť v pleistocéne, kde súčasnú hranicu lesa tvorí smrek a kde je pomerne dobre zachovaná pôvodná vegetácia kosodrevinového stupňa, vyjadruje závislosť percenta deštruovanej pôdy D od percenta lesnatosti L lineárna korelácia:

$$D = 12,64 - 0,158L.$$

Naproti tomu v karbonátových vysokých pohoriach, resp. v ich prevažne karbonátových častiach, kde sú len veľmi málo zreteľné stopy glaciálnej činnosti, kde tvorí súčasnú, väčšinou enormne zníženú hranicu lesa popri smreku predovšetkým buk a kde je značne zredukovaná alebo celkom chýba drevinná i krovinná vegetácia kosodrevinového stupňa, navyše s výraznými stopami pasenia, závislosť možno vyjadriť rovnicou paraboly II. stupňa:

$$D = 23,08 - 0,458L + 0,0023L^2.$$

Vo všetkých skúmaných vysokých pohoriach Západných Karpát na území Slovenska sme zistili aj veľmi významné vzťahy medzi deštrukciou pôdy a nadmorskou výškou, ktoré sme matematicky vyjadrili podobnou sústavou regresných rovníc (R. M i d r i a k 1975c).

ZÁVER

Údaje, ktoré sa v príspevku skrátene interpretujú, možno podľa nášho názoru považovať aspoň z hľadiska relatívnych hodnôt za objektívny podklad pre hodnotenie nemenných faktorov podmieňujúcich protierózny funkčný potenciál jednotlivých stanovišť lesa na území ČSSR, resp. osobitne v horských oblastiach Slovenska. V ďalšom výskume je treba zamerať pozornosť na štúdium skutočnej protieróznej, resp. zo širšieho hľadiska pôdoochrannej účinnosti (efektu) lesných porastov najmä v prírodných podmienkach našich horských oblastí, ktoré sú z pôdoochranného hľadiska obzvlášť dôležité. Na základe výsledkov získaných takýmto výskumom sa bude môcť pristúpiť k vypracovaniu návrhov a odporúčení pre konkrétne opatrenia na hospodárenie v lesoch, ktoré povedie nielen k posilneniu ich pôdoochrannej funkcie, ale aj k optimálnemu plneniu ostatných hlavných funkcií lesa v daných prírodno-hospodárskych a spoločenských podmienkach.

Literatúra

1. AMBROS, Z.: Pokus o kvantifikáciu prírodných predpokladov lesných porastov pre produkciu drevnej suroviny, ochranného vplyvu proti erózií pôdy a vplyvu na vodný režim na území Slovenska. Význam funkcií lesa v tvorbe a ochrane životného prostredia, VÚLH Zvolen, I, 1973, s. 1-3
2. MIDRIAK, R.: Erózia spustených pôd karbonátových podloží na Slovensku. Náuka o Zemi IV. Pedologica 5, Vyd. SAV Bratislava, 1969, 112 s.
3. MIDRIAK, R.: Vylíšenie oblasti zvýšeného záujmu na pôdoochrannom pôsobení lesov v ČSSR. Záver. správa VÚLH Zvolen, 1975a, 109 s. + 5 map
4. MIDRIAK, R.: Výskum užitočných funkcií ochranných lesov v horských oblastiach. Záver. správa VÚLH Zvolen, 1975b, 177 s. + 27 map
5. MIDRIAK, R.: Pôdnodeštruktčné procesy v subalpínskom a alpínskom stupni československých Karpát. Záver. správa VÚLH Zvolen, 1975c, 148 s. + 14 map
6. MÍCHAL, I.: Potenciální vodní eroze půdy a lesní typy. Lesnictví 19, 1973, č. 4, s. 323-340
7. PAPÁNEK, F.: Ocenenie pôdoochrannej funkcie lesa. Les. čas. 17, 1971, 4, s. 343-358
8. PAPÁNEK, F.: Komplexná rajonizácia lesov podľa ich funkcií. Záver. spr. VÚLH Zvolen, 1975, 269 s. + 16 map
9. STEHLÍK, O.: Geografická rajonizace půdní eroze v ČSR. Metodika zpracování. Studia Geographica 13, 1970, GÚ ČSAV Brno, 40 s.
10. ZACHAR, D.: Erózia pôdy. Vyd. SAV, Bratislava, 1970, 528 s.
11. ZACHAR, D.: Kritériá pre posúdenie užitočných funkcií lesov. Záver. spr. VÚLH Zvolen, 1973, 184 s.
12. ZDRAŽIL, K.: Ekonomické hodnocení protierozní ochrany (Metodika výpočtu). Studijní informace ÚVTI, ř. Půdoznalectví a meliorace, 1965, 8, Praha, 36 s.

МИДРИАК, Р. (Вýskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen). Оценка противоэрозийной роли лесов в ЧССР. Lesnictví, 23, 1977 (9): 713-726.

Противоэрозийную роль лесов мы оценивали на основе противоэрозийного функционального потенциала лесов (табл. I), выведенного из интенсивности потенциальной водной эрозии почвы (вычисленной по формуле Фревера, модифицированной для условий ЧССР Здражилем и Стегликом).

Лесной земельный фонд ЧССР занимает площадь 4 436 528 га и разделен на 597 лесных хозяйственных комплексов. В ЧСР на лесной земле преобладает средняя интенсивность эрозии со средним потенциальным уносом почвы порядка 0,77 мм в год, так что противоэрозийный функциональный потенциал леса в ЧСР умеренный. В ССР в среднем интенсивность эрозии лесной земли сильная со средним потенциальным уносом почвы 2,63 мм/год, так что там преобладает высокий противоэрозийный функциональный потенциал леса. Среднегодовой потенциальный унос почвы из лесного земельного фонда ЧССР составляет 1 54 мм в год.

Соответственно макрорайонированию (карты 1, 2) леса в ЧССР имеют лишь на площади 0,2% лесного земельного фонда незначительную противоэрозийную функцию, на 26,7% площади их противоэрозийная функция мало значительна, на 35,0% площади средне значительна, на 35,1% высоко значительна и на 3,0% площади очень высоко значительна.

Леса на территории ССР имеют в общем приблизительно в 3,4 раза больший противоэрозийный функциональный потенциал по сравнению с лесами на территории ЧСР. В Словакии средний потенциальный унос почвы на площади леса высшей горной степени (выше 1000 м н. у. м.) достигает 5,85 мм в год, а на площади соснового стланика в субальпийской степени до 8,90 мм в год. На основе оценки 5 орографических высокогорных комплексов Западных Карпат в Словакии с помощью фотограмметрического метода установили, что подающимися картированию формами почвенной деструкции (эрозия и другие морфогенетические процессы) на высоте более 1000 м н. у. м. там поражено 65% общей площади лесов и соснового стланика. Доля поврежденной эрозией площади имеет тесную зависимость с процентом лесистости и с высотой над уровнем моря.

Кроме противоэрозийной функции оценивали также противоэрозионную и противооползневую почвозащитную функцию лесов. Автор приходит к заключению, что области с повышенным интересом к почвозащитному действию лесов в общем по ЧССР занимают 14,3% общей площади лесного земельного фонда (табл. III).

интенсивность эрозии; противоэрозийный функциональный потенциал; унос почвы

MIDRIAK, R. (Výskumný ústav lesného hospodárstva, Zvolen). *The Evaluation of an Anti-Erosion Function of Forests in Czechoslovakia*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 713-726.

The anti-erosion function of forest was evaluated on the basis of the anti-erosion functional forest potential (tab. I), which had been derived from intensity of the potential water erosion of the soil (calculated according to Frevert equation modified for Czechoslovak conditions by Zdražil and Stehlík).

The forest soil resource of Czechoslovakia covers 4 436 528 ha and it is divided into 597 forest estates. On the forest soils of ČSR prevails the erosion of middle intensity with an average potential soil loss 0.77 mm/year, the antierosion functional forest potential being an average there. Intensity of the forest soil erosion in Slovakia is strong, the average potential soil loss being 2.63 mm/year and so the high anti-erosion functional forest potential prevails there. The average annual potential soil loss from the forest soil resource in Czechoslovakia is 1.54 mm/year.

The forest in Czechoslovakia, according to a macrorayonization (map 1, 2) have the unimportant anti-erosion function only in 0.2 % out of the forest soil resource, the anti-erosion function is of a very low significance in 26.7 % of the area, in 35 % of the area it is of the middle significance, in 35.1 % of the area it is highly significant and in 3 % of the area it is of the very high significance.

The Slovakian forests have approximately 3.4 times higher the antierosion functional potential, than the forests in ČSR. The average potential soil loss in Slovakia in the area of forests of the higher mountain zone (above 1000 m a. s. l.) reaches 5.85 mm/year and in the area of dwarf mountain pine in a sub-alpine zone even 8.90 mm/year. On the basis of an evaluation of 5 orographic units of high mountains of the West Carpathians in Slovakia by means of photogrammetric methods it was found out, that 6.5 % of the total area of forests and dwarf mountain pine above 1000 m a. s. l. had been affected by mappable forms of a soil destruction (erosion and another morphogenetic processes). A share of an eroded area shows the dependance on forest percentage and elevation.

Besides the anti-erosion function, we have evaluated also the anti-deflation and the anti-landslip soil protective function of forests. The author reached a conclusion, that the areas of an increased interest in the soil protective forest function had represented 14.3 % of the forest soil resource in Czechoslovakia (tab. III).

erosion intensity; anti-erosion functional potential; soil loss

Adresa autora:

Ing. Rudolf Midriak, CSc., Výskumná stanica VÚLH, Košice

POKUS O INTRODUKCI BĚLOKURA ROUSNÉHO (*LAGOPUS LAGOPUS* L.) V ČSR

M. Bouchner

BOUCHNER, M. (Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, Jíloviště - Strnady). *Pokus o introdukci bělokura rousného (*Lagopus lagopus* L.) v ČSR*. Lesnictví, 23, 1977 (9) : 727-740.

V dubnu 1974 bylo na území LZ Prachatice vypuštěno 29 bělokurů rousných (*Lagopus lagopus* L.) dodaných z archangelské oblasti SSSR. Pro zjišťování velikosti rozptýlu a stupně přežívání bylo nashromážděno 26 údajů. Převážná část vypuštěných bělokurů byla zjištěna v okruhu do 3 km od místa vypuštění (18 jedinců), ostatní odlétli až do vzdálenosti 30 km. Celý areál rozptýlu zahrnuje cca 6 km široký a 35 km dlouhý pruh, probíhající od JJZ k SSV. Pouze 2 jedinci odlétli do vzdálenosti až 5 km směrem na JJZ, 12 bělokurů odlétlo až do vzdálenosti 30 km směrem na SSV od místa vypuštění. Do konce června 1974 prokazatelně uhynulo 9 bělokurů, dalších 5 jedinců velmi pravděpodobně uhynulo a o 4 ptácích schází jakékoliv informace. Celkový úhyn včetně nezaregistrovaných jedinců lze odhadnout na 18 bělokurů (62%). Ještě v květnu 1976 byly v místech vypuštění pozorovány 2 páry bělokurů a 1 slepička byla zjištěna v říjnu 1976. Neúspěch vysazení byl ovlivněn malým počtem vypuštěných bělokurů a nevhodným poměrem pohlaví (8 kohoutků a 21 slepiček).

introdukce; bělokur; areál rozptýlu

Při sestavování plánu výzkumu na pětileté období 1971–1975 byl jako jeden z výzkumných úkolů navržen i problém introdukce, resp. reintrodukce, bělokura rousného (*Lagopus lagopus* L.) na území ČSR. Návrh byl motivován skutečností, že tento druh kurovitého ptáka žil v hojné míře v našich zemích v dobách ledových a meziledových a že údaje o jeho výskytu na území ČSSR, byť i velmi sporadické, existují ještě ze začátku tohoto století. V podstatě tedy nešlo o introdukci zcela cizího živočišného druhu (jako např. u ondatry v roce 1905), nýbrž o reintrodukci druhu vymizelého, pro nějž na území ČSR existují vhodné životní podmínky. Návrh byl podtrhován i ekonomickými faktory, protože v případě úspěšné reintrodukce a rozmnožení v přírodě by mohlo dojít k rozšíření druhové skladby kurovitých ptáků v málo zazvěřených podhorských a horských oblastech, z čehož pak vyplývá širší rozsah mysliveckého vyžití myslivců ve zmíněných oblastech.

Pokud jde o vysazování bělokurů na území ČSSR, existuje pouze jediný údaj o vysazení bělokurů rousných v Belanských Tatrách, který však podle Bethlenfalvyho (1937), Mošanského (1971), Bališe (1971) a Feriánce (1964) nepřinesl očekávaný úspěch. Dá se reálně předpokládat, že příčinou neúspěšné aklimatizace byl jednak malý počet vysazených ptáků, jednak nedostatečné znalosti o způsobu života bělokurů. Sám Bethlenfalvy (1937) komentuje pokus o vypouštění bělokurů rousných lakonicky: „Ani orebice skalní, ani bělokur rousný se

v Tatrách neudrželi a hned po vypuštění zmizeli beze stopy“. Neuvádí tedy žádné konkrétní údaje o počtu, poměru pohlaví, způsobu vypouštění, ani roku vypouštění.

O výskytu bělokurů rousných, který však není dokumentován dokladovým materiálem (mohlo jít i o bělokura horského, *Lagopus mutus* Mont.), se zmiňuje Bušik (1938), který koncem roku 1934 při lovu na vlky u Dukelského průsmyku vyplašil dva sněhobílé ptáky velikosti jeřábka a jednoho z nich ulovil. Pozdější determinací podle odborné literatury zjistil, že by mohlo jít o bělokura rousného. Přesto, že se dokladový materiál (balk) nezachoval, nestaví se Feriánc (1964) k možnosti výskytu bělokura rousného a správnosti určení negativně.

Více údajů o introdukci bělokurů pochází ze zahraničí. Souhrnnou zprávu podává Niethammer (1963), který nashromáždil údaje téměř z celé Evropy. Ve Švédsku bylo v roce 1925 vypuštěno v okolí Kilsbergenu několik bělokurů rousných, kteří se zde zdržovali 6 až 7 let. V roce 1932 vypustili Švédové dalších 12 bělokurů rousných v jižní části území (Gotland), přicházejících z Finska. Ptáci se zde měli vyskytovat poměrně dlouho, protože ještě v roce 1945 byli pozorováni 2 žijící jedinci. V letech 1927, 1928 a 1931 došlo k dalšímu vypuštění v Alandu, celkem však bez úspěchu.

S nezdarem se setkal pokus ve Finsku, kde byli ptáci ze severu vysazeni v jižních oblastech. Příčina neúspěchu tkví asi v nevhodném prostředí a odlišném klimatu. Začátkem tohoto století došlo k pokusu o vysazení bělokurů rousných i v Holandsku a v nedávné době vypustili sovětsí myslivci větší počet bělokurů ze sibiřských oblastí v okolí Moskvy (bližší údaje scházejí).

Další údaje uvádí Niethammer (1963) z NSR. V roce 1880 byl vysazen 1 pár u Schilbachu (Schöneck) v saském Vogtlandu, ptáci zahnízdili, ale pak zmizeli. U Landwürstu (15 km jižně od Schilbachu) byl uloven 1 bělokur, který s největší pravděpodobností pocházel ze silbašského pokusu. Další ptáci byli vypuštěni v roce 1908 ve východním Vogtlandu na česko-saské hranici. Zprávy o osudu těchto ptáků jsou protichůdné. Někteří pozorovatelé hovoří o neúspěchu, jiní zase podávají zprávy optimistické a oznamují, že bělokur rousný se stal stálým ptákem u Kranichsee (nedaleko Auersbergu). Skutečnost se však nepodařilo objektivně ověřit. Ještě jeden údaj pochází z konce 18. století, kdy byli bělokuři rousní vysazeni ve Schwarzwaldu a byli pak pozorováni u Nagoldu a Kaltenbrunnu.

Bohatší materiál nashromáždil Niethammer (1963) o vypouštění bělokurů rousných skotských (*Lagopus lagopus scoticus*). Skotští bělokuři rousní se od bělokurů rousných liší zbarvením a zejména výběrem potravy. Nejvíce pokusů s vysazováním bělokurů rousných skotských bylo uskutečněno se střídavými úspěchy v západoevropských státech, zejména na německo-belgických hranicích koncem 19. století. V některých případech, a to zejména tehdy, když bylo vypuštěno několik desítek párků, byl úspěch výrazný, ptáci se brzy rozmnožili a dobře prosperovali řadu let za sebou. K jejich úbytku nebo zániku došlo po odvodňování vřesovišť a rašelinišť, rozmáhajícím se pytláctvím a po zvýšení turistického ruchu.

Téměř ve všech případech byl příčinou neúspěchu introdukce bělokurů (míněno jako rod) malý počet vypouštěných jedinců, kteří zpravidla brzy po vypuštění zmizí, odtáhnou nebo jsou zničeni (to potvrzují zkušenosti

s jinými druhy drobné pernaté zvěře). Jen tam, kde byl vypuštěn větší počet jedinců, se bělokuři udrželi delší dobu a jejich populace vzrůstala. Jestliže přece jen došlo k jejímu zániku, lze příčiny hledat ve změně životního prostředí (meliorační úpravy a následující výsadba smrkových monokultur, požáry rašeliníšť a vřesovišť, vzrůstající turistický ruch a v neposlední řadě i síť telefonního a elektrického vedení, na něž ptáci v mlze naráželi). O negativním vlivu živočišných nepřátel nejsou objektivní údaje. Příčiny neúspěchu je možno hledat i v těch případech, kdy byli bělokuři vypouštěni do nevhodného životního prostředí.

MATERIÁL, METODIKA, PRACOVNÍ POSTUPY

Po prostudování údajů o životním prostředí bělokurů v oblasti jejich výskytu a po konzultacích s řadou odborníků byla pro vysazení zvolena oblast Šumavy, konkrétně lokalita a rezervace Mrtvý luh, spadající do územní sféry LZ Prachatice (PŘSL České Budějovice). Fozloha Mrtvého luhu je 3,8 km², leží ve výšce 730 m n.m., je to rašeliníště porostlé blatou, klečí, břízou, jívou, osikou, olší, jeřabinou, vrbou, vřesem, vlochiní, klikvou, při okrajích borůvkou, brusinkou a dalšími rostlinami, které jsou potravou bělokura. Zásoby rostlinné potravy jsou zde více než dostačující, celkové prostředí Mrtvého luhu odpovídá životním nárokům bělokura. Výhodná je návaznost dalších podobných biotopů podél toku Vltavy v délce až několika desítek kilometrů, vhodných pro předpokládané rozšiřování areálu vypouštěných bělokurů.

Pro pokusy s introdukcí bělokurů rousných bylo objednáno 200 dospělých jedinců v poměru pohlaví 1:1 ze SSSR a současně také 200 nenasazených vajec pro umělý odchov kuřat a pro pokus o zavedení umělého chovu.

Pro vlastní vypouštění bylo vypracováno několik alternativ, které odpovídaly ročnímu období, v němž by bělokuři mohli být dodáni. Ve všech alternativách byla respektována minimální doba požadované karantény a současně bylo uvažováno i o rezervě několika párků pro umělý chov ve voliérách.

Za vydatné pomoci pracovníků LZ Prachatice jsme do prostoru Mrtvého luhu instalovali drátěné vypouštěcí voliéry (3 × 3 × 1 m = 5 ks, 4 × 4 × 1 m = 6 ks) a současně jsme zajistili dostatečné množství krmiva (plody klikvy, vlochyň, jeřábu, 2 valníky zadiny).



1. Rozsah a směr rozptýlu bělokurů rousných po vypuštění. — The extent and direction of dispersion of willow grouse after the flying

Při organizačním a technickém zajišťování příprav jsme zapomněli na skutečnost, že Mrtvý luh je rezervace evropského významu a že vypouštění bělokurů by mohlo narušit rostlinná i živočišná společenstva. Námitky pracovníků Státního úřadu památkové péče a ochrany přírody v Praze jsme respektovali a urychleně jsme vybrali další lokalitu na území LZ Prachatic, která se nalézá v prostoru Libínské Sedlo, Chroboly, Zbytiny, Sviňovice a Skříněřov.

Voliéry byly umístěny na jižním svahu zbytinského úseku, a to na 3 otevřených, mladými smrčky mírně zarostlých plochách rašelinného charakteru, s podrostem klikvy, vlochnyně, borůvky, brusinky, vřesu a s příměsí měkkých dřevin. Celá oblast tvoří střídavé partie vysokého lesa, holin, zarostlých břehů a políček v nadmořské výšce asi 800 m. K jedné skupině voliér byla přistavena maringotka, ve které bylo uloženo krmivo a kde se mohl i přes noc ukrýt obsluhující a dozírající personál.

Dne 12. 3. 1974 byla ze SSSR dodána letecky zásilka 34 bělokurů rousných, přepravovaných v bezvadně zajištěných transportních bednách ze sololitu, svrchu krytých pytlovinou a v každé polovině bedny bylo 5 až 6 ptáků. Na tomto místě se musím s poděkováním zmínit o velkorysé ochotě sovětských myslivců, kteří nám sdělili, že veškerou požadovanou zvěř nám dodají zdarma jako dar českým myslivcům. Veterinární prohlídku na letišti provedl MVDr. Čmugr, pracovník Městského veterinárního zařízení, Praha 1, Bolzanova 1. Jeden bělokur během transportu uhynul, ostatní byli shledáni bez závad.

Transportní bedny jsme naložili na automobil a odvezli je přímo do lovecké chaty pod Libínským Sedlem, která je nedaleko místa vybraného pro vypouštění. Protože jsme přijeli až k večeru, předložili jsme bělokurům vodu a plody klikvy a nechali jsme je v chladné místnosti chaty do rána. Během cesty z letiště do Prachatic uhynul další bělokur.

Druhý den ráno, 13. 3. 1974, jsme ptáky postupně vážili, měřili, kroužkovali a určovali podle pohlaví. Pozdější kontrolou, tj. během voliérování, jsme podle chování, přepeřování a zbarvení bělokurů zjistili, že naše původní určování pohlaví nebylo přesné. Bylo to tím, že jsme neměli žádné zkušenosti s přesným způsobem určování pohlaví a příliš nám nepomohla ani práce Pulliainena (1968, 1969), ve které uvádí způsob určování věku a pohlaví. Je třeba také přiznat, že jsem veškerá měření a určování chtěl zkrátit na nejkratší dobu, aby transportem unavení bělokuři nebyli vystavováni dalšímu zbytečnému stressu. Z každého boxu transportní bedny byl odebrán trus pro parazitární vyšetření.

V odpoledních hodinách jsme bělokury v transportních bednách odvezli na vypouštěcí plochu a vypustili je do 2 voliér vzdálených od sebe asi 30 m. Ve voliérách zůstali ptáci až do 4. 4. 1974 a po celou dobu byli ošetřováni personálem Lesního závodu Prachatic nebo pracovníky VÚLHM při kontrolních návštěvách. Ve dnech 4. až 5. 4. 1974 byli ptáci postupně vypouštěni z obou voliér a od tohoto okamžiku byli sledováni, resp. byly získávány informace o jejich pohybu a výskytu až do jarních měsíců 1975.

DOSAŽENÉ VÝSLEDKY A DISKUSE

CHOVÁNÍ BĚLOKURŮ BĚHEM VOLIÉROVÁNÍ

Po vypuštění z transportních beden do voliér se bělokuři nechovali nijak divoce, rychle se uklidnili, začali brát potravu a čistit se. Snažili se sice projít pletivem, což je zcela běžný jev i u jiných ptáků, ale snaha po

osvobození nebyla nijak výrazná. Jen někteří jedinci se pokusili o vzletnutí. Silné poplašení a bouřlivá úteková reakce nastala však v okamžiku, kdy se k voliére přiblížil pes.

V průběhu dalších návštěv i na základě řady údajů obsluhujícího personálu jsem mohl konstatovat, že bělokuři se ve voliérách chovali neobvykle klidně (ve srovnání s koroptvemi a bažanty) a že před člověkem nejevili žádnou plachost. I několik lidí mohlo stát těsně u voliéry a přesto nedocházelo k pokusům o vzletnutí. Byli tak klidní, že jsem bez obav mohl vstoupit do voliéry, posadit se do rohu a fotografovat je ze vzdálenosti 1 m. Při předhození potravy se k ní ihned sbíhali a dychtivě ji brali, zejména klikvu. K projevu strachu a opatrnosti je přiměl např. kus papíru, který jsem položil u voliéry a který se lehce pohyboval ve větru. Byl to pro ně neznámý předmět a pozorovali ho s největší obezřetností.

2. Bělokuři rousní v zimním sněhobílém šatě, pouze pera v ocase jsou černá. — The willow grouse in winter snow-white, only tail feathers are black

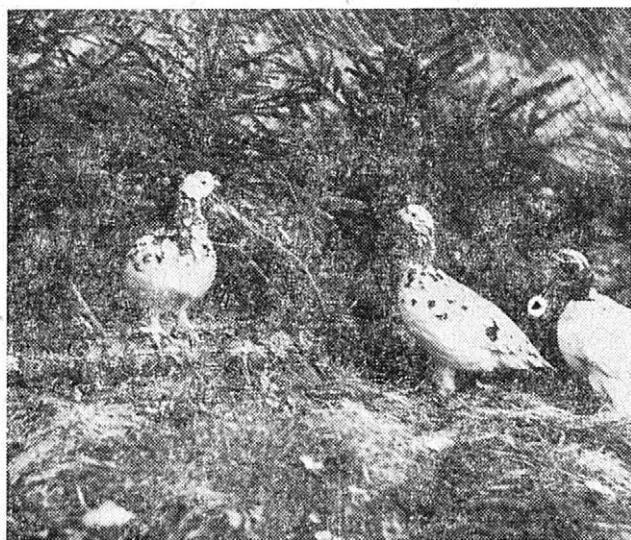


Naprostým znehybněním a přitisknutím se k zemi reagovali i na dravce, který byl tak vysoko, že byl lidským okem vypátrán až za delší dobu a jevil se jako malinká tečka. I když se přece jen stalo, že byli v přeplašení nuceni vzletnout, činili tak s největší opatrností a poměrně lehkým letem se třepotali podél pletiva voliéry, aniž do ní prudce naráželi.

Přesto však muselo dojít k rušivému zásahu (nejspíš v noci), neboť několik ptáků mělo poraněný kořen zobáku, někteří byli úplně skalpováni a v důsledku poranění (přeražený kořen zobáku) došlo i k úhynům. Příčina nočního přeplašení není známa. Snad to způsobila nějaká šelma, možná i pušтік, sýc rousný nebo i výr, možná i srnčí nebo černá. Některé oděrky zobáku však mohly být způsobeny i častými pokusy o proniknutí pletivem, kdy pták běhá podle stěny a hledá skulinku k úniku.

Přepeřování pokračovalo dosti rychle. Někteří kohoutci, a domnívám se, že to byli staří ptáci, měli 26. 3. 1975 již téměř čistě kaštanovou hlavu, krk, vole a hrud s náznakem pelichání křídelních krovek. Někteří byli ještě čistě bílí s ojedinělými hnědými pírkami. Pouška byla již znatelnější

a zejména v rozrušení se rychle vztyčovala jako dva malé hřebínky nebo pŕlměsíčky. Slepičky rovněž rychle přepeřovaly na hlavě, krku a hlavně na hřbetě. Jejich jarní šat je oproti kohoutkům podstatně světlejší, okrový, žemlový a hnědě příčně pruhovaný. Všude ve voliérách i okolo nich byla spousta bílého peří (někdy i hnědé jarní peří) a ptáci se neustále oštipovali, čepýřili a otrášali opeřením. Projevovali tak snahu po popelení a v tomto směru jim velmi vyhovoval předložený písek. Hned ho začali rozhrabávat, vybírat zrnka a pokoušeli se o popelení.



3. Bělokuři rousní přepeřující do jarního šatu. Vlevo a uprostřed slepičky, zcela vpravo kohoutek. — The willow grouse changing their feathers in spring. In the middle and on the left are hens, cock is on the right

Slepičky se ozývaly jemnými kvokavými zvuky, podobně jako domácí slepice, jenže mnohem slaběji a jemněji. Jiný zvuk než tiché „kó-kokoko-koko“ nebo „pó-popopopopopo“ jsem neslyšel. Varovný hlas kohoutka je ostré a výrazné „kak“ nebo „kek“, na který všichni ptáci reagují znehybněním.

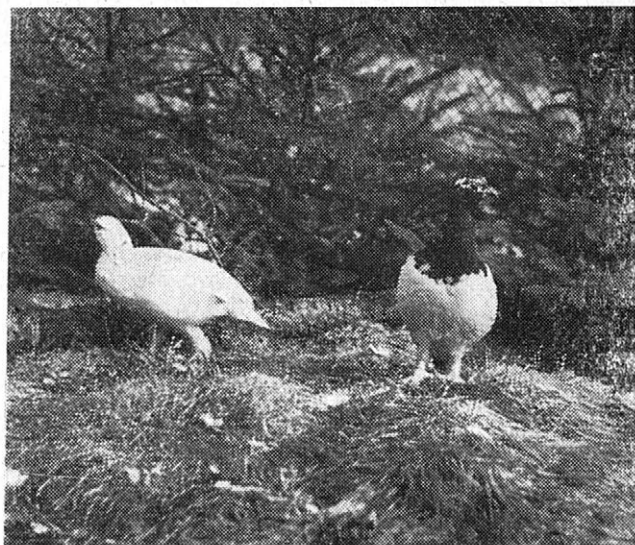
Zdá se, že již v této době se uvnitř jednotlivých voliér vytvořily párky. K tomuto názoru mne vede pozorování, že některé slípky byly kohoutkem napadány a odháněny, zatím co od jiné si nechával např. jemně ozobovat koutky zobáku. Zaujal-li kohoutek určité místo, pak nedovolil jiným ptákům, aby se přiblížili. Považoval to za „svoje“ místo. Přiblíživšího se ptáka napřed varoval hlasitým a žabím kvákáním připomínajícím „kava“ nebo „kava-va“, načež natáhl proti vetřelci krk a doširoka rozevřel zobák jako lelek. Když to nepomohlo, teprve pak štipal nebo kloval. Hlavně mezi kohoutky začínalo docházet ke sporům, které se však zatím řešily hlasovými projevy, vztyčováním poušek a mírným štipáním.

Pro fotografování jsem dovnitř umístil několik smrků, což ptákům vyhovovalo: nacházeli zde stín a místo pro odpočinek. S oblibou si stoupali na pařízky a vždy jeden pták stál na stráž, zatím co ostatní odpočívali. Ráno dosti dlouho spali a největší aktivitu projevovali až navečer.

Pokud jde o přijímání potravy, nenastávaly žádné komplikace. Kromě bobulovin (nejraději požírali plody klikvy, které vždy bleskurychle zmizely) brali lístky, větvičky a pupeny borůvčí i brusinek. Brusinkové vě-

tvičky překusovali za hlasitého cvaknutí zobákem. Větve vrb a jív brali nejraději, oklobávali narašené pupeny maliníku, méně již břízu. Kočičky a jehnědy uštípovali zejména hodně mladé, jívovou kůru ožrali až na dřevo, brali jeřabiny, ječmen, proso, oves a plevelná semínka ze zadiny. Předložil jsem jim do voliér písek, na který se hned dychtivě vrhli. Při fotografování jsem dal dovnitř ztrouchnivělý pařez a ptáci pak zavhlýtrouch vyklobávali. Vyklobávali též zem a snad i kořínky z drnu, vhozeného do voliéry a mnohokrát jsem je zastihl, jak požírají stařinu. Předložený devětsil je příliš nelákal, sice ho trochu brali, ale ne tak, jak píše Dementěv (1952).

4. Vlevo bělokur rousný v zimním šatě, vpravo kohoutek téměř přepelichaný do jarního šatu. Na kohoutkovi je dobře patrný rozdíl mezi hustotou peří zimního šatu a jarního šatu: hnědé peří na hlavě, krku a voleti je kratší a řidší než bílé zimní peří. — On the left — the willow grouse in its winter suit, on the right — a cock in its spring suit. A difference between the density of feathers of winter and spring suits is well perceptible with a cock: brown feathers on head, throat and crow are shorter and thinner than white winter feathers



Během transportu bělokurů ze SSSR do Prachatic uhynuli 2 ptáci, další 3 ptáci uhynuli ve voliérách na následky poranění o pletivo (důsledek nočních návštěv živočišných nepřátel).

CHOVÁNÍ BĚLOKURŮ PŘI VYPOUŠTĚNÍ

Vypouštění bělokurů proběhlo etapově ve dnech 4. a 5. dubna 1974; první den byli vypuštěni ptáci z jedné voliéry, druhý den jsme vypustili zbývajících bělokurů z druhé voliéry. První voliéru jsme otevřeli zvednutím padacích dvířek (dálkové ovládání) ve 14,30 hodin. Předtím jsme však před voliéru dali dostatečné množství vrbových prutů a krmítka se zrním a klikvou. Po otevření dvířek ptáci doslova ztuhli, vztyčili se a v nehybné pozici asi minutu pozorovali okolí. Pak se uklidnili a zůstali sedět ve voliéře. Teprve po chvíli vyšly 3 slepičky před voliéru, ale 2 se zase vrátily zpět a 1 zůstala sedět u voliéry. Když se nic nedělo až do 15,15 hodin, zvolna jsme bělokury z voliéry vytlačili. Ptáci vyšli ven a hned začali žrát předloženou potravu, ale hlavně rašící borůvčí. Velmi zřetelně bylo slyšet hlasité a rychle opakované cvakání zobáků, jako když se kleštěmi uštípuje tuhý drát.

Ptáci nejevili žádnou plachost před člověkem, ale přece jen se chovali poněkud odlišně než ve voliérách. Jakmile se dostali ven, do neznámého

prostředí, začali se nervózně rozhlížet, trhat hlavou se strany na stranu a rychle pocukávat tatrčkem. Mohli jsme se k nim sice přiblížit, ale někteří jedinci přece jen utíkali do větší vzdálenosti. Obstoupili jsme je ve velkém půlkruhu se snahou vytlačit je z volné paseky k okraji lesa, resp. zabránit jim rozptylovat se od voliér dolů po mírném svahu. Po chvíli se někteří ptáci dostali až k malému zásypu, umístěnému mezi malými smrčky a poněkud vyššími borovicemi, někteří však zůstali na volné prostoře před zásypem.

Vrátili jsme se zpět k voliére a pak náhle asi 11 ptáků vylétlo do výšky a rychlým letem odlétlo do horního cípu paseky, asi 80 m od voliéry, kde pak všichni zapadli do hustého vysokého porostu smrků. U druhé voliéry se zbylými ptáky zůstaly jen 3 slepičky, které projevovaly snahu dostat se dovnitř pletivem. Poté jsme prostor opustili a sám jsem se sem vrátil až k večeru. Zmíněné tři slepičky se zdržovaly stále u voliéry s dosud uzavřenými ptáky, jedna seděla těsně u voliéry, zbylé dvě byly přikrčeny pod hustým smrčkem. Opatrně jsem se šel podívat do míst, kam zapadla skupina 11 odlétnuvších ptáků. Skutečně jsem je zastihl na tomtéž místě, kam po vypuštění zapadli.

Dne 5. 4. 1974 jsme vypustili druhou skupinu bělokurů. Ráno při příchodu na vypouštěcí plochu jsem zjistil, že se kolem voliéry s dosud uzavřenými bělokury pohybuje 6 slepiček. Domnívám se, že šlo o 6 nespárovaných slepiček, bez kohoutků. Ve vypuštěném hejnků byli totiž 4 kohoutci a 12 slepiček. Pravděpodobně se již ve voliére vytvořily 4 párky, které pak po vypuštění a odlétnutí zůstaly společně v krytu vyššího lesa, kdežto nespárované slepičky se stáhly zpět k druhé voliére, kde zůstali rovněž ještě 4 kohoutci. V 11,15 hodin jsme opět na dálku voliéra otevřeli a ptáci během několika minut vyšli ven. Rychlý odchod byl asi vyprovokován tím, že již den předtím nedostali krmení i vodu, a tím, že před voliérou byl nadbytek potravy. Ihned také začali potravu brát a opět se hladově vrhali na borůvčí.

Pořídil jsem řadu snímků, protože ptáci neprojevovali žádnou plachost. Odpoledne jsem zůstal u voliér sám až do večera. Asi okolo 16. hodiny jsem zaslechl hlasitý varovný hlas kohoutka „ko-ko-ko-ko-ko“ a vzápětí nato jsem viděl ve vzduchu asi 5 bělokurů, kteří letěli rychlým a vysokým letem od voliér přes paseku směrem na JJZ. Za nimi letěla káně lesní, zdaleka však tempu bělokurů nestačila. Je těžko soudit, zda na ně zaútočila (neviděl jsem to) nebo zda je vyplašila jen přeletem. V každém případě však bělokuři na její přítomnost reagovali velmi rychle a odlétli jen ti, kteří byli na volné prostoře. Jeden z ptáků se obrátil opačným směrem a zapadl asi 200 m daleko do vysokého lesa. Když jsem pak navštívil prostor kolem voliér a zásypu, našel jsem několik ptáků ukrytých pod smrčky. Ti po útoku káně nevzlétli, pravděpodobně si byli vědomi dokonalého úkrytu.

Konstatoval jsem, že bělokuři postrádají výraznější svolávací signály, i když jsme pozorovali slepičku, která ve vztyčené pozici vydávala zřejmě svolávací hlas, znějící jako chraplavé „kék-kék“. Jinak se mi však sociální pouto mezi příslušníky hejnků zdá mnohem slabší, než např. u koroptví. K večeru jsem pak zvolna vytlačil zbylé ptáky výše nad zásyp do hustšího krytu.

Po celkovém zhodnocení jsem došel k závěru, že z celkového počtu

29 vypouštěných ptáků bylo jen 8 kohoutků (nevhodný poměr pohlaví 1:2,6). Dali se již velmi dobře rozeznat, protože výměna peří značně pokročila. Téměř všichni ptáci však měli víceméně potlučené kořeny zobáků – 2 slepičky byly doslova skalpovány.

ROZPTYL BĚLOKURŮ PO VYPUŠTĚNÍ

Nebývalý zájem zaměstnanců LZ Prachatic o vysazování bělokurů a dobře zajištěná informovanost okolních útvarů ČMS byly příčinou, že jsem mohl nashromáždit až neobvykle vysoký počet údajů o pohybu a přežívání bělokurů. Rozhodně jsem po zkušenostech s podobnou problematikou u koroptví neočekával, že z krajně nepřehledného, špatně přístupného a značně rozlehlého terénu získám tolik zpětných hlášení o vypouštěných bělokurech.

Podle údajů Dementěva (1952) jsou bělokuři stálí ptáci, kteří se ze svého teritoria nijak daleko nevzdalují, setrvávají na jednom místě asi v tom rozsahu jako naše koroptve. Pouze severské populace obývající pobřeží a ostrovy severních moří podnikají sezónní migrace, při kterých na podzim putují až několik set kilometrů jižněji do vnitrozemí a záhy na jaře se vracejí zpět. Podle kusých údajů sovětských myslivců jsem došel k závěru, že odchytaní bělokuři pocházeli z archangelské oblasti a po zhodnocení literárních údajů jsem předpokládal, že asi jde o příslušníky stálé, usdlé populace. Skutečnost je však poněkud jiná, i když jsem si vědom toho, že při tak malém počtu vypouštěných bělokurů nemohu činit zevšeobecnující závěry.

Od okamžiku vypuštění až do jarních měsíců roku 1975 (do konce dubna) jsem nashromáždil 26 údajů, informujících o pohybu, resp. rozptylu bělokurů (tj. téměř 90% informovanost o osudu vypouštěných ptáků). Převážná část hlášení o výskytu nebo nálezů uhynulých, ev. usmrčených bělokurů pochází z prvních týdnů a měsíců po vypuštění, zhruba do konce července 1974. Později získaná hlášení zahrnují většinou údaje o výskytu žijících bělokurů.

I. Rozptyl bělokurů rousných od místa vypuštění v km. — Dispersion of the willow grouses from the place of the flying in km

Vzdálenost od místa vypuštění v km	Počet jedinců		Suma jedinců	
	ks	%	ks	%
0,1– 1	10	38,0	10	38,0
1,1– 2	5	19,0	15	57,0
2,1– 3	3	11,0	18	68,0
4,1– 5	1	4,0	19	72,0
5,1– 6	1	4,0	20	76,0
8,1– 9	1	4,0	21	80,0
15,1–16	1	4,0	22	84,0
17,1–18	2	8,0	24	92,0
21,1–22	1	4,0	25	96,0
29,1–30	1	4,0	26	100,0

Prostorový rozptyl v terénu zobrazuje stručná mapa. Z těchto údajů se ukazuje, že 12 vypuštěných bělokurů zůstalo v nejbližším okolí místa vypuštění, dva jedinci pronikli až do vzdálenosti 5 km směrem na JJZ a 12 jedinců odlétlo v SSV směru až do maximálně zjištěné vzdálenosti 30 km od místa vypuštění. Celá oblast, v níž byli bělokuři zjištěni, zahrnuje asi 6 km široký a zhruba 35 km dlouhý pruh, položený od JJZ směrem na SSV.

V tabulce I je rozbor rozptylu, pokud jde o vzdálenosti od místa vypuštění. Ukazuje se, že převážná část údajů o výskytu bělokurů pochází ze vzdálenosti do 3 km od místa vypuštění (cca 70 %) a že zbývající ptáci (zhruba 30 %) pronikli do vzdálenosti od 3,1 km do 30 km. Tato skutečnost podněcuje k úvahám, zda ze SSSR nebyli dodáni ptáci z populace s migračními sklony, tedy ptáci, jejichž domovem jsou tundrové oblasti vysokého severu. Není to vyloučeno, protože podle úředních dokladů o přepravě vychází najevo, že veterinární prohlídka bělokurů v SSSR byla provedena 2. 3. 1974 a že tedy k odchytu muselo dojít během února, tj. v době, kdy migrující severské populace se udržují ještě v jižněji položených „zimovištích“. Jsou to však skutečně pouze úvahy teoretického charakteru, které nelze považovat za opodstatněné. Neznám totiž dokonale ekologické a etologické projevy bělokurů v přírodě, počet dodaných, vypuštěných i pozorovaných ptáků je příliš malý a není vyloučeno, že poměrně značný rozptyl byl vyvolán i stressovými faktory (útok živočišných nepřátel) nebo nevhodným poměrem pohlaví. Nelze tedy nic jiného, než velikost rozptylu konstatovat jako skutečnost, pro níž zatím neexistuje dostatečný počet údajů a podkladů, zaručujících objektivní hodnocení.

PŘEŽÍVÁNÍ BĚLOKURŮ PO VYPUŠTĚNÍ

Na základě zpětných hlášení a údajů o pozorování mohu konstatovat, že během krátké doby po vypuštění, zhruba do konce června 1974, prokazatelně uhynulo nebo bylo usmrceno 9 bělokurů a o dalších 5 bělokurech se lze reálně domnívat, že rovněž uhynuli. O 4 bělokurech jsem nezískal vůbec žádné informace a lze u nich rovněž předpokládat úhyn. Celkově lze tedy podle doložených i nedoložených údajů a zpráv odhadnout, že do konce června 1974 uhynulo 18 bělokurů (62 %) a že 11 bělokurů (38 %) mohlo v této době ještě žít. Osobně však považuji počet 11 žijících bělokurů za příliš vysoký. Protože vypuštění bělokurů nebyli individuálně značkováni, mohlo dojít při jejich identifikaci ke zdvojeným hlášením. Počet žijících bělokurů odhaduji na 6 až 8 jedinců (3 až 4 páry).

V druhé polovině roku jsem získal několik spolehlivých údajů, podle nichž se v těsné blízkosti vypouštěcího místa zdržovali nejméně 2 až 4 bělokuři. V jednom případě lesník Václav Mauric, od něhož pochází řada dalších cenných zpráv, vyplašil dne 10. 10. 1974 v olšovém porostu nad obcí Skříněřov (cca 2 km od místa vypuštění) bělokury, jejichž počet nemohl přesněji zjistit, ale s určitostí tvrdil, že jich bylo rozhodně více než dva.

V červnu a červenci 1974 jsem asi 500 m od místa vypuštění narazil na zbahněný úsek řídké porostlého lesa, kde na ploše zhruba 100 X 100 m byla celá řada znaků o přítomnosti bělokurů. Nalezl jsem nejméně 10 míst, kde bělokur seděl, odpočíval nebo nocoval. Většinou to byla vždy poněkud

vyvýšená místa, někdy na obnažené půdě, jindy v kopečku vlochině a mechu, jindy u kmene borovice. Vždy jsem zde však našel trus a hlavně vždy několik bílých peříček (2 až 7), jednak krycí bílá pírká, ve dvou případech bílá pera z letek a ve dvou případech i kaštanová pírká svatebního šatu. Domnívám se, že kohoutek zde pelichal, že postupně ztrácel zimní šat, ale že již také začínal přepelichávat ze svatebního šatu do letního šatu. Tyto hustě vedle sebe namačkané stopy po pobytu, zaznamenané i při dalších návštěvách, mně svádějí k domněnce, že zde někde mohlo být hnízdo, kolem něhož kohoutek hlídkoval. Ač jsem se v těchto místech zdržoval dosti dlouho, nic jsem neviděl. Trus jsem posbíral a předal k vyšetření. Trus je dvojího druhu: jednak suchý, zelenobělavý, jednak řídký, tmavě zelený, který se po delší době pokryje téměř černou kůrou („smola“).

Domněnku o možnosti zahnízdění podporují i údaje zaměstnanců lesního závodu, kteří v těchto místech nezávisle na sobě bělokury v květnu, červnu i červenci opakovaně několikrát pozorovali. Není tedy vyloučeno, že pozorování ze dne 10. 10. 1974 se mohlo týkat hejníka nebo torza hejníka s mládaty (všechny tyto úvahy a domněnky je však nutno brát s velkou rezervou, tedy jen jako možné úvahy, protože nejsou podloženy konkrétními údaji; uvádím je jen pro úplnost).

Poslední údaj o pozorování bělokurů v roce 1974 pochází z listopadu. Kohoutek, který se zatoulal až k obci Bílsko (cca 24 km) a byl zde místními myslivci pozorován v době od 14. do 20. 4. 1974 a kterého jsem podle údajů považoval za mrtvého, byl znovu na tomtéž místě koncem října a začátkem listopadu pozorován ve společnosti bažantů. Z hlediska reprodukce však nemá význam, protože zde žije nebo žil zcela izolovaně. A konečně poslední zpráva v roce 1974 pochází opět z míst poblíž vypouštěcí plochy (cca 2 km), kdy lesník narazil na bělokurií stopu (již se zimním opeřením prstů) na sněhové pokrývce nad obcí Skříněřov.

Na tomto místě, tj. nad obcí Skříněřov, našel lesník 23. 2. 1975 čerstvou stopu dvou bělokurů ve sněhu, kteří před ním zřejmě utíkali a na okraji vysokého lesa vzlétli. Toto místo jsem podrobil 23. 4. 1975 důkladné prohlídce a podél malého potůčku v rozbahněném porostu jsem našel řadu stop o přítomnosti bělokurů: starší i čerstvý trus, oštipané pupeny keřovitých vrb, vrbové kmínky zbavené kůry a vypelichané bílé peří.

Koncem ledna 1975 byl pozorován párek bělokurů asi 300 m nad obcí Chroboly v úseku porostlém břízou, vrbami, klikvou a borůvkou. Téměř na tomtéž místě (asi o 400 m dále) byl zjištěn dne 23. 4. 1975 opět párek bělokurů a lze se oprávněně domnívat, že jde o ptáky pozorované v lednu. Poslední údaje o pozorování jednoho bělokura pocházejí ze dne 12. 5. 1975 a 22. 11. 1975, kdy byli jednotliví ptáci zjištěni v prostoru mezi obcemi Skříněřov a Zbytiny, resp. cca 400 m od místa vypuštění.

Koncem ledna 1976 narazil lesník na čerstvé obnově na stopy dvou bělokurů asi 300 m jižně od místa vypuštění, tj. zhruba v místech, kde v roce 1974 mohlo dojít ke hnízdění. Téměř ve stejném místě pozoroval lesník opakovaně 5. 5. 1976 a 9. 5. 1976 vždy večer 2 ještě zcela bílé bělokury a konečně poslední pozorování v tomto roce pochází z 5. 10. 1976, kdy lesník zcela bezpečně určil na vzdálenost 50 m slepičku, která seděla asi 150 cm nad zemí na větvi plané třešně a ozobávala pupeny.

Ze všech těchto dosud získaných informací lze konstatovat, že v bez-

prostřední vzdálenosti od místa vypuštění se 2 roky po vypuštění zdržovaly prokazatelně dva páry (resp. 4 ptáci). O ostatních ptácích neexistují žádné spolehlivé údaje. Možnost existence dalších jedinců však vyloučena není.

Jakkoliv byli bělokuři během voliérování i těsně po vypuštění klidní a vůči lidem až nezvykle důvěřiví, dosti rychle tuto pro ně nepříjemnou vlastnost ztratili. Již v květnu a v dalších měsících všechny zprávy pozorovatelů hovoří o velké plachosti bělokurů, o jejich skrytém způsobu života a o bleskurychlé reakci na případné hrozící nebezpečí.

Příčiny úhynu jsou v podstatě dvojího druhu. Někteří ptáci byli napadeni živočišnými nepřáteli, jiní uhynuli pravděpodobně vysílením. V obou případech se však nedá přehlédnout, že téměř všichni ptáci měli již ve voliérách méně nebo více poraněné zobáky (někdy i část hlavy) a že toto poranění mohlo být příčinou menší odolnosti a obranné schopnosti. Podle pozůstatků na místě útoku nebo podle přímého pozorování lze konstatovat, že 4 bělokuři byli zahubeni liškou obecnou, v 1 případě ulovila slepičku s poraněnou hlavou (skalpovaná kůže) káně lesní, v 1 případě lze usuzovat na útok káně lesní. Další 3 případy jsou hlášeny a označovány jako úhyn způsobený poraněním a celkovým vysílením. Skutečné příčiny úhynu však objasněny nebyly.

Podle helmintologicko-pitevního a koprologického vyšetření, provedeného MVDr. P á v e m (VŮLHM), které zahrnuje 2 slepičky uhynulé během transportu, 1 kohoutka uhynulého v přírodě po vypuštění, 12 vzorků trusu z transportních beden, 12 vzorků trusu z aklimatizačních voliér a 4 vzorky trusu odebrané z terénu po vypuštění bělokurů, bylo napadení endoparazity většinou ve slabých, ev. středních invazích, které nemohlo ohrozit zdravotní stav bělokurů natolik, aby bylo příčinou úhynu. V zažívacím traktu byly zjištěny oocysty *Eimeria* sp., u uhynulých ptáků tasemnice druhu *Raillietina tetragona*. U dvou slepiček uhynulých během transportu byl zjištěn katarální zánět střev. Obdobná vyšetření prováděná u našich ptáků ve stejném období prokázala mnohem vyšší extenzitu a intenzitu invadovanosti.

I když byla proti původnímu požadavku dodána pouze 1/6 z celkového množství, považují to přesto za značnou výhodu. I na této malé skupině ptáků jsme si mohli ověřit jejich potravní nároky, projevy chování, intenzitu sociálních vztahů, reakci na hrozící nebezpečí, obranné a ochranné reakce a řadu jiných biologických poznatků. Všechny tyto zkušenosti mohou značnou měrou přispět ke zlepšení práce v případě, že budou dodáni další ptáci. Domníváme se, že není nutné pesimisticky pohlížet na skutečnost, že větší část vypuštěných ptáků uhynula. To je všeobecně známý jev, ke kterému dochází i při vypouštění koroptví nebo bažantů. Vždy je nutno počítat se ztrátami, které již záhy po vypuštění přesahují 50 %. V tomto případě je vysoká ztrátovost znásobena malým počtem vypuštěných bělokurů. Zkušenosti ukazují, že vypouštění malého počtu určitého druhu zvěře vede vždy k nezdaru. Negativní vliv na přežívání vypuštěných bělokurů mohl mít i nevhodný poměr pohlaví (převaha slepiček) a původ dodaných ptáků (severské, tundrové populace).

Došlo dne 11. 2. 1976

Literatura

1. BALIŠ, M.: Doterajšie výsledky s aklimatizáciou a introdukciou živočíchov na Slovensku. Ochrana fauny, V., 1971, č. 1, s. 34-36
2. BETHLENFALVY, E.: Die Tierwelt der Hohen Tatra. Spišské Podhradie, 1937, s. 66-68
3. BUŠIK, A.: Ako som našiel kura rúsneho (*Lagopus lagopus*). Stráž myslivosti, XVI, 1938, s. 222-223
4. DEMENTEV, G. P.: Pticy sovetskogo sojuza. Sv. 4, Moskva, 1952, s. 10-42
5. FERIANC, O.: Stavovce Slovenska II., Vtáky I. Bratislava, 1964, 43 s.
6. GLUTZ, U. N. — BAUER, M. — BEZZEL, E.: Handbuch der Vögel Mitteleuropas Bd. 5, Frankfurt am Main, 1973
7. HÖHN, E. O.: Die Schneehühner. Die neue Brehm-Bücherei. Nr. 408, 83 s.
8. MOŠANSKY, A.: Introdukcia cudzích faunistických elementov v Tatranskom národnom parku. Ochrana fauny, r. V, 1971, č. 1, s. 39-40
9. NIETHAMMER, G.: Die Einbürgerung von Säugetieren und Vögeln in Europa. Berlin — Hamburg, s. 252-258
10. PULLIAINEN, E.: Talvipukuisen riekon sukupuolenmäärityksestä ja painosta. Suomen Riista 20, s. 43-49
11. PULLIAINEN, E.: Riekon ja kiirunan saaliskuva pohjois-suomessa metsästyskausiin 1966/67 ja 1967/68. Suomen Riista 21, s. 108-114
12. RAJALA, P.: Riekon ja kiirunan talvisesta kasviravinnon valinnasta ja puissa ruokailusta. Suomen Riista 19, s. 79-93
13. SEISKARI, P.: Riekon talvisesta ruokailusta. Suomen Riista 11, s. 43-47

БОУХНЕР, М. (Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, Jíloviště - Strnady). Эксперимент по введению белой куропатки (*Lagopus lagopus* L.) в ЧСР. Lesnictví, 23, 1977 (9): 727-740.

Для экспериментального введения белой куропатки (*Lagopus lagopus* L.) были из СССР, архангельской области, в ЧСР бесплатно получены 34 птицы из первоначально запланированных 200 экземпляров и 200 инкубационных яиц. Во время транспорта и предписанного карантинного срока в вольерах погибло 5 белых куропаток, так что 4 и 5 апреля 1974 года было на волю выпущено 29 птиц, в том числе 21 самка и 8 самцов. Соотношение полов 1:2,6 было весьма неподходящим, так как белые куропатки относятся к многогамным птицам.

Первоначально предложенную местность для выпуска птиц на волю пришлось — на основании возражений Государственного института по охране культурных памятников и природы в Праге — заменить другой местностью, которая была выбрана в просторе между населенными пунктами Либинске Седло, Хроболы, Збытины и Свинёвице, относящимися к территориальной сфере лесного предприятия Прахатице.

При содержании белых куропаток в вольерах были получены ценные сведения об их жизненных проявлениях, их поведении и требованиях к питанию, а также о технологии ухода за ними и их выпуска в природу.

После выпуска на волю белые куропатки вели себя по отношению к людям так же прирученно, как и при содержании в вольерах и это свойство они утрачивали постепенно в течение двух-четырех недель. По отношению к врагам из мира животных (мекопитающие, птицы) и по отношению к потенциальной опасности они реагировали очень бурно, в вольерах попыткой взлететь, в вольной природе весьма порывистым отлетом.

Для определения величины рассеяния и степени выживаемости было накоплено 26 данных (т.е. почти 00% обратных прилетов из общего числа выпущенных птиц). Преобладающая часть выпущенных белых куропаток была обнаружена в радиусе до 3 км от места выпуска (18 особей), остальные улетели на расстояние до 30 км. Весь ареал рассеяния охватывает пояс шириной 6 км и длиной 35 км, идущий с юго-юго-запада на северо-северо-восток. Только 2 особи улетели на расстояние до 5 км по направлению на ЮЮЗ а 12 белых куропаток улетело на расстояние до 30 км на ССВ от места выпуска.

До конца июня 1974 достоверно погибло 9 белых куропаток, других 5 белых куропаток погибло весьма вероятно и о 4 особях отсутствуют какие-либо сведения. Следовательно, можно в общем считать, что вместе с незарегистрированными экземплярами погибло 18 белых куропаток (62%). Однако вполне правдоподобно, что число выживших птиц было в это время меньше 11 особей и это представляло лишь 6-8 экземпляров

(3—4 пары). В одном случае возникло необоснованное предположение, что могла иметь место попытка гнездиться. В непосредственной близости от места выпуска белые куропатки были повторно застигнуты еще в конце 1974 года, в апреле 1975 г. и в мае 1956 г. на том же месте было обнаружено присутствие минимум 2 пар, последние наблюдения одной самки были 5 декабря 1976 г.

введение; белая куропатка; ареал рассеяния

BOUCHNER, M. (Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, Jíloviště - Strnady). *The Attempt of an Introduction of the Willow Grouse (Lagopus lagopus L.) in the CSR. Lesnictví*, 23, 1977 (9) : 727-740.

From the "Archangelsk" area in the Soviet Union we have received 34 birds (from the originally planned 200 individuals and 200 stock eggs) for our experiment with the willow grouse in Czechoslovakia. 5 willow grouses had died during transport and a prescribed quarantine period in bird houses, so that 29 birds (21 hens and 8 cocks) were flown on April 4th and 5th 1974. Their sex ratio 1 : 2.6 was very unsuitable, as the birds are monogamic.

The originally suggested site for their flying had to be replaced by another one, because of objections of the State Institute for a Care of Historical Monuments and Nature Protection. A substitute site was situated in the area between villages Libínské Sedlo, Chroboly, Zbytiny and Sviňovice in the Forest Establishment Prácheň.

During the bird house period we acquired a valuable knowledge of their behaviour, food demands as well as of the technology of their treatment and flying.

The willow grouse after the flying behaved towards men as tamely as in the bird house period; they were gradually losing this feature in the course of 2 to 4 weeks. Their reaction towards animal enemies (mammals, birds) and towards potential danger was very wild — they tried to soar in the bird houses, in pure nature they wanted to escape by darting.

26 data (i. e. almost 90 % of back reports from the total amount) were gathered in order to find out the area of dispersion and a degree of survival. Majority of the willow grouse was found within 3 km of the place of the flying (18 individuals), the other flew within 30 km. The whole dispersion area covers the strip cca 6 km wide and 35 km long from the south south west to the north north east. 2 individuals only flew within 5 km to the south south west and 12 of them flew within 30 km to the north north east.

9 willow grouses died till the end of July 1974, another 5 individuals died with a great probability and there is no information on 4 of them. It can be therefore estimated that, including unregistered individuals, 18 willow grouses had died (62 %). But it is also probable that a number of survived birds in that time was less than 11 individuals and that it was represented by 6 to 8 individuals only (3—4 couples). There sprung up an unfounded assumption in one case that an attempt of nesting had taken place. The willow grouse were repeatedly observed as late as the end of 1974. Minimally 2 couples were observed on the same place in April and May 1976; the last observation of one hen comes from October 5th, 1976.

introduction; willow grouse; area of dispersion

Adresa autora:

RNDr. Miroslav Bouchner, Výzkumný ústav lesního hospodářství a myslivosti, Jíloviště - Strnady, 255 01 Praha 5 - Zbraslav

Vyskot M.: Prof. Dr. Ing. V. Korf, DrSc., sedmdesátiletý	669
Vyskot M.: Pěstění smrku v oblasti Javořice na Českomoravské vrchovině	677
Vicena I.: Trojrozměrný dopravní problém lesního závodu	701
Midriak R.: Zhodnotenie protieróznej funkcie lesov v ČSSR	713
Bouchner M.: Pokus o introdukci bělokura rousného (<i>Lagopus lagopus</i> L.) v ČR	727

Příloha

Matematické metody v lesnictví

Res I.: Elementární metody řešení diferenciálních rovnic	99
--	----

СОДЕРЖАНИЕ

Вискот М.: Семидесятилетие проф. д-ра инж. В. Корфа, д-ра наук	669
Вискот М.: Выращивание ели в области Яворжице на Чешскоморавской возвышенности	698
Вицена И.: Трёхразмерная проблема транспорта лесного предприятия	711
Мидриак Р.: Оценка противозерозионной роли лесов в ЧССР	725
Боухнер М.: Эксперимент по введению белой куропатки (<i>Lagopus lagopus</i> L.) в ЧСР	739

Приложение

Математические методы в лесном хозяйстве

Рес И.: Элементарные методы решения дифференциальных уравнений	99
--	----

CONTENTS

Vyskot M.: Prof. Dr. Ing. V. Korf, DrSc., seventy-years old	669
Vyskot M.: Management of Spruce Forests in the Region Javořice in the Bohemian Moravian Uplands	699
Vicena I.: Three-dimensional Transport Problem of Forests Establishment	711
Midriak R.: The Evaluation of an Anti-Erosion Function of Forests in Czechoslovakia	726
Bouchner M.: The Attempt of an Introduction of the Willow Grouse (<i>Lagopus lagopus</i> L.) in Czechoslovakia	740

Supplement

Mathematical Methods in Forestry

Res I.: Elementary Methods of Solving Differential Equations	99
--	----

INHALT

Vyskot M.: Prof. Dr. Ing. V. Korf, DrSc., in seinem siebzigsten Lebensjahr	669
Vyskot M.: Erziehung der Fichtenbestände im Gebiet Javořice der Böhmischo-mährischen Höhen	699
Vicena I.: Dreidimensionales Verkehrsproblem des Forstbetriebes	711
Midriak R.: Die Bewertung der Antierosionsfunktion der Wälder in der ČSSR	En 726
Bouchner M.: Ein Versuch über die Introduktion des Moorhuhns <i>Lagopus lagopus</i> L. in ČSR	En 740

Beilage

Mathematische Methoden der Forstwirtschaft

Res I.: Methoden zur Lösung von Differenzialgleichungen	99
---	----

TABLE DES MATIÈRES

Vyskot M.: 70 ^e anniversaire de la naissance du prof. Dr. Ing. V. Korf, DrCc.	669
Vyskot M.: Sylviculture des essences d'épicéa dans la région Javořice au Plateau tchéco-morave	700
Vicena I.: Problème de transport à trois dimensions d'une entreprise forestière	712
Midriak R.: Appréciation de la fonction antiérosive des forêts en Tchécoslovaquie	An 726
Bouchner M.: Un essai cherchant à introduire le lagopède blanc (<i>Lagopus lagopus</i> L.) dans la République socialiste tchèque	An 740
Annexe	
Méthodes mathématiques en sylviculture	
Res I.: Méthodes élémentaires de solution des équations différentielles	99

LESNICTVÍ č. 10/1977

je tematicky zaměřeno na problematiku současné hospodářské úpravy lesů:
Korf V.: Některé výsledky biometrického a hospodářskoupravnického výzkumu v ČSSR

Šmelko Š.: Nový spôsob overovania a hodnotenia reprezentatívnych metód zisťovania hmoty porastov

Korf V.: Biometrický význam plochy kambia kmenů lesních stromů a její vztah k základním taxačním veličinám

Hubač K.: Hmotové tabuľky pre buk

Halaj J.: Použitie rastových tabuliek diferencovaných podľa zásobovej úrovně porastov

Dvořáček J., Polák L.: Biometrická analýza smíšených porostů ke stanovení provozních cílů

Páv B.: Rychlé stanovení zápoje porostu

Lesnictví č. 10/1977 stojí 12,— Kčs. Objednávky přijímá

Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství, Slezská 7, 120 56 Praha 2

Poštovní novinová služba, Jindřišská 14, 110 00 Praha 1

Rozšiřuje Poštovní novinová služba. Objednávky a předplatné přijímá PNS — ústřední expedice tisku, administrace odborného tisku, Jindřišská ulice 14, 110 00 Praha 1. Lze též objednat u každé pošty i poštovního doručovatele. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS — ústřední expedice tisku, oddělení vývozu tisku, Jindřišská ulice 14, 110 00 Praha 1. Vytiskl MÍR, novinářské závody, n. p., závod 6, Legerova ulice 22, 120 00 Praha 2.

I. Res: Elementární metody řešení diferenciálních rovnic

PŘÍLOHA LESNICTVÍ 23 (L), 1977, ČÍSLO 9

1. LINEÁRNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE VYŠŠÍCH ŘADŮ

Definice 1.1. Diferenciální rovnici tvaru

$$(1,1) \quad y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + p_2(x)y^{(n-2)} + \dots + p_{n-1}(x)y' + p_n(x)y = f(x),$$

kde $p_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, n$ a $f(x)$, jsou dané spojité funkce na jistém intervalu $I = (a, b)$, nazýváme lineární diferenciální rovnici n -tého řádu. Je-li $f(x) = 0$ pro každé $x \in I$ nazýváme rovnici (1,1) homogenní (bez pravé strany); je-li $f(x) \neq 0$, nazýváme rovnici (1,1) nehomogenní (s pravou stranou).

Budeme se zabývat nejdříve lineární rovnici bez pravé strany:

$$(1,2) \quad L(y) \equiv y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \dots + p_{n-1}(x)y' + p_n(x)y = 0.$$

Symbol $L(y)$ bude znamenat výsledek, který dostaneme, jestliže na funkci y provedeme soubor operací (diferencování, násobení činitelem $p_i(x)$ a sčítání) naznačených na levé straně rovnice (1,2) a budeme jej nazývat lineárním diferenciálním operátorem.

Věta 1.1. Necht' $y_1, y_2, \dots, y_k$ jsou funkce, které mají prvních n derivací na intervalu I a necht' $c_1, c_2, \dots, c_k$ jsou čísla. Pak

$$L(c_1y_1 + c_2y_2 + \dots + c_ky_k) = c_1L(y_1) + c_2L(y_2) + \dots + c_kL(y_k).$$

Věta 1.2. Necht' $y_1, y_2, \dots, y_k$ jsou řešeními rovnice (1,2). Pak každá jejich lineární kombinace je rovněž řešením rovnice (1,2).

Speciálně, je-li $c_i = 0$ pro $i = 1, 2, \dots, k$, dostaneme, že diferenciální rovnice (1,2) má za řešení funkci $h(x) = 0$, $x \in I$. Toto řešení nazýváme nulovým nebo triviálním. Nedojde-li k nedorozumění, budeme argument x vynechávat.

Definice 1.2. Necht' $f_1, f_2, \dots, f_k$ jsou reálné, resp. komplexní funkce reálné proměnné definované na intervalu I . Říkáme, že tyto funkce jsou na intervalu I lineárně závislé, existuje-li nenulová k -tice reálných, resp. komplexních čísel $(c_1, c_2, \dots, c_k)$ taková, že pro každé $x \in I$ platí

$$(1,3) \quad \sum_{i=1}^k c_i f_i(x) = 0.$$

Jsou-li dané funkce lineárně nezávislé na intervalu I , může být rovnost (1,3) splněna pro každé $x \in I$ tehdy a jen tehdy, je-li

$$c_1 = c_2 = \dots = c_k = 0.$$

Příklad 1.1. Funkce $1, x, x^2, \dots, x^k$ jsou lineárně nezávislé na každém intervalu I .

Příklad 1.2. Necht r je komplexní číslo. Funkce $e^{rx}, xe^{rx}, \dots, x^k e^{rx}$ jsou lineárně nezávislé na každém intervalu I .

Příklad 1.3. Necht $r_1, r_2, \dots, r_k$ jsou vzájemně různá komplexní čísla. Funkce $e^{r_1 x}, e^{r_2 x}, \dots, e^{r_k x}$ jsou lineárně nezávislé na každém intervalu I .

Příklad 1.4. Necht α a β jsou reálná čísla a necht $\beta \neq 0$. Necht k je přirozené číslo nebo nula. Funkce

$$e^{\alpha x} \cos \beta x, e^{\alpha x} x \cos \beta x, \dots, e^{\alpha x} x^k \cos \beta x$$

$$e^{\alpha x} \sin \beta x, e^{\alpha x} x \sin \beta x, \dots, e^{\alpha x} x^k \sin \beta x$$

jsou nezávislé na každém intervalu I .

Poznámka 1.1. Podmínky lineární závislosti a nezávislosti lze snadno vyjádřit, mají-li funkce $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$ na intervalu I derivace až do řádu $(k-1)$. Determinant

$$W(f_1, f_2, \dots, f_k) = \begin{vmatrix} f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x) \\ f'_1(x), f'_2(x), \dots, f'_k(x) \\ \vdots \\ f_1^{(k-1)}(x), f_2^{(k-1)}(x), \dots, f_k^{(k-1)}(x) \end{vmatrix}$$

nazýváme Wronského determinantem funkcí $f_1, f_2, \dots, f_k$ nebo wronskiánem těchto funkcí.

Věta 1.3. Jsou-li funkce $f_1, f_2, \dots, f_k$ lineárně závislé na intervalu I , pak $W(f_1, f_2, \dots, f_k) = 0$, pro každé $x \in I$. Je-li $W(f_1, f_2, \dots, f_k) \neq 0$ alespoň v jednom bodě intervalu I , jsou funkce $f_1, f_2, \dots, f_k$ lineárně nezávislé.

Definice 1.3. Říkáme, že řešení $y_1, y_2, \dots, y_n$ rovnice (1,2) tvoří fundamentální systém na intervalu I , když $W(y_1, y_2, \dots, y_n) \neq 0$ v intervalu I .

Poznámka 1.2. Ke každé diferenciální rovnici (1,2) existuje fundamentální soustava.

Věta 1.4. Je-li $y_1, y_2, \dots, y_n$ fundamentální systém řešení rovnice (1,2), pak každé řešení této rovnice je tvaru

$$(1,4) \quad y = C_1 y_1 + C_2 y_2 + \dots + C_n y_n,$$

kde $C_i, i = 1, 2, \dots, n$ jsou vhodné konstanty. Funkci (1,4) nazýváme obecným řešením rovnice (1,2).

Důsledek 1.1. Abychom určili množinu všech řešení rovnice (1,2), stačí určit její fundamentální systém řešení.

Věta 1.5. Necht funkce $y_1, y_2, \dots, y_n$ jsou lineárně nezávislé na intervalu I a necht $y_i \in C^{(n)}(I), i = 1, 2, \dots, n$. Pak funkce $y_i, i = 1, 2, \dots, n$ tvoří fundamentální systém lineární diferenciální rovnice n -tého řádu bez pravé strany

$$(1,5) \quad \frac{1}{W(y_1, y_2, \dots, y_n)} \begin{vmatrix} y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, y \\ y_1^{(n)}, y_1^{(n-1)}, \dots, y_1 \\ y_2^{(n)}, y_2^{(n-1)}, \dots, y_2 \\ \vdots \\ y_n^{(n)}, y_n^{(n-1)}, \dots, y_n \end{vmatrix} = 0$$

Příklad 1.5. Funkce $\sin x$, $\cos x$ tvoří fundamentální systém řešení lineární homogenní diferenciální rovnice 2. řádu. Nalezněte ji!

Řešení. Hledaná diferenciální rovnice podle (1,5) je

$$\frac{1}{W(\sin x, \cos x)} \begin{vmatrix} y'', y', y \\ -\sin x, \cos x, \sin x \\ -\cos x, -\sin x, \cos x \end{vmatrix} = 0.$$

$$\text{Poněvadž } W(\sin x, \cos x) = \begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ \cos x & -\sin x \end{vmatrix} = -1,$$

dostaneme rozvinutím determinantu třetího řádu podle prvků prvního řádku

$$-1 \left[y'' \begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{vmatrix} - y' \begin{vmatrix} -\sin x & \sin x \\ -\cos x & \cos x \end{vmatrix} + y \begin{vmatrix} -\sin x & \cos x \\ -\cos x & -\sin x \end{vmatrix} \right] = 0.$$

Po vyčíslení příslušných determinantů a úpravě zjistíme, že hledaná diferenciální rovnice je $y'' + y = 0$.

ŘEŠENÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE S PRAVOU STRANOU

Diferenciální rovnici (1,2) budeme v této souvislosti nazývat přidruženou rovnici k rovnici (1,1).

Věta 1.6. Necht' $\varphi(x) = C_1 y_1 + C_2 y_2 + \dots + C_n y_n$ je obecné řešení diferenciální rovnice (1,2), která je přidružená k diferenciální rovnici (1,1). Necht' $\psi(x)$ je řešením diferenciální rovnice (1,1). Pak každé řešení $u(x)$ diferenciální rovnice (1,1) je tvaru

$$u(x) = \varphi(x) + \psi(x).$$

Funkci $u(x)$ nazýváme obecným řešením rovnice (1,1).

Větu 1.6 můžeme interpretovat takto: obecné řešení rovnice (1,1) je součtem partikulárního řešení nehomogenní rovnice (1,1) a obecného řešení přidružené homogenní rovnice.

Poznámka 1.3. Při řešení diferenciální rovnice (1,1) budeme vždy postupovat takto:

1. Stanovíme fundamentální systém řešení rovnice (1,2). 2. Najdeme jedno řešení rovnice (1,1). 3. Použijeme větu 1.6.

V dalším textu ukážeme, jak pomocí fundamentálního systému řešení rovnice (1,2) dovedeme najít jedno řešení rovnice (1,1). Metoda, pomocí níž najdeme toto řešení, se nazývá metodou variace konstant.

Věta 1.7. Buď $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ fundamentální systém řešení diferenciální rovnice (1,2). Jsou-li derivace funkcí $C_1(x), C_2(x), \dots, C_n(x)$ řešením systému

$$(1,6) \quad \begin{aligned} \sum_{k=1}^n C'_k(x) y_k(x) &= 0 \\ \sum_{k=1}^n C'_k(x) y'_k(x) &= 0 \\ &\vdots \\ \sum_{k=1}^n C'_k(x) y_k^{(n-2)}(x) &= 0 \\ \sum_{k=1}^n C'_k(x) y_k^{(n-1)}(x) &= f(x) \end{aligned}$$

v intervalu I , pak funkce

$$\psi(x) = \sum_{k=1}^n C_k(x) y_k(x)$$

je řešením rovnice (1,1) v intervalu I .

Poznámka 1.4. Hledané funkce $C_k(x)$ jsou

$$(1,7) \quad C_k(x) = \int \frac{W_k}{W} dx, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

kde $W = W(y_1, y_2, \dots, y_n)$ je wronskián, W_k je determinant, který vznikne z wronskiánu, když v něm k -tý sloupec nahradíme sloupcem $(0, 0, \dots, 0, f(x))$

Příklad 1.6. Řešte diferenciální rovnici $y''' + 3x^{-1}y'' - 2x^{-2}y' + 2x^{-3}y = 2x^2$.

Řešení. Úvahy provedeme pro $x > 0$. Příklad $x < 0$ je analogický. Fundamentální systém řešení přidružené rovnice

$$\begin{aligned} &y''' + 3x^{-1}y'' - 2x^{-2}y' + 2x^{-3}y = 0 \\ \text{je} \quad &y_1 = x, \quad y_2 = x^{-2}, \quad y_3 = x \ln x, \end{aligned}$$

o čemž se snadno přesvědčíme dosazením do dané rovnice a stanovením hodnoty

$$W(y_1, y_2, y_3) = \begin{vmatrix} x, & x^{-2}, & x \ln x \\ 1, & -2x^{-3}, & \ln x + 1 \\ 0, & 6x^{-4}, & x^{-1} \end{vmatrix} = -9x^{-3} \neq 0, \text{ pro } x > 0.$$

Hledáme funkce $C_k(x)$, $k = 1, 2, 3$ takové, aby funkce

$$\psi(x) = C_1(x)x + C_2(x)x^{-2} + C_3(x)x \ln x$$

byla řešením dané rovnice. Podle poznámky 1.4 je

$$C_1(x) = \int \frac{2 + 6 \ln x}{-9x^{-3}} dx = -\frac{2}{9} \int x^3(1 + 3 \ln x) dx = -\frac{2}{9} \left\{ \frac{x^4}{4}(1 + 3 \ln x) - \right. \\ \left. - \frac{3}{4} \int x^3 dx \right\} = -\frac{1}{18} x^4 \left(\frac{1}{4} + 3 \ln x \right),$$

$$C_2(x) = \int \frac{-2x^3}{-9x^{-3}} dx = \frac{2}{63} x^7,$$

$$C_3(x) = \int \frac{-6}{-9x^{-3}} dx = \frac{1}{6} x^4,$$

neboť

$$W_1 = \begin{vmatrix} 0, & x^{-2}, & x \ln x \\ 0, & -2x^{-3}, & \ln x + 1 \\ 2x^2, & 6x^{-4}, & x^{-1} \end{vmatrix} = 2 + 6 \ln x,$$

$$W_2 = \begin{vmatrix} x, & 0, & x \ln x \\ 1, & 0, & \ln x + 1 \\ 0, & 2x^2, & x^{-1} \end{vmatrix} = -2x^3,$$

$$W_3 = \begin{vmatrix} x, & x^{-2}, & 0 \\ 1, & -2x^{-3}, & 0 \\ 0, & 6x^{-4}, & 2x^2 \end{vmatrix} = -6.$$

Hledaným řešením dané diferenciální rovnice je

$$\psi(x) = \frac{1}{56} x^3.$$

Podle věty 1.6 je obecným řešením dané rovnice funkce

$$u(x) = C_1 x + C_2 x^{-2} + C_3 x \ln x + \frac{1}{56} x^5.$$

2. LINEÁRNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE S KONSTANTNÍMI KOEFICIENTY

Definice 2.1. Rovnici

$$(2,1) \quad L(y) \equiv y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \dots + a_n y = 0,$$

kde a_i , $i = 1, 2, \dots, n$ jsou reálná čísla nazýváme lineární diferenciální rovnicí n -tého řádu s konstantními koeficienty.

Věta 2.1. Funkce e^{rx} je řešením diferenciální rovnice (2,1) tehdy a jen tehdy, je-li číslo r kořenem algebraické rovnice

$$(2,2) \quad r^n + a_1 r^{n-1} + a_2 r^{n-2} + \dots + a_n = 0.$$

Tuto rovnici nazýváme charakteristickou rovnicí diferenciální rovnice (2,1) a její kořeny charakteristickými kořeny diferenciální rovnice (2,1) a polynom

$$f(r) = r^n + a_1 r^{n-1} + a_2 r^{n-2} + \dots + a_n$$

charakteristickým polynomem.

Věta 2.2. Necht' algebraická rovnice (2,2) má všechny kořeny $r_1, r_2, \dots, r_n$ navzájem různé. Pak funkce $e^{r_1 x}, e^{r_2 x}, \dots, e^{r_n x}$ jsou řešenými rovnice (2,1) a tvoří její fundamentální systém.

Věta 2.3. Necht' charakteristická rovnice (2,2) má $k \leq n$ navzájem různých kořenů $r_1, r_2, \dots, r_k$, jejichž násobnosti jsou $m_1, m_2, \dots, m_k$, takže $m_1 + m_2 + \dots + m_k = n$. Těmto kořenům odpovídá n řešení rovnice (2,1)

$$\begin{aligned} & e^{r_1 x}, x e^{r_1 x}, \dots, x^{m_1-1} e^{r_1 x} \\ & e^{r_2 x}, x e^{r_2 x}, \dots, x^{m_2-1} e^{r_2 x} \\ & \dots \dots \dots \\ & e^{r_k x}, x e^{r_k x}, \dots, x^{m_k-1} e^{r_k x}, \end{aligned}$$

která tvoří fundamentální systém.

Věta 2.4. Necht' $z(x) = u(x) + iv(x)$ je komplexní funkce reálné proměnné a necht' je řešením diferenciální rovnice (2,1). Pak řešením diferenciální rovnice (2,1) je jak reálná funkce $u(x)$ tak i reálná funkce $v(x)$.

Poznámka 2.1. Necht' a je reálné číslo. Pro všechna x platí Eulerovy vzorce

$$\cos ax = \frac{e^{iax} + e^{-iax}}{2}, \quad \sin ax = \frac{e^{iax} - e^{-iax}}{2i}$$

a tedy je

$$e^{iax} = \cos ax + i \sin ax$$

$$e^{-iax} = \cos ax - i \sin ax.$$

Charakteristická rovnice má tu vlastnost, že s každým nereálným m -násobným kořenem $\alpha + i\beta$ má i nereálný m -násobný komplexně sdružený kořen $\alpha - i\beta$. Těmto kořenům odpovídají řešení tvaru

$$u = x^j e^{(\alpha - i\beta)x}, \quad v = x^j e^{(\alpha + i\beta)x}$$

$j = 1, 2, \dots, m - 1$. Vzhledem k vlastnosti operátoru L popsané ve větě 1.1 jsou též funkce

$$U = \frac{u + v}{2} = x^j e^{\alpha x} \frac{e^{i\beta x} + e^{-i\beta x}}{2}, \quad V = \frac{u - v}{2i} = x^j e^{\alpha x} \frac{e^{i\beta x} - e^{-i\beta x}}{2i}$$

řešením rovnice (2,1). Z Eulerových vzorců plyne

$$U = x^j e^{\alpha x} \cos \beta x, \quad V = x^j e^{\alpha x} \sin \beta x,$$

takže každé dvojici řešení rovnice (2,1), přiřazených komplexně sdruženým kořenům rovnice (2,2) odpovídá dvojice reálných řešení. Podle příkladu 1.4. tvoří takto vzniklá soustava fundamentální systém pro všechna x .

Věta 2.5. Nechť charakteristická rovnice (2,2) má navzájem různé komplexní kořeny $\alpha_1 + i\beta_1, \alpha_2 + i\beta_2, \dots, \alpha_k + i\beta_k$, jejichž násobnosti jsou $m_1, m_2, \dots, m_k$, takže $2(m_1 + m_2 + \dots + m_k) = n$.

Potom následující systém funkcí

$$\begin{aligned} & e^{\alpha_1 x} \cos \beta_1 x, x e^{\alpha_1 x} \cos \beta_1 x, \dots, x^{m_1-1} e^{\alpha_1 x} \cos \beta_1 x \\ & e^{\alpha_1 x} \sin \beta_1 x, x e^{\alpha_1 x} \sin \beta_1 x, \dots, x^{m_1-1} e^{\alpha_1 x} \sin \beta_1 x \\ & e^{\alpha_2 x} \cos \beta_2 x, x e^{\alpha_2 x} \cos \beta_2 x, \dots, x^{m_2-1} e^{\alpha_2 x} \cos \beta_2 x \\ & e^{\alpha_2 x} \sin \beta_2 x, x e^{\alpha_2 x} \sin \beta_2 x, \dots, x^{m_2-1} e^{\alpha_2 x} \sin \beta_2 x \\ & \vdots \\ & e^{\alpha_k x} \cos \beta_k x, x e^{\alpha_k x} \cos \beta_k x, \dots, x^{m_k-1} e^{\alpha_k x} \cos \beta_k x \\ & e^{\alpha_k x} \sin \beta_k x, x e^{\alpha_k x} \sin \beta_k x, \dots, x^{m_k-1} e^{\alpha_k x} \sin \beta_k x \end{aligned}$$

tvoří fundamentální systém řešení diferenciální rovnice (2,1).

Příklad 2.1. Určete obecné řešení diferenciální rovnice

$$y^{(5)} - 3y^{(4)} + 2y''' - 6y'' + y' - 3y = 0.$$

Řešení. Příslušná charakteristická rovnice je

$$r^5 - 3r^4 + 2r^3 - 6r^2 + r - 3 = 0.$$

Její levou stranu můžeme upravit na tvar

$$r^4(r-3) + 2r^2(r-3) + r-3 = (r-3)(r^4 + 2r^2 + 1).$$

Má tedy charakteristická rovnice kořeny

$$r_1 = 3, \quad r_{2,3} = i, \quad r_{4,5} = -i.$$

Podle věty 2.2 a věty 2.5 tvoří funkce

$$e^{3x}, \quad \cos x, \quad x \cos x, \quad \sin x, \quad x \sin x$$

fundamentální systém řešení, takže podle věty 1.4 je

$$y = C_1 e^{3x} + (C_2 + C_3 x) \cos x + (C_4 + C_5 x) \sin x$$

obecným řešením předložené rovnice.

Příklad 2.2. Určete řešení diferenciální rovnice $y'' - 7y' + 6y = e^x \sin x$

Řešení. Podle poznámky 1.2 řešíme nejdříve rovnici $y'' - 7y' + 6y = 0$.

Kořeny její charakteristické rovnice $r^2 - 7r + 6 = 0$ jsou $r_1 = 1, r_2 = 6$. Podle věty 2.2 tvoří funkce e^x, e^{6x} její fundamentální systém řešení. Podle věty 1.4 je

$$y = C_1 e^{6x} + C_2 e^x$$

obecným řešením přidružené rovnice k zadané rovnici.

Najdeme nyní jedno řešení diferenciální rovnice s pravou stranou. Podle věty 1.7 a poznámky 1.3 je

$$\psi(x) = e^{6x} \int \frac{-e^{2x} \sin x}{-5e^{7x}} dx + e^x \int \frac{e^{7x} \sin x}{-5e^{7x}} dx,$$

neboť

$$W = \begin{vmatrix} e^{6x} & e^x \\ 6e^{6x} & e^x \end{vmatrix} = -5e^{7x}; \quad W_1 = \begin{vmatrix} 0 & e^x \\ e^x \sin x & e^x \end{vmatrix} = -e^{2x} \sin x;$$

$$W_2 = \begin{vmatrix} e^{6x} & 0 \\ 6e^{6x} & e^x \sin x \end{vmatrix} = e^{7x} \sin x.$$

Po integraci

$$\psi(x) = -\frac{1}{26} e^x (\sin x - 5 \cos x).$$

Podle věty 1.6 obecné řešení dané rovnice je

$$y = C_1 e^{6x} + C_2 e^x - \frac{1}{26} e^x (\sin x - 5 \cos x).$$

Příklad 2.3. Určete řešení diferenciální rovnice $y''' + 2y'' + y' = \frac{e^x}{1+x}$, které splňuje počáteční podmínky $y(0) = 0, y'(0) = -1, y''(0) = -3$.

Řešení. Určíme nejdříve obecné řešení dané rovnice. Charakteristická rovnice přidružené rovnice je

$$r^3 - 2r^2 + r = 0$$

a má dvojnásobný kořen $r_{1,2} = 1$ a jednoduchý kořen $r_3 = 0$, takže fundamentální systém přidružené rovnice je $e^x, xe^x, 1$. Systém (1,6) je tvaru

$$\begin{aligned} C'_1(x)e^x + C'_2(x)xe^x + C'_3(x) &= 0 \\ C'_1(x)e^x + C'_2(x)e^x(1+x) &= 0 \\ C'_1(x)e^x + C'_2(x)e^x(2+x) &= \frac{e^x}{1+x} \end{aligned}$$

Jeho řešením dostaneme

$$C'_1(x) = -1, \quad C'_2(x) = \frac{1}{1+x}, \quad C'_3(x) = \frac{e^x}{1+x}.$$

Lze např. zvolit

$$C_1(x) = -x, \quad C_2(x) = \ln(1+x), \quad C_3(x) = \int_0^x \frac{e^t dt}{1+t}.$$

Obecné řešení zadané rovnice je

$$y = e^x(C_1 + C_2x) + C_3 + e^x[-x + x \ln(x+1)] + \int_0^x \frac{e^t}{1+t} dt.$$

Aby toto řešení splňovalo počáteční podmínky, je třeba zvolit konstanty $C_i, i = 1, 2, 3$ tak, aby

$$C_1 + C_3 = 0, \quad C_1 + C_2 = -1, \quad C_1 + 2C_2 = -3.$$

Je tedy hledané partikulární řešení tvaru

$$y = e^x[1 - 3x + x \ln(1+x)] - 1 + \int_0^x \frac{e^t}{1+t} dt.$$

Poznámka 2.2. Výpočet partikulárního řešení $\psi(x)$ diferenciální rovnice s pravou stranou se dá v některých speciálních případech podstatně zjednodušit.

Věta 2.6. Nechť diferenciální rovnice má tvar

(2,3) $y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = P_m(x)$, neboli $L(y) = P_m(x)$, kde $P_m(x)$ značí polynom stupně m . Je-li nula k -násobným kořenem charakteristické rovnice (2,2), pak partikulární řešení $\psi(x)$ rovnice (2,3) je tvaru

$$\psi(x) = x^k Q_m(x),$$

kde $Q_m(x)$ je vhodný polynom stupně m tj.

$$Q_m(x) = q_m x^m + q_{m-1} x^{m-1} + \dots + q_0.$$

Příklad 2. 4. Určete partikulární řešení rovnice

$$y^{(4)} + 2y'' - y' = x^2 - 2x + 2.$$

Řešení. Charakteristická rovnice $r^4 + 2r^2 - r = 0$ má jednoduchý nulový kořen a $P_2(x) = x^2 - 2x + 2$. Hledáme proto partikulární řešení ve tvaru

$$\psi(x) = x(q_2 x^2 + q_1 x + q_0) = q_2 x^3 + q_1 x^2 + q_0 x.$$

Derivováním

$$\begin{aligned} \psi'(x) &= 3q_2 x^2 + 2q_1 x + q_0 \\ \psi''(x) &= 6q_2 x + 2q_1 \\ \psi'''(x) &= 6q_2 \\ \psi^{(4)}(x) &= 0, \end{aligned}$$

a dosazením do dané rovnice dostaneme

$$2(2q_1 + 6q_2 x) - (q_0 + 2q_1 x + 3q_2 x^2) = x^2 - 2x + 2.$$

Porovnáním koeficientů u stejných mocnin obdržíme

$$-3q_2 = 1, \quad 12q_2 - 2q_1 = -2, \quad 4q_1 - q_0 = 2.$$

Odtud

$$q_2 = -\frac{1}{3}, \quad q_1 = -1; \quad q_0 = -6$$

a hledané partikulární řešení je

$$\psi(x) = -\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 6x.$$

Věta 2.7. Necht' diferenciální rovnice má tvar

$$(2,4) \quad L(y) = P_m(x)e^{\alpha x}$$

kde $P_m(x)$ je polynom m -tého stupně, α komplexní číslo. Je-li α k -násobným kořenem charakteristické rovnice (2,2), pak partikulární řešení $\psi(x)$ rovnice (2,4) je tvaru

$$\psi(x) = Q_{m+k}(x)e^{\alpha x},$$

v němž $Q_{m+k}(x)$ je polynom stupně $m+k$.

Příklad 2.5. Řešte diferenciální rovnici

$$y'' - 2y' + y = (x^2 + 2x^3)e^x.$$

Řešení. V tomto případě je $P_3(x) = x^2 + 2x^3$, $\alpha = 1$ je dvojnásobným kořenem charakteristické rovnice. Poněvadž $m = 3$, $k = 2$ bude hledané řešení tvaru

$$\psi(x) = (q_2x^2 + q_3x^3 + q_4x^4 + q_5x^5)e^x.$$

Za konstanty q_0 a q_1 jsme volili nulu. Protože je

$$\begin{aligned} \psi'(x) &= e^x[2q_2x + (q_2 + 3q_3)x^2 + (q_3 + 4q_4)x^3 + (q_4 + 5q_5)x^4 + q_5x^5], \\ \psi''(x) &= e^x[2q_2 + (4q_2 + 6q_3)x + (q_2 + 6q_3 + 12q_4)x^2 + \\ &\quad + (q_3 + 8q_4 + 20q_5)x^3 + (q_4 + 10q_5)x^4 + q_5x^5], \end{aligned}$$

dostaneme dosazením za $y = \psi(x)$, $y' = \psi'(x)$, $y'' = \psi''(x)$ do původní rovnice

$$\begin{aligned} e^x[2q_2 + (4q_2 + 6q_3)x + (q_2 + 6q_3 + 12q_4)x^2 + (q_3 + 8q_4 + 20q_5)x^3 + \\ + (q_4 + 10q_5)x^4 + q_5x^5] - 2e^x[2q_2x + (q_2 + 3q_3)x^2 + (q_3 + 4q_4)x^3 + \\ + (q_4 + 5q_5)x^4 + q_5x^5] + e^x(q_2x^2 + q_3x^3 + q_4x^4 + q_5x^5) = e^x(x^2 + 2x^3). \end{aligned}$$

Po vykrácení e^x a uspořádání uvedeného polynomu podle mocnin x obdržíme rovnici

$$2q_2 + 6q_3x + 12q_4x^2 + 20q_5x^3 = x^2 + 2x^3.$$

Porovnáním koeficientů u stejných mocnin dostáváme

$$2q_2 = 0, \quad 6q_3 = 0, \quad 12q_4 = 1, \quad 20q_5 = 2$$

a tedy partikulárním řešením dané rovnice je funkce

$$\psi(x) = \left(\frac{1}{12}x^3 + \frac{1}{10}x^5 \right) e^x.$$

S ohledem na větu 2.3 a větu 1.6, obecné řešení je

$$y = C_1 e^x + C_2 x e^x + \left(\frac{1}{12} x^4 + \frac{1}{10} x^5 \right) e^x.$$

Věta 2.8. Budte α, β reálná čísla. Je-li funkce $z(x) = u(x) + iv(x)$ řešením diferenciální rovnice

$$L(y) = P_m(x) e^{(\alpha + i\beta)x},$$

pak funkce $u(x)$ je řešením

$$L(y) = P_m(x) e^{\alpha x} \cos \beta x$$

a funkce $v(x)$ řešením rovnice

$$L(y) = P_m(x) e^{\alpha x} \sin \beta x.$$

Příklad 2.6. Řešte diferenciální rovnici

$$y'' - y' - 2y = (1 + x)e^x \cos 3x.$$

Řešení. Určíme nejprve řešení diferenciální rovnice

$$(2,5) \quad y'' - y' - 2y = (1 + x)e^{(1+3i)x}.$$

Její charakteristická rovnice má kořeny $r_1 = -1, r_2 = 2$ a tedy obecné řešení odpovídající homogenní rovnice je

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}.$$

Podle věty 2.7 je $\alpha = 1 + 3i, P_1(x) = 1 + x$. Poněvadž číslo $1 + 3i$ není kořenem charakteristické rovnice, je $k = 0$ a tedy diferenciální rovnice (2,5) bude mít partikulární řešení

$$\psi(x) = (q_0 + q_1 x) e^{(1+3i)x}.$$

Poněvadž je

$$\psi'(x) = e^{(1+3i)x} [(1 + 3i)q_0 + q_1 + (1 + 3i)q_1 x],$$

$$\psi''(x) = e^{(1+3i)x} [(1 + 3i)^2 q_0 + 2(1 + 3i)q_1 + (1 + 3i)^2 q_1 x]$$

dostáváme dosazením $\psi(x), \psi'(x), \psi''(x)$ za y, y', y'' do rovnice (2,5) rovnost

$$\begin{aligned} & e^{(1+3i)x} [(1 + 3i)^2 q_0 + 2(1 + 3i)q_1 + (1 + 3i)^2 q_1 x] - \\ & - e^{(1+3i)x} [(1 + 3i)q_0 + q_1 + (1 + 3i)q_1 x] - 2(q_0 + q_1 x) e^{(1+3i)x} = \\ & = (1 + x) e^{(1+3i)x}. \end{aligned}$$

Po úpravě, v níž vykrátíme $e^{(1+3i)x}$ a uspořádáme uvedený polynom podle mocnin x , obdržíme

$$q_0(-11 + 3i) + q_1(1 + 6i) + (-11 + 3i)q_1 x = 1 + x.$$

Porovnáním koeficientů při stejných mocninách máme

$$(-11 + 3i)q_1 = 1, \quad q_1(1 + 6i) + q_0(-11 + 3i) = 1.$$

Odtud

$$q_1 = -\frac{11}{130} - \frac{3}{130}i, \quad q_0 = -\frac{1146}{130^2} - \frac{1128}{130^2}i,$$

takže hledané partikulární řešení je

$$\psi(x) = \left[-\frac{1146}{130^2} - \frac{1128}{130^2}i - \left(\frac{11}{130} + \frac{3}{130}i \right)x \right] e^{(1+3i)x}$$

Podle věty 2.8. je partikulární řešení dané diferenciální rovnice tvaru

$$u(x) = e^x \left[\left(-\frac{1146}{130^2} - \frac{11}{130}x \right) \cos 3x + \left(\frac{1128}{130^2} + \frac{3}{130}x \right) \sin 3x \right]$$

a její obecné řešení

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} + u(x).$$

Poznámka 2.3. Diferenciální rovnice tvaru $L(y) = P_m(x)e^{\alpha x}$, kde α je libovolné komplexní číslo, se substitucí $y = e^{\alpha x}v(x)$ převede na diferenciální rovnici $L(y) = P_m(x)$.

Příklad 2.7. Určete partikulární řešení diferenciální rovnice

$$y'' - y = (x - 1)\sin 2x.$$

Řešení. Určíme nejdříve řešení diferenciální rovnice

$$y'' - y = (x - 1)e^{2ix}.$$

Zavedeme substituci $y = e^{2ix}v(x)$. Pak

$$y' = e^{2ix}[2iv(x) + v'(x)], \quad y'' = e^{2ix}[-4v(x) + 4iv'(x) + v''(x)],$$

takže transformovaná rovnice je tvaru

$$v''(x) + 4iv'(x) - 5v(x) = x - 1.$$

Partikulární řešení této rovnice je $\psi(x) = q_0 + q_1x$. Po dosazení vyjde

$$4iq_1 - 5q_0 = x - 1,$$

takže

$$-5q_1 = 1, \quad 4iq_1 - 5q_0 = -1.$$

Odtud

$$q_0 = \frac{1}{5} - \frac{4}{25}i, \quad q_1 = -\frac{1}{5}.$$

Tedy

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{5} \left(-x + 1 - \frac{4}{5}i \right) e^{2ix} = \frac{1}{5} \left(-x + 1 - \frac{4}{5}i \right) (\cos 2x + i \sin 2x) = \\ &= \frac{1}{5} (1 - x) \cos 2x + \frac{4}{25} \sin 2x + i \left[\frac{1}{5} (1 - x) \sin 2x - \frac{4}{25} \cos 2x \right] \end{aligned}$$

a hledané partikulární řešení je

$$y = \frac{1}{5} (1 - x) \sin 2x - \frac{4}{25} \cos 2x.$$

3. SYSTÉMY LINEÁRNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC

Pro jednoduchost a přehlednost budeme v tomto odstavci užívat vektorové symboliky a předpokládat znalost základních početních operací s vektory a maticemi.

Malá tučná písmena budou znamenat prvky n -rozměrného vektorového prostoru E_n , velká tučná písmena budou znamenat čtvercové matice řádu n .

Definice 3.1. Buďte $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ funkce reálná proměnné x definované na nějakém intervalu I . Pro každé x utvořme sloupcový vektor

$$\mathbf{y}(x) = (y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x))^T.$$

Zobrazení $x \rightarrow \mathbf{y}(x)$ se nazývá vektorová funkce.

Podobně se definuje maticová funkce jako zobrazení $x \rightarrow \mathbf{A}(x)$, kde matice $(a_{ij}(x))$ a $a_{ij}(x), i, j = 1, 2, \dots, n$ jsou funkce definované na I .

Poznámka 3.1. Vektorovou nebo maticovou funkci nazýváme spojitou, když všechny její složky jsou spojitě. Derivací nebo integrálem takové funkce rozumíme vektorovou nebo maticovou funkci, na jejíž složky aplikujeme příslušnou operaci.

Snadno se ověří, že platí

$$[\mathbf{A}(x)\mathbf{y}(x)]' = \mathbf{A}'(x)\mathbf{y}(x) + \mathbf{A}(x)\mathbf{y}'(x)$$

$$[\mathbf{A}(x)\mathbf{B}(x)]' = \mathbf{A}'(x)\mathbf{B}(x) + \mathbf{A}(x)\mathbf{B}'(x),$$

pro každé dvě diferencovatelné maticové funkce a diferencovatelnou vektorovou funkci.

Definice 3.2. Rovnici

$$(3,1) \quad \mathbf{y}' = \mathbf{A}(x)\mathbf{y} + \mathbf{b}(x),$$

kde $\mathbf{A}(x)$ je maticová, $\mathbf{b}(x)$ vektorová funkce definovaná na nějakém intervalu I , nazýváme systémem lineárních diferenciálních rovnic.

Řešením této rovnice rozumíme vektorovou funkci $\mathbf{y} = \varphi(x)$, která je diferencovatelná na nějakém intervalu $J \in I$ a platí

$$\varphi'(x) = \mathbf{A}(x)\varphi(x) + \mathbf{b}(x).$$

Je-li $\mathbf{b}(x) \equiv \mathbf{0}$ nazývá se rovnice (3,1) homogenní, v opačném případě nehomogenní a rovnice

$$\mathbf{y}' = \mathbf{A}(x)\mathbf{y}$$

se nazývá přidruženou k (3,1).

Problém určit řešení $\mathbf{y}(x)$ rovnice (3,1) splňující podmínku $\mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0$ nazýváme počátečním problémem. Stručně jej zapisujeme ve tvaru

$$(3,2) \quad \mathbf{y}' = \mathbf{A}(x)\mathbf{y}(x) + \mathbf{b}(x), \quad \mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0.$$

Pomocná věta 3.1. Jsou-li $\mathbf{A}(x), \mathbf{b}(x)$ spojitě na intervalu I , je vektorová funkce $\mathbf{y} = \varphi(x)$ řešením (3,2) právě tehdy, když platí

$$(3,3) \quad \varphi(x) = \mathbf{y}_0 + \int_{x_0}^x [\mathbf{A}(t)\varphi(t) + \mathbf{b}(t)]dt.$$

Věta 3.1. Buďte $\mathbf{A}(x)$, $\mathbf{b}(x)$ spojité na intervalu I . Pak má problém (3,2) právě jedno řešení, které existuje na celém I . Toto řešení je limitou tzv. posloupnosti postupných aproximací (Picardova metoda)

$$\varphi_0(x) = \mathbf{0}$$

$$\varphi_{k+1}(x) = \mathbf{y}_0 + \int_{x_0}^x [\mathbf{A}(t)\varphi_k(t) + \mathbf{b}(t)] dt, \quad k = 0, 1, \dots$$

Poznámka 3.2. Je-li $\mathbf{b}(x) \equiv \mathbf{0}$ a matice $\mathbf{A}(x) = \mathbf{A}$ je konstantní, obdržíme řešení problému

$$(3,4) \quad \mathbf{y}' = \mathbf{A}\mathbf{y}, \quad \mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0.$$

Poznámka 3.3. Integrace lineární diferenciální rovnice n -tého řádu tvaru

$$(3,5) \quad a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = f(x)$$

je ekvivalentní s integrací systému lineárních diferenciálních rovnic tvaru

$$(3,6) \quad \begin{aligned} y'_1 &= y_2 \\ y'_2 &= y_3 \\ &\vdots \\ y'_{n-1} &= y_n \\ y'_n &= -\frac{a_1}{a_0} y_{n-1} - \frac{a_2}{a_0} y_{n-2} - \dots - \frac{a_n}{a_0} y_1 + f(x). \end{aligned}$$

Je-li totiž $\mathbf{y}$ libovolné řešení tohoto systému, pak jeho první složka je řešením rovnice (3,5). Je-li naopak y libovolné řešení diferenciální rovnice (3,5) a položíme-li $y_1 = y$, $y_2 = y'$, $\dots$, $y_n = y^{(n-1)}$, je $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ řešením systému (3,6).

Důležitou vlastností systému lineárních diferenciálních rovnic, tvořící základ jejich teorie, je tzv. princip superpozice. Jsou-li $\mathbf{y}_i(t)$ řešení rovnice

$$\mathbf{y}' = \mathbf{A}(x)\mathbf{y} + \mathbf{b}_i(x), \quad i = 1, 2$$

na intervalu I a c_1, c_2 libovolné konstanty, pak funkce

$$\mathbf{y}(x) = c_1 \mathbf{y}_1(x) + c_2 \mathbf{y}_2(x)$$

je řešením systému

$$\mathbf{y}' = \mathbf{A}(x)\mathbf{y} + c_1 \mathbf{b}_1(x) + c_2 \mathbf{b}_2(x).$$

Důsledek 3.1. Jsou-li $\mathbf{y}_1(x)$, $\mathbf{y}_2(x)$ řešení systému

$$(3,7) \quad \mathbf{y}' = \mathbf{A}(x)\mathbf{y},$$

pak $c_1 \mathbf{y}_1(x) + c_2 \mathbf{y}_2(x)$ je rovněž řešením. Tvoří tedy množina všech řešení tohoto systému vektorový prostor. Tvrzení plyne z principu superpozice pro $\mathbf{b}_1(x) = \mathbf{b}_2(x) = \mathbf{0}$.

Definice 3.3. Říkáme, že řešení $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n$ jsou lineárně závislá nebo nezávislá podle toho, jsou-li vektory $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n$ závislé nebo nezávislé. Každý systém n nezávislých řešení nazveme fundamentálním systémem řešení.

Věta 3.2. Je-li $y_1, y_2, \dots, y_n$ fundamentální systém řešení systému (3,7), pak každé řešení tohoto systému se dá psát ve tvaru

$$(3,8) \quad y = \sum_{i=1}^n c_i y_i,$$

kde c_i jsou vhodné konstanty.

Poznámka 3.4. Pokládáme-li $c_i, i = 1, 2, \dots, n$ ve vztahu (3,8) za parametry, nazýváme řešení (3,8) obecné řešení systému (3,7). Toto řešení lze psát v maticovém tvaru

$$y = Yc,$$

kde

$$Y = \begin{pmatrix} y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1n} \\ y_{21}, y_{22}, \dots, y_{2n} \\ \vdots \\ y_{n1}, y_{n2}, \dots, y_{nn} \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix}.$$

Matice Y se nazývá fundamentální

Abychom určili množinu všech řešení systému (3,4), stačí určit fundamentální matici. Určení fundamentální matice řešení systému (3,7) se prakticky rozpadá na řešení těchto případů:

Případ 3.1. Ověřme, zda existuje konstantní vektor h a číslo λ tak, aby funkce

$$(3,9) \quad y = h e^{\lambda x}$$

byla řešením systému (3,4).

Dosadíme-li (3,9) do (3,4), obdržíme

$$h \lambda e^{\lambda x} = A h e^{\lambda x},$$

tedy

$$(3,10) \quad (A - \lambda E)h = 0,$$

kde E značí jednotkovou matici.

Systém (3,10) má nenulové řešení h právě tehdy, když determinant soustavy je roven nule, tj.

$$(3,11) \quad D = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda, a_{12}, \dots, a_{1n} \\ a_{21}, a_{22} - \lambda, \dots, a_{2n} \\ \vdots \\ a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

Rovnice $D = 0$ se nazývá charakteristická rovnice systému (3,4), její kořeny vlastní hodnoty matice A a jim odpovídající řešení h systému (3,10) vlastní vektory matice A .

Jsou-li všechny vlastní hodnoty $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$ matice A navzájem různé,

existuje n nezávislých vlastních vektorů $\mathbf{h}_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ této matice. Dvě řešení systému (3,4) se stejným $\mathbf{h}$

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{h}e^{\lambda_1 x}, \quad \mathbf{y}_2 = \mathbf{h}e^{\lambda_2 x}$$

splňují tytéž počáteční podmínky, tedy $\lambda_1 = \lambda_2$.

Vlastním vektorům $\mathbf{h}_i$ odpovídají řešení

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{h}_i e^{\lambda_i x}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

systému (3,4), která tvoří fundamentální systém řešení.

Příklad 3.1. Určete obecné řešení systému

$$\begin{aligned} y'_1 &= -y_1 + y_2 + y_3 \\ y'_2 &= y_1 - y_2 + y_3 \\ y'_3 &= y_1 + y_2 + y_3 \end{aligned}$$

Řešení. Charakteristická rovnice (3,11)

$$\begin{vmatrix} -1 - \lambda & 1 & 1 \\ 1 & -1 - \lambda & 1 \\ 1 & 1 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 - \lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0,$$

má kořeny $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = -2$, $\lambda_3 = -1$. Je tedy

$$\mathbf{y}_1 = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} e^{2x}, \quad \mathbf{y}_2 = \begin{pmatrix} D \\ E \\ F \end{pmatrix} e^{-2x}, \quad \mathbf{y}_3 = \begin{pmatrix} G \\ H \\ J \end{pmatrix} e^{-x},$$

kde $A, B, C, D, E, F, G, H, J$ jsou konstanty.

Po dosazení vyjde

$$\begin{array}{lll} 2A = -A + B + C & -2D = -D + E + F & -G = -G + H + J \\ 2B = A - B + C & -2E = D - E + F & -H = G - H + J \\ 2C = A + B + C & -2F = D + E + F & -J = G + H + J \end{array}$$

Položíme-li $A = C_1$, $D = C_2$, $H = C_3$, plyne ze soustavy $A = B = C_1$, $C = 2C_1$, $F = 0$, $D = C_2$, $E = -C_2$, $H = G = C_3$, $J = -C_3$.

Obecné řešení je tedy tvaru

$$\begin{aligned} y_1 &= C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x} + C_3 e^{-x} \\ y_2 &= C_1 e^{2x} - C_2 e^{-2x} + C_3 e^{-x} \\ y_3 &= 2C_1 e^{2x} - C_3 e^{-x}. \end{aligned}$$

Případ 3.2. Uvažujme nyní případ, kdy charakteristická rovnice (3,11) má alespoň jeden vícenásobný kořen.

Buď tedy λ , m -násobný kořen ($m > 1$) charakteristické rovnice (3,11). K němu umíme zatím určit jen jedno řešení systému (3,4), což nestačí k určení fundamentálního

systému řešení. Analogicky jako u diferenciální rovnice n -tého řádu lze ukázat, že k m -násobnému kořenu charakteristické rovnice existuje m nezávislých řešení systému (3,4). Rozbor tohoto případu je značně složitý a souvisí s transformací matic na kanonický tvar.

Ověřme, zda existuje m nezávislých řešení systému (3,4) tvaru

$$(3,12) \quad \mathbf{y}_k = \left[\frac{x^{k-1}}{(k-1)!} \mathbf{h}_1 + \frac{x^{k-2}}{(k-2)!} \mathbf{h}_2 + \dots + \mathbf{h}_k \right] e^{\lambda x}, \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

kde $\mathbf{h}_i$, $i = 1, 2, \dots, m$ jsou vhodné konstantní vektory. Zřejmě platí

$$\mathbf{y}'_k = [\mathbf{y}_{k-1} + \lambda \mathbf{y}_k] e^{\lambda x},$$

pro $k = 1, 2, \dots, m$, přičemž klademe $\mathbf{y}_0 = \vec{0}$.

Dosadíme-li (3,12) do (3,4) obdržíme

$$\mathbf{y}_{k-1} + \lambda \mathbf{y}_k = \mathbf{A} \mathbf{y}_k,$$

což lze upravit

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}) \mathbf{y}_k = \mathbf{y}_{k-1}$$

pro $k = 1, 2, \dots, m$. Srovnáme-li koeficienty u stejných mocnin x , obdržíme

$$(3,13) \quad (\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}) \mathbf{h}_k = \mathbf{h}_{k-1}.$$

Vyšetřování struktury řešení algebraického systému (3,13) vede ke složitým výsledkům, z nichž nejdůležitější uvedeme.

Nechť λ je m -násobný kořen rovnice (3,11). Označme γ_j nulitu matice $(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E})^j$ pro $j = 0, 1, \dots$, přičemž nulitou rozumíme řád matice zmenšený o její hodnotu. Pak je $\gamma_j \leq m$ pro všechna j . Je-li $\gamma_j < m$, pak $\gamma_{j+1} > \gamma_j$ a existuje nejmenší index k takový, že $\gamma_k = m$ a pro všechna $j > k$, je $\gamma_j = \gamma_k$. Čísla $\alpha_j = \gamma_j - \gamma_{j-1}$, $j = 1, 2, \dots, k$ nazýváme charakteristickými čísly matice náležejícími ke kořenu λ . Posloupnost $\{\alpha_j\}$ je nerostoucí a existuje množina m nezávislých vektorů $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_m$, které se rozpadnou na α_l skupin tak, že označíme-li vektory jedné skupiny $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_l$ platí

$$\begin{aligned} (\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}) \mathbf{q}_1 &= \vec{0} \\ (\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}) \mathbf{q}_2 &= \mathbf{q}_1 \\ &\dots\dots\dots \\ (\mathbf{A} - \lambda \mathbf{E}) \mathbf{q}_l &= \mathbf{q}_{l-1}. \end{aligned}$$

Množina vektorů této vlastnosti se nazývá sérií vlastních vektorů matice $\mathbf{A}$ příslušná k vlastní hodnotě λ .

Jsou-li $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$, $k \leq n$ všechny navzájem různé kořeny charakteristické rovnice, pak existuje n nezávislých vektorů $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_n$ tvořící jistý počet sérií. Každé sérii l vlastních vektorů příslušné kořenu λ odpovídá l nezávislých řešení systému (3,7)

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_1 &= \mathbf{q}_1 e^{\lambda x} \\ \mathbf{y}_2 &= \left(\mathbf{q}_1 \frac{x}{1!} + \mathbf{q}_2 \right) e^{\lambda x} \\ &\dots \\ \mathbf{y}_l &= \left(\mathbf{q}_1 \frac{x^{l-1}}{(l-1)!} + \mathbf{q}_2 \frac{x^{l-2}}{(l-2)!} + \dots + \mathbf{q}_l \right) e^{\lambda x}. \end{aligned}$$

Každému m násobnému kořenu λ rovnice (3,11) přísluší m nezávislých řešení a všem kořenům rovnice (3,11) přísluší fundamentální systém řešení systému (3,4).

Příklad 3,2. Určete obecné řešení systému

$$\begin{aligned}y'_1 &= -2y_1 + y_2 - 2y_3 \\y'_2 &= y_1 - 2y_2 + 2y_3 \\y'_3 &= y_1 - y_2 + y_3\end{aligned}$$

Řešení. Matice koeficientů je

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

a její charakteristická rovnice

$$\begin{vmatrix} -2 - \lambda & 1 & -2 \\ 2 & -2 - \lambda & 2 \\ 1 & -1 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = -(\lambda + 1)^3 = 0,$$

má trojnásobný kořen $\lambda = -1$. Pro výpočet charakteristických čísel matice $\mathbf{A}$ ke kořenu $\lambda = -1$, utvoříme posloupnost

$$(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{E})^0 = (\mathbf{A} + \mathbf{E})^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{E})^1 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (\mathbf{A} + \mathbf{E})^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Jejich hodnoty jsou postupně 3, 1, 0 a tedy jejich nulity 0, 2, 3.

Vlastní hodnotě $\lambda = -1$ matice $\mathbf{A}$ tedy přísluší dvě charakteristická čísla $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 1$. Bude proto fundamentální systém tvaru

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{h}_1 e^{-x}, \quad \mathbf{y}_2 = \mathbf{h}_2 e^{-x}, \quad \mathbf{y}_3 = (\mathbf{h}_3 + \mathbf{h}_2 x) e^{-x}.$$

Složky vektorů $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2$ jsou určeny soustavou homogenních rovnic

$$\begin{aligned}-A + B - 2C &= 0 \\ A - B + 2C &= 0 \\ A - B + 2C &= 0,\end{aligned}$$

jejíž řešení je tvaru $A = 2a$, $B = 2b$, $C = b - a$.

Složky vektoru $\mathbf{h}_3$ jsou určeny nehomogenní soustavou

$$\begin{aligned}-D + E - 2F &= 2a \\ D - E + 2F &= 2b \\ D - E + 2F &= b - a.\end{aligned}$$

Tato soustava má řešení jen když $2a = -2b \Rightarrow a = -b$. Pak

$$D = 2d, \quad E = 2e, \quad F = e - d - a.$$

Obecné řešení je tvaru

$$\begin{aligned}y_1 &= (2ax + 2d)e^{-x} \\y_2 &= (-2ax + 2e)e^{-x} \\y_3 &= (-2ax + e - d - a)e^{-x},\end{aligned}$$

přičemž a, d, e jsou libovolné konstanty.

Případ 3.3. Všimněme si případu, kdy charakteristická rovnice (3,11) má nereálný kořen. Víme, že tomuto nereálnému kořenu odpovídá nereálný vlastní vektor a tudíž i nereálné řešení systému (3,4). Analogicky jako u rovnice n -tého řádu lze ukázat, že lze vybrat fundamentální systém tak, aby obsahoval pouze reálná řešení.

Poněvadž matice A má reálné prvky, má charakteristická rovnice (3,11) s každým nereálným kořenem i kořen komplexně sdružený. Z rovnice (3,10) je zřejmé, že každým dvěma nereálným komplexně sdruženým kořenům charakteristické rovnice odpovídají soustavy vlastních vektorů, které jsou komplexně sdružené. Z toho plyne, že fundamentální systém řešení systému (3,4) obsahuje s každým nereálným řešením i řešení komplexně sdružené. Vzhledem k tomu, že reálná i imaginární část každého nereálného řešení systému (3,4) je rovněž řešením tohoto systému, stačí tedy nahradit každou dvojici nereálných komplexně sdružených řešení $u + iv$ a $u - iv$ reálnými řešeními u, v .

Příklad 3.3. Stanovte obecné řešení systému

$$\begin{aligned}y_1' &= y_1 - 2y_3 + 2y_4 \\y_2' &= -y_1 + y_2 + y_3 - 2y_4 \\y_3' &= 2y_2 + y_3 - 2y_4 \\y_4' &= -y_1 + 2y_2 + 2y_3 - 3y_4\end{aligned}$$

Řešení. Charakteristická rovnice daného systému

$$\begin{vmatrix} 1 - \lambda, 0 & , -2 & , 2 \\ -1 & , 1 - \lambda, 1 & , -2 \\ 0 & , 2 & , 1 - \lambda, -2 \\ -1 & , 2 & , 2 & , -3 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^4 + 2\lambda^2 + 1 = (\lambda^2 + 1)^2 = 0,$$

má dvojnásobné kořeny i a $-i$.

Kořenu i odpovídají tedy dva vlastní vektory. Složky A, B, C, D prvního vlastního vektoru jsou řešením soustavy

$$\begin{aligned}(1 - i)A & -2C & +2D & = 0 \\ -A + (1 - i)B & +C & -2D & = 0 \\ & 2B + (1 - i)C & -2D & = 0 \\ -A & +2B & +2C - (3 + i)D & = 0,\end{aligned}$$

které je $A = -(1 + i)a, B = a, C = 0, D = a$, kde a je parametr.

Složky E, F, G, H druhého vlastního vektoru určíme řešením soustavy

$$\begin{aligned}(1 - i)E & -2G & +2H & = -(1 + i)a \\ -E + (1 - i)F & +G & -2H & = a \\ & 2F + (1 + i)G & -2H & = 0 \\ -E & +2F & +2G - (3 + i)H & = a,\end{aligned}$$

které je $E = a - b - ib, F = b, G = 0, H = b$, kde b je parametr.

Každou dvojici řešení daného systému, která odpovídá kořenu i je možno obdržet ze vzorce

$$\begin{aligned}y_1 &= [(-1 - i)ax - (1 + i)b - a]e^{ix} \\y_2 &= (ax + b)e^{ix} \\y_3 &= 0 \\y_4 &= (ax + b)e^{ix}.\end{aligned}$$

Kořenu $-i$ odpovídají řešení komplexně sdružená. Označíme-li $\mathbf{y} = \mathbf{u} + i\mathbf{v}$, pak je

$$\begin{aligned}u_1 &= (-ax - a - b)\cos x + (ax + b)\sin x \\u_2 &= (ax + b)\cos x \\u_3 &= 0 \\u_4 &= (ax + b)\cos x \\v_1 &= (-ax - b)\cos x - (ax + a + b)\sin x \\v_2 &= (ax + b)\sin x \\v_3 &= 0 \\v_4 &= (ax + b)\sin x.\end{aligned}$$

Lze tedy obecné řešení uvažovaného systému psát ve tvaru

$$\begin{aligned}y_1 &= (-ax - a - b)\cos x + (ax + b)\sin x - (cx + d)\cos x - (cx + c + d)\sin x, \\y_2 &= (ax + b)\cos x + (cx + d)\sin x, \\y_3 &= 0, \\y_4 &= (ax + b)\cos x + (cx + d)\sin x.\end{aligned}$$

4. NEHOMOGENNÍ SYSTÉM LINEÁRNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC

Cílem tohoto odstavce je popsat způsob, jakým lze určit všechna řešení systému (3,1), kde $\mathbf{A}(x) = \mathbf{A}$ je konstantní matice s reálnými prvky a $\mathbf{b}(x)$ je vektorová funkce, jejíž složky jsou spojité funkce na nějakém intervalu I .

Věta 4.1. Buď ψ řešením systému (3,1), φ řešením přidruženého systému (3,4). Pak vektorová funkce $\mathbf{y} = \psi + \varphi$ je rovněž řešením systému (3,1).

Věta 4.2. Buďte ψ, φ dvě řešení systému (3,1). Pak vektorová funkce $\mathbf{y} = \psi - \varphi$ je řešením přidruženého systému (3,4).

Věta 4.3. Buďte $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n$ fundamentální systém řešení systému (3,4), $\mathbf{y}_0$ libovolné řešení systému (3,1). Pak obecné řešení systému (3,1) je tvaru

$$(4,1) \quad \mathbf{y} = c_1\mathbf{y}_1 + c_2\mathbf{y}_2 + \dots + c_n\mathbf{y}_n,$$

kde $c_i, i = 1, 2, \dots, n$ jsou konstanty.

Věta 4.4. (Metoda variace konstant.) Buď $\varphi = \mathbf{Y}(x)\mathbf{c}$ obecné řešení systému $\mathbf{y}' = \mathbf{A}\mathbf{y}$. Pak vektorová funkce $\mathbf{y}(x)$

$$(4,2) \quad \mathbf{y} = \mathbf{Y}(x) \int_{x_0}^x \mathbf{Y}^{-1}(t)\mathbf{b}(t)dt,$$

je řešením systému (3,1), která vyhovuje počátečnímu problému $\mathbf{y}(x_0) = \vec{0}$.

Poznámka 4.1. $\mathbf{Y}^{-1}(x)$ značí inverzní matici k matici $\mathbf{Y}$. Prvky y_{ik} matice $\mathbf{Y}^{-1}$ jsou dány vzorcem

$$y_{ik} = \frac{1}{\text{Det}\mathbf{Y}} y^{ki},$$

kde y^{ki} je algebraický komplement prvku nacházejícího se v k -tém řádku a i -tém sloupci.

Větu 4.3. můžeme interpretovat takto: obecné řešení systému (3,1) je součtem partikulárního řešení nehomogenního systému (3,1) a obecného řešení přidruženého homogenního systému.

Příklad 4.1. Stanovte partikulární řešení systému

$$\begin{aligned} y'_1 &= 2y_1 - 3y_2 \\ y'_2 &= y_1 - 2y_2 + 2 \sin x. \end{aligned}$$

Řešení. Stanovme nejdříve fundamentální systém řešení odpovídajícího homogenního systému. Charakteristická rovnice (3,11)

$$\begin{vmatrix} 2 - \lambda & 3 \\ 1 & -2 - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 1 = 0,$$

má jednoduché kořeny $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$.

Kořenu λ_1 odpovídá vlastní vektor, jehož složky A , B vyhovují rovnici $A - 3B = 0$ a tedy např. $A = 3a$, $B = a$.

Kořenu λ_2 odpovídá vlastní vektor, jehož složky C , D vyhovují rovnici $3C - 3D = 0$ a tedy např. $C = D = b$. Položíme-li např. $a = b = 1$, lze fundamentální matici $\mathbf{Y}(x)$ homogenního systému psát ve tvaru

$$\mathbf{Y}(x) = \begin{pmatrix} 3e^x & e^{-x} \\ e^x & e^{-x} \end{pmatrix}.$$

Snadno zjistíme, že

$$\det \mathbf{Y} = 2, \quad \mathbf{Y}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{-x} & -e^{-x} \\ -e^{-x} & 3e^x \end{pmatrix}.$$

Podle (4,2) je

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_0 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3e^x & e^{-x} \\ e^x & e^{-x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \int e^{-x} \sin x \, dx \\ 6 \int e^x \sin x \, dx \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3e^x & e^{-x} \\ e^x & e^{-x} \end{pmatrix} \\ &\quad \begin{pmatrix} \frac{1}{2} e^{-x} (\sin x + \cos x) \\ \frac{3}{2} e^{-x} (\sin x - \cos x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \sin x \\ 2 \sin x \end{pmatrix} \end{aligned}$$

a tedy složky partikulárního řešení jsou $3 \sin x$, $2 \sin x$.

Poznámka 4.2. Výpočet partikulárního řešení $\mathbf{y}_0$ systému (3,1) se dá v některých speciálních případech podstatně zjednodušit.

Věta 4.5. Nechť vektor $\mathbf{b}(x)$ má složky, které tvoří polynomy stupně nejvýše m a nechť nula není kořenem charakteristické rovnice matice $\mathbf{A}$, tj. $\det \mathbf{A} \neq 0$. Potom existuje partikulární řešení $\mathbf{y}_0$ systému (3,1), jehož složky jsou polynomy stupně nejvýše m .

Příklad 4.2. Stanovte partikulární řešení systému

$$\begin{aligned} y'_1 &= y_1 - y_2 + x \\ y'_2 &= 2y_1 + y_2 - 1. \end{aligned}$$

Řešení. Poněvadž složky vektoru $\mathbf{b}(x)$ jsou polynomy stupně nejvýše 1 a $\det \mathbf{A} \neq 0$, hledáme řešení ve tvaru

$$y_1 = ax + b, \quad y_2 = cx + d.$$

Po dosazení do zadaného systému a srovnání koeficientů u stejných mocnin x dostaneme

$$\begin{aligned} a - c &= -1 \\ 2a + c &= 0 \\ b - d &= a \\ 2b + d &= c + 1. \end{aligned}$$

Řešením obdržíme $a = -\frac{1}{3}$, $c = \frac{2}{3}$, $b = \frac{4}{9}$, $d = \frac{7}{9}$ a tedy

$$\begin{aligned} y_1 &= -\frac{1}{3}x + \frac{4}{9} \\ y_2 &= \frac{2}{3}x + \frac{7}{9}. \end{aligned}$$

Věta 4.6. Nechť vektor $\mathbf{b}(x) = e^{ax}\mathbf{p}_m(x)$, kde vektor $\mathbf{p}_m(x)$ má za složky polynomy stupně nejvýše m . Substitucí $\mathbf{y} = e^{ax}\mathbf{u}$, obdržíme systém, jehož nehomogenní členy jsou polynomy stupně nejvýše m .

Příklad 4.3. Stanovte partikulární řešení systému

$$\begin{aligned} y'_1 &= y_1 - 2y_2 + e^x \\ y'_2 &= y_1 + 2y_2 + xe^x \end{aligned}$$

Řešení. Podle věty 4.6. je $\mathbf{y} = e^x\mathbf{u}$, $\mathbf{y}' = e^x\mathbf{u}' + e^x\mathbf{u}$, takže systém se transformuje na systém

$$\begin{aligned} u'_1 &= -2u_2 + 1 \\ u'_2 &= u_1 + u_2 + x. \end{aligned}$$

Podle věty 4.5 jsou složky vektor $\mathbf{b}(x)$ polynomy stupně nejvýše prvního a $\det \mathbf{A} \neq 0$, lze předpokládat řešení transformovaného systému ve tvaru

$$u_1 = ax + b, \quad u_2 = cx + d.$$

Po dosazení a srovnání koeficientů u stejných mocnin x obdržíme

$$\begin{aligned} -2c &= 0, & a + c &= -1 \\ -2d &= a - 1, & b + d &= c \end{aligned}$$

Řešením vyjde $a = -1$, $b = -1$, $c = 0$, $d = 1$, takže partikulární řešení transformovaného systému je

$$u_1 = -(x + 1), \quad u_2 = 1$$

a původního

$$y_1 = -(x + 1)e^x, \quad y_2 = e^x.$$

Věta 4.7. Budte α, β reálná čísla. Je-li vektorová funkce $\mathbf{y}(x) = \mathbf{u}(x) + i\mathbf{v}(x)$ řešením systému

$$\mathbf{y}' = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{p}_m(x)e^{(\alpha+i\beta)x},$$

pak $\mathbf{u}$ je řešením systému

$$\mathbf{y}' = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{b}_1(x)$$

a $\mathbf{v}$ řešením systému

$$\mathbf{y}' = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{b}_2(x),$$

kde vektorové funkce $\mathbf{b}_1(x), \mathbf{b}_2(x)$ jsou tvaru

$$\begin{aligned}\mathbf{b}_1(x) &= \mathbf{p}_m(x)e^{\alpha x} \cos \beta x, \\ \mathbf{b}_2(x) &= \mathbf{p}_m(x)e^{\alpha x} \sin \beta x.\end{aligned}$$

Příklad 4.4. Stanovte partikulární řešení systému

$$y'_1 = y_2 + \cos x, \quad y'_2 = y_1 - y_2 + x.$$

Řešení. Nejdříve stanovíme řešení systému

$$u'_1 = u_2 + e^{ix}, \quad u'_2 = u_1 - u_2.$$

Po transformaci $\mathbf{u} = e^{iz}\mathbf{z}$, dostaneme

$$z'_1 = -iz_1 + z_2 + 1, \quad z'_2 = z_1 - (1+i)z_2.$$

Položíme-li $z_1 = a, z_2 = b$, obdržíme

$$-ia + b = -1, \quad a - (1+i)b = 0,$$

z čehož $a = -\frac{1}{5}(1+3i), b = -\frac{1}{5}(2+i)$. Potom je

$$u_1 = -\frac{1}{5}(1+3i)e^{ix}, \quad u_2 = -\frac{1}{5}(2+i)e^{ix}.$$

Reálná část tohoto řešení

$$\operatorname{Re} u_1 = -\frac{1}{5} \cos x + \frac{3}{5} \sin x$$

$$\operatorname{Re} u_2 = -\frac{2}{5} \cos x + \frac{1}{5} \sin x$$

je podle předcházející věty řešením systému

$$U'_1 = U_2 + \cos x, \quad U'_2 = U_1 - U_2.$$

Určíme ještě partikulární řešení systému

$$V'_1 = V_2, \quad V'_2 = V_1 - V_2 + x.$$

Podle věty 4.5 předpokládáme řešení ve tvaru

$$V_1 = ax + b, \quad V_2 = cx + d.$$

Po dosazení do daného systému a srovnání koeficientů u stejných mocnin x obdržíme

$$c = 0, \quad a - c = -1, \quad a = d, \quad b - d = c,$$

z čehož $a = -1, b = -1, c = 0, d = -1$. Je proto $V_1 = -(x + 1), V_2 = -1$.

Podle věty 4.7 je řešením daného systému vektor o složkách

$$y_1 = -\frac{1}{2} \cos x + \frac{3}{5} \sin x - (x + 1)$$

$$y_2 = -\frac{2}{5} \cos x + \frac{1}{5} \sin x - 1.$$

Literatura

KLUVÁNEK, I. a kol.: Matematika II. Bratislava, Slovenské vydavateľstvo technickej literatury, 1961

RÁB, M.: Elementární metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic. Státní pedagog. nakladatelství Praha 1964

MATVEJEV, N. M.: Sbornik zadač i upražnenij po obyknovennym differencialnym uravnenijam. Leningrad 1960

STĚPANOV, V. V.: Kurs diferenciálních rovnic. JČMF Praha 1950

Doc. RNDr. Ivo Res, CSc., katedra matematiky lesnické fakulty VŠZ, Brno

Podepsáno k tisku 30. 11. 1977.