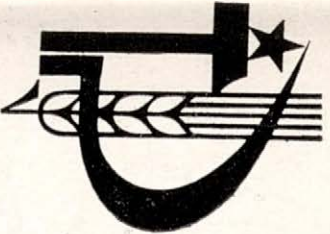


VĚDECKÝ ČASOPIS



LESNICTVÍ

5

ROČNÍK 22 (XLIX)
PRAHA
KVĚTEN 1976
CENA 12 Kčs

ČESKOSLOVENSKÁ AKADEMIE ZEMĚDĚLSKÁ
ÚSTAV VĚDECKOTECHNICKÝCH INFORMACÍ
PRO ZEMĚDĚLSTVÍ

Redakční rada: člen korespondent ČSAV prof. Dr. Ing. Miroslav Vyskot, DrSc. (předseda), Ing. Zdeněk Bludovský, CSc., prof. Dr. Ing. Václav Douša, CSc., prof. Dr. Ing. Ján Halaj, DrSc., Ing. Jan Jindra, CSc., člen korespondent ČSAV prof. Dr. Ing. Augustin Kalandra, DrSc., prof. Dr. Ing. Václav Korf, DrSc., prof. Dr. Ing. Josef Pelíšek, DrSc., prof. Ing. Adolf Priesol, DrSc., genmjr. Ing. Václav Růžicka

Vedoucí redaktorka Ing. Milena Staňková

© Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství, Praha 1976

CS ISSN 0024-1105

LESNICTVÍ uveřejňuje vědecká pojednání o vyřešených výzkumných úkolech ze všech oborů lesnické vědy, studie a rozborů. Vydává Ústav vědeckotechnických informací pro zemědělství. Vychází měsíčně. Redakce: 120 56 Praha 2, Slezská 7, telefon 257541. Celoroční předplatné Kčs 144,—.

LESNICTVÍ публикует научные статьи о решенных заданиях по научному исследованию в области лесохозяйственной науки, обзоры и анализы. Издаёт Институт научно-технической информации по сельскому хозяйству. Выходит в свет ежемесячно. Редакция: 120 56 Прага 2, Слезска 7.

LESNICTVÍ publishes scientific treatises about the solved research tasks in the line of forest science, studies and analyses. Published by the Institute of Scientific and Technical Information for Agriculture. Issued monthly. Editorial office: 120 56 Prague 2, Slezská 7.

LESNICTVÍ veröffentlicht wissenschaftliche Abhandlungen über die gelösten Forschungsaufgaben auf dem Gebiete der Forstwirtschaftswissenschaft, Studien und Analysen. Herausgegeben vom Institut für wissenschaftlich-technische Information der Landwirtschaft. Erscheint monatlich. Redaktion: 120 56 Praha 2, Slezská 7.

LESNICTVÍ publie les traités scientifiques concernant les tâches de recherches résous dans le domaine de science silvicole, études et analyses. Publié par l'Institut des informations scientifiques et techniques pour l'agriculture. Paraît une fois par mois. Rédaction: 120 56 Praha 2, Slezská 7.

Prales Razula je méně známý zbytek jedlo-bukového přirozeného lesa v lesní oblasti Javorníky. Přesto, že byl ovlivňován těžbou i okolními porosty, zachoval si přirozenou skladbu a výstavbu. Zaslouhuje si proto náležitou lesnickou i ochranářskou pozornost.

METODIKA

V roce 1972 byly na celé ploše pralesa zaměřeny všechny stromy (živé i odumřelé) o výčetní tloušťce větší než 20 cm. Od měření stromů od 10 cm tloušťky bylo upuštěno pro velký nástup bukového zmlazení právě v této tloušťkové třídě. U každé dřeviny se měřil výčetní průměr (1,3 m od země). U zlomů, pahýlů a vývrátů byly zaměřeny i ležící kmeny a pařezy a byl zaznamenán stupeň jejich rozpadu. Měření bylo vyneseno do mapy 1:1000, do které byly zamapovány lesní typy a podrosty. Bylo založeno 15 typologických ploch, ze 3 půdních sond byly konány podrobné půdní rozborů. Výsledky půdních rozborů byly zapůjčeny laskavostí Ústavu pro hospodářskou úpravu lesů v Brandýse n. L. Planimetraž ploch byla provedena sčítáním na milimetrové mřížce. Výpočet počtu kmenů, kruhových ploch a hmot byl konán odděleně pro vlastní prales a zvlášť pro část, která vznikla clonnou sečí. Členění je podle tloušťkových tříd po 10 cm (např. tř. 3 je 25–35 cm). Tloušťkové třídy jsou uvedeny u stromů v mapě. Pro výpočet hmot byl použit tarif J. Řeháka (1963) pro prales Mionší. Výšky byly sice měřeny, ale jejich velká rozkolísanost u větších dimenzí nedávala možnost vyhotovit vyrovnanou výškovou křivku. Jsou proto hmotové údaje jen orientační.

HISTORIE

Lesy v Javorníku, tak jako všude na Valašsku, prošly pohnutým vývojem. Do pralesovitých porostů koncem 15. století se začala rozšiřovat po hřebenech hor valašská kolonizace z Uher. V tuto dobu se začíná v nedotčených lesích klučit a vznikají tzv. pustě, tj. louky pro chov valašského dobytka (ovcí a koz). Současně se rozšiřuje tlak místního obyvatelstva na lesy z údolí do hor. Ovčárství bylo velmi rozšířeno. Na počátku 19. století mivali sedláci 30–60 ovcí, které v létě společně pásli na salaších a na horských pastvinách, hlavně však v pastevních lesích. Též lesy velkostatkářů byly do roku 1850 zatíženy služebností pastvy. Od r. 1834, kdy tlak na lesy vyvrcholil, je patrna rozdrobenost lesů a množství enkláv i ve vysokých polohách. Rozsáhlé zalesňování, zejména zpustlých pastvin, bylo uskutečněno od roku 1875 zalesňovací akcí vedenou les-

mistrem Bernardem a subvencovanou Zemským úřadem. Rozsáhlé zalesňování podpořil zákon o zalesňování území Vsetínské Horní Bečvy z roku 1896. Tyto akce měly velkolepý výsledek. Např. na kat. úz. Velké a Malé Karlovice vzrostl opět les z plochy 3690 ha v roce 1834 na 6307 ha dnes, což je o 2617 ha (71 %) více.

Vývoj skladby lesů od směsí buku a jedle směřoval ke smrkovému hospodářství. Tak na velkostatku V. Karlovice fasce josefinského katastru z roku 1787 uvádí jd 60, bk 30, sm 10 %, oceňovací elaboráty stabilního katastru z roku 1839 – jd 65, bk 10, sm 25 %. Podle taxace z roku 1822 bylo ve výnosovém lese jd 65, bk 30, sm 5 %, v pastevních lesích jd 25, bk 20 sm 55 % a podle lesního hospodářského plánu z roku 1935 měl již sm 78, jd 14, bk 8 %. Do roku 1908 (do postavení železnice ze Vsetína do V. Karlovic) převládalo toulavé hospodářství. Od tohoto roku se zavádí holosečné smrkové hospodářství; klest se spaluje, klučí se pařezy, paseky se pronajímají k polaření. Po sklizni brambor byl v druhém roce vysazen smrk a vyset oves, lesní (dvoleté) žito a kmín, takže ještě tři roky se sklízelo. Naposled se polařilo v roce 1930.

V souvislých smíšených hvozdech bylo dost zvěře. V transaktu vsetínského panství z roku 1700 se uvádí povinnost hajného odvádět ročně vlka, lišku, dvě kuny, 8 zajíců, 6 jeřábků, 30 kvíčal, 10 koroptví a 100 drobných ptáků. Téměř celé 18. století se tu každoročně střídalo několik vlků. Ještě na počátku 19. století se často objevoval na uherských (slovenských) hranicích vlk, rys a medvěd. Zvěř jelení a černá se již v 18. stol. vyskytovala, ale jen jako zvěř střídavá pro rušení pastvou dobytka. Je s podivem, že za takových okolností se prales udržel. Vedlejší porosty byly obnoveny holosečí a polařením, byl tu i tlak blízkých enkláv. Údaje o pralese se nám dochovaly z lesního hospodářského plánu z roku 1924

I. Evidence vykonané těžby (porost 20a). — Records on carried out felling (stand 20a)

Rok	Těžba v m ³	Způsob
1924	308,93	tmavá seč a zlomy
1925	414,17	tmavá seč a zlomy
1926	556,29	tmavá seč
	10,40	zlomy
1927	316,09	zlomy a vývraty
1928	53,19	zlomy
1929	84,15	zlomy
1930	44,38	tmavá seč
	17,50	zlomy
1931	85,43	zlomy a vývraty
1932	151,16	zlomy a vývraty
1933	8,42	zlomy a vývraty
Celkem	2047,61	

(revír Leskové 20a). Popis porostu: jd 5, bk 5; dobře vyvinutý, řídce zakmeněný, místy po způsobu tmavé seče upravený porost s četným bukovým podrostem. Předpis: pozvolna prosvětlit na celé ploše. Z tabulky I vyplývá, že se v tomto porostu ještě v roce 1924–1933 hospodařilo (tmavá seč) a vyklízelo se padlé dříví (zlomy, vývraty), celkem 2048 m³. Lesní hospodářský plán z roku 1935 vypracovaný Ing. Čenkem Fránkem (revír Leskové — 20a, plocha 23,52 ha) uvádí věk 171 let, zastoupení dřevin jd 48, bk 42, sm 10 %. Popis porostu: přestárlá, prořídilá kmenovina s četným porostem, ponechána jako rezervace. Návrh opatření: vzhledem k tomu, že porost je ponechán jako rezervace, v níž nebude nijak hospodařeno, vylučuje se tento porost z pravidelného hospodaření. Taktéž i všechna taxační data v důsledku toho odpadají. Je vyloučena těžba, a to i nahodilá. Z tohoto dokladu vyplývá, že od roku 1935 byl porost lesním hospodářským plánem prohlášen za úplnou (přísnou) rezervaci, v níž se nesmělo těžit a vyvážet ani padlé dříví. Oficiálně byl vyhlášen úplnou rezervací vyhl. MŠVU č. 111. 318 ze dne 8. 12. 1949.

PŘÍRODNÍ POMĚRY

Prales Razula o výměře 23,20 ha je v obvodu Lesního závodu Velké Karlovice, polesí Podfaté, odd. 32f₁, ve východní části Javorníků. Horopisně náleží Javorníky ke Karpatům, horstvu alpské vrásové soustavy. Vznikly v třetihorách z druhohorní mořské prohlubně (usazenin). Reliéf Javorníků je velmi členitý, silně svahovitý s význačnými horskými hřebety a hřebeny, bez náhorních plošin, s hlubokými údolími. Svahy jsou zaoblené, s častými vývratíšti, bez povrchových kamenů, vodoteče jsou hluboko zaříznuty do měkkého materiálu. V úpatích kolem potoků se lehce vytvářejí strže a erozní rýhy.

Prales je na strmém svahu k S a SZ, tvořený dvěma hřebety, které jsou odděleny výraznou potočinou. Severní hranici tvoří potok místy se stržemi, který v Leskovém vtéká do Bečvy. Mikrorelief je silně zvlněný, někdy i mohutnými vývratíšti. Nadmořská výška je 660 m u potoka, nejvyšší je 812 m v jv části (pod Lemešnou — 949 m).

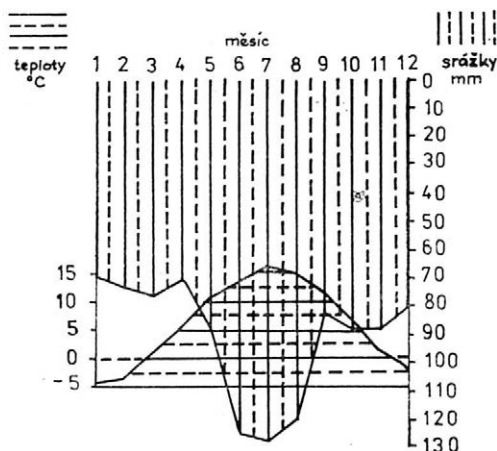
Z hornin zde převládají jílovce zlínských vrstev (flyšové pásmo západních Karpat), šedé barvy, středně bohaté, lasturnatě odlupčivé, snadno zvětrávající. Málo jsou zastoupeny glaukonitické pískovce, zelenošedé, jemně a středně zrnité. Tvoří hřebety, hůře zvětrávají (drobný šterk).

Klimatické poměry jsou charakterizovány stanicí Podfaté a Javorníky:

	nadmoř. výška v m	roční srážky v mm	srážky (duben—září) v mm
Podfaté	631	1083	604
Javorníky	952	1057	582

Podle klimatického atlasu interpolací:

měsíc	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	Sa
Ø srážky v mm	70	73	76	70	88	125	128	120	82	88	88	80	1088
Ø teplota ve °C	—4,3	—3,2	1,0	5,2	10,6	13,4	15,7	14,8	11,3	6,4	1,1	—2,2	6,2



2. Klimatogram. — Climate diagram

Průměrné měsíční srážky a teploty znázorňuje klimagram (obr. 2). Nejvyšší průměrné měsíční srážky jsou v červenci (128 mm), rovněž i nejvyšší průměrné teploty (15,7 °C). Nejnižší v lednu (-4,3 °C). V dubnu až září spadne 613 mm srážek. Mrazových dnů je 150, dnů s teplotou nad 5 °C je 205, nad 10 °C je 125, nad 15 °C je 40 dnů. Převládají postupně větry S (17,5 %), SV (16,0 %), JZ (15,0 %), J (13,0 %), ostatní dohromady 12,50 %. Klimaticky náleží do oblasti C₁ — mírně chladné.

TYPOLOGICKÉ POMĚRY

Prales Razula leží v jedlo-bukovém lesním vegetačním stupni s převahou škály vlastních jedlových bučin s výskytem jasanové olšiny potoční a roklínové javoriny. Přehled lesních typů:

II. Půdní rozbor sondy č. IV. — Soil analysis of pit nr. IV

Horizont		Ah	A/(B)	(B)	(B)/CJ
Hloubka v cm		2,5 – 20	20 – 55	55 – 90	90 – 130
Jemnozerní (váž. %)	Frakce:				
	IV. 0,1 – 2 mm	24,30	18,96	25,55	18,30
	III. 0,05 – 0,1 mm	22,90	32,20	32,20	14,60
	II. 0,01 – 0,05 mm	30,66	29,52	27,60	38,10
	I. pod 0,01 mm	22,14	19,32	14,65	29,00
Fyzikální jíl pod 0,002 mm		12,08	15,24	12,00	19,80
Kyselost	pH				
	akt. v H ₂ O	4,56	4,54	4,79	4,82
	vým. v KCl	3,94	3,86	3,94	3,86
výměnná v ccm n/10 NaOH		24,6	65,0	55,4	74,6
Humus v %	Ztráta žháním	10,05	7,52	4,95	5,31
	C titračně	3,12	1,68	0,69	0,72
	obsah humusu	5,37	2,89	1,18	1,24
	C : N	7,6	6,6	4,5	4,7
Hygroskopická voda		3,57	2,56	2,77	3,41
Sušina		96,43	97,44	97,23	96,59
Celkový dusík %		0,410	0,254	0,154	0,153
Aktivní Al mval/100 g		0,8	6,15	5,26	7,16
		0,38	0,35	0,28	0,30



1. Výškové vegetační stupně vyznačené příslušnými hranicemi
zón delimitovaných vzhledem k součtu teplotních stupňů



4. Výškové vegetační stupně vymezené s přihlédnutím k sumě teplot hlavního vegetačního období. — The height vegetation zones determined with regard to the sum of temperatures of the main growing season

1. bohatá jedlová bučina mařinková	15,38	66,2
2. bohatá jedlová bučina javorová	4,59	19,8
3. obohacená jedlová bučina devěsíllová	1,63	7,0
4. svahová jedlová bučina kapradinová	1,32	5,7
5. vlhká jedlová bučina	0,04	0,2
6. jasanová olšina potoční	0,21	1,0
7. roklínová javoršina	0,03	0,1
celkem	23,20 ha	100,0 %

Lesní typy jsou zachyceny v měřítku 1 : 5 000 na mapě (obr. 1).

BOHATÁ JEDLOVÁ BUČINA MAŘINKOVÁ

Bohatá jedlová bučina mařinková je převažujícím lesním typem; zaujímá 15,38 ha, což je 66,2 % celé plochy rezervace. V terénu je vázána na střední části (stinných) svahů středně až silně svažitéch sklonů. Mikroreliéf bývá zvlněn četnými vývratisti. Půdní poměry jsou zachyceny sondou č. VI a X. Půdní sonda VI:

A ₀	0 — 2,5 cm	naechrané, dospodu drťovité listí a jehličí;
A _h	2,5 — 20,0 cm	tmavě šedohnědá, písčitohlinitá, krupnatá, kyprá, čerstvá;
A/(B)	20 — 55 cm	našedle hnědá, písčitohlinitá, 15 % kamene, kostečková, mírně slehlá, čerstvá;
(B)	55 — 90 cm	světle hnědá, hlinitopísčítá, 25 % kamene, mírně slehlá, kostkovitá, čerstvá;
(B)/Cd	90 — 130 cm	světle hnědá, hlinitá s tmavě hnědou rozvětralou břidlicí, 80 % skeletu, tuhá, čerstvá.

Mezotrofní hnědozem (nižších poloh) — horská hnědozem (na flyšových jílovcích a pískovcích). Hluboce prohumózněná půda je v průměru

Výměna kationů mval na 100 g zeminy	výměnný Ca	6,88	3,90	4,12	5,83
	Mg	1,38	0,81	1,12	1,95
	K	0,74	0,35	0,16	0,20
	Na	0,42	0,23	0,27	0,35
	S okamžitý obsah výměnných basí	9,7	5,2	5,6	7,6
	T-S	11,7	14,8	11,1	14,4
	T maxim. sorpční kapacita	21,4	20,0	16,7	22,0
Výluh 20 % HCl %	V stupeň sorpční nasycenosti %	45,32	26,00	33,53	34,54
	SiO ₂	0,141	0,040	0,070	0,095
	Fe ₂ O ₃	4,123	4,035	4,901	5,297
	Al ₂ O ₃	5,832	6,207	6,598	7,334
	R ₂ O ₃	9,955	10,242	11,499	12,631
	MnO	0,197	0,181	0,144	0,164
	CaO	0,329	0,212	0,202	0,253
	MgO	0,794	0,761	0,843	0,862
	K ₂ O	0,425	0,347	0,475	0,564
	Na ₂ O	0,085	0,076	0,065	0,096
	P ₂ O ₅	0,128	0,109	0,080	0,091
	SO ₃	0,151	0,141	0,097	0,151

písčitolhinitá (při terénním šetření hlinitého rázu), resp. jemně písčitá hlína, středně kyselá, sorpčně nenasycená, se střední celkovou sorpční kapacitou, středně bohatá draslem a kyselinou fosforečnou. Pouze v horizontu A_h je středně bohatá vápnem, v ostatních horizontech je vápnem poměrně chudší. Hořčíku je dostatek až mírný nadbytek. Horizont A_h má nejvyšší obsah humusu a dusíku, nejvyšší ztrátu žíháním, nejvyšší obsah výměnného vápníku, draslíku, sodíku, vápna, kyseliny fosforečné, manganu, kyseliny křemičité a hygroskopické vody. Horizont A/(B) je relativně nejkyselejší, výrazně sorpčně nenasycený, s mírně sníženým obsahem hořčíku, drasla a výměnného vápníku. V horizontu (B) je nejmenší obsah celkového a fyzikálního jílu a prachu a nejvyšší obsah práškovitého

III. Fytocenologická tabulka bohaté jedlové bučiny mařinkové. — Phytocoenological table of rich fir-beech stand with *Asperula*

Ekol. skupina	Rostlinný druh	Varianta				Světlostní stadium s <i>Impatiens noli tangere</i>			
		<i>typicum</i>		<i>Oxalis acetosella</i>		III	II	VIII	VI
		plocha č. VII	IX	I	X				
10/5	<i>Senecio nemorensis</i>							+	
5	<i>Asperula odorata</i>	2	2	1	1	2	2	2	2
5	<i>Catharinea undulata</i>				+				
5	<i>Dentaria bulbifera</i>	1			+			1	1
5	<i>Dentaria glandulosa</i>	2	2	1	1	1	1	2	1
6/5	<i>Lamium galeobdolon</i>								1
6/5	<i>Mercurialis perennis</i>								2
5/6	<i>Athyrium filix femina</i>	1	1	2	1	2		2	1
5/6	<i>Dryopteris filix mas</i>		+					+	
6	<i>Geranium robertianum</i>						1		1
13/6	<i>Impatiens noli tangere</i>			—		2	3	4	4
9	<i>Sambucus racemosa</i>							+	
10	<i>Dryopteris spinulosa</i>	1		+	+	+		1	+
10	<i>Oxalis acetosella</i>	2	2	3	3	2	2	2	2
10	<i>Rubus fruticosus</i>			—					
10	<i>Rubus idaeus</i>						+	+	
10	<i>Viola silvatica</i>	—			+				+
12/10	<i>Veronica montana</i>				+				+
12	<i>Ajuga reptans</i>	+	—	—				+	
5/13	<i>Carex silvatica</i>	+	—				+		+
5/13	<i>Sanicula europaea</i>	+		+					
10/17	<i>Polygonatum verticillatum</i>		—					—	
10/17	<i>Prenanthes purpurea</i>	+		+	+				+

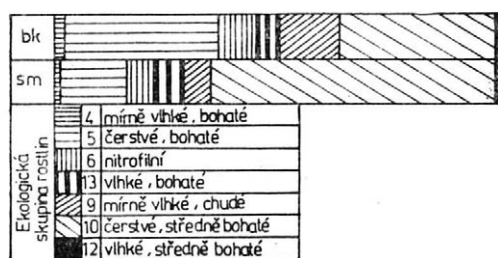
a vlastního písku. Je zde též nejnížší obsah humusu, manganu, vápna, fosforu a síry. Horizont (B)/Cd s nejvyšším obsahem fyzikálního jílů a součástmi I. a II. zrnitostní kategorie je zrnitostně nejtěžší. Zároveň obsahuje vysoký podíl měkké jílovité horniny. Je zde též nejvyšší obsah

IV. Zkrácená fytocenologická tabulka bohaté jedlové bučiny mařinkové pod bukem a pod smrskem. — Abridged phytocoenological table of rich fir-beech stand with *Asperula* under beech and under spruce

Ekologická skupina	Rostlinný druh	Průměrná pokryvnost a stálost	
		pod bk	pod sm
4	<i>Fragaria vesca</i>	+ III	+ V
5	<i>Asperula odorata</i>	2 V	2 V
5	<i>Dentaria bulbifera</i>	1 V	1 V
5	<i>Euphorbia amygdaloides</i>	+ IV	+ IV
5	<i>Asarum europaeum</i>	1 III	—
5/6	<i>Athyrium filix femina</i>	+ IV	1 V
5/6	<i>Dryopteris filix mas</i>	+ V	+ V
5/6	<i>Dentaria enneaphyllos</i>	+ IV	1 IV
5/6	<i>Lamium galeobdolon</i>	2 II	—
6/5	<i>Mercurialis perennis</i>	+ III	—
5/13	<i>Carex silvatica</i>	+ III	+ I
5/13	<i>Sanicula europaea</i>	+ III	1 V
13/6	<i>Impatiens noli tangere</i>	1 IV	1 II
9	<i>Hieracium silvaticum</i>	2 III	1 V
9	<i>Dicranum scoparium</i>	+ II	1 III
9	<i>Epilobium montanum</i>	+ III	+ III
9	<i>Carex pilulifera</i>	1 III	+ III
9	<i>Veronica officinalis</i>	+ III	+ III
10/5	<i>Senecio nemorensis</i>	+ IV	2 V
10	<i>Viola silvatica</i>	+ V	2 V
10	<i>Mycelis muralis</i>	1 III	1 V
10	<i>Oxalis acetosella</i>	2 V	3 V
10	<i>Rubus idaeus</i>	—	2 V
10	<i>Galium scabrum</i>	1 III	2 V
10	<i>Mnium affine</i>	+ II	1 III
10	<i>Rubus hirtus</i>	— I	+ IV
10	<i>Moehringia trinervia</i>	+ III	+ III
10/12	<i>Veronica montana</i>	1 III	+ III
10/17	<i>Prenanthes purpurea</i>	—	1 III
12	<i>Ajuga reptans</i>	1 II	+ V
13/17	<i>Petasites albus</i>	—	1 III

výmenného hořčíku, železa, hliníku, drasla, sodíku a nejvyšší celková sorpční kapacita. Humusová forma je pravá měl. S přibývajícím nadmořskou výškou může se i u nejlepších humusových forem v malé míře zvyšovat mocnost horizontu A₀. Podrobný půdní rozbor je uveden v tabulce II.

Synusie nedřevnatého podrostu z 9 ploch podává tabulka III, která zachycuje varianty *typicum*, *Oxalis acetosella*, a světlostní stadium s *Impatiens noli tangere*. Typická varianta má průměrnou pokryvnost 30 % (bylin) a typickou kombinaci druhů ekol. skup. 5 – čerstvé, bohaté, s druhy: *Asperula odorata*, *Dentaria glandulosa*, *D. bulbifera*, s větší pokryvností a stálostí. Stálými průvodci s menší pokryvností je *Carex silvatica*, *Sanicula europaea* (i podmíněna půdně), *Athyrium filix femina*, *Oxalis acetosella*. Jako průvodci jedlo-bukového výškového pásma se dosti pravidelně objevuje *Prenanthes purpurea* a *Polygonatum verticillatum*. Varianta s *Oxalis acetosella* (Ø pokryvnost 50 % bylin) má dominantní štavel, bohaté a náročné druhy se sice udržují, ale s malou pokryvností. Příčinou může být i půda, která ve flyšových usazeninách má proměnlivý obsah živin, i když jsou petrograficky jednotné. S malým prosvětlením přibývá obvykle na pokryvnosti *Athyrium filix femina*, až místy převládá. Světlostní stadium s *Impatiens noli tangere* bylo původně pokládáno za samostatný, bohatší typ. Rozborem na více plochách se prokázalo, že provází výraznější světliny v rozpadových stadiích pralesa. Celková pokryvnost bylin je zde vysoká – kolem 70 %. Jako výrazný dominantní druh se uplatňuje *Impatiens noli tangere*, základní druhová kombinace se v podstatě nemění. Tyto flyšové vrstvy, které v Javorníkách převažují a tento lesní typ, který tvoří základní plošně nejvíc zastoupený lesní typ, se projevují jako dosti labilní (citlivé) při změně dřevin. Základní druhová kombinace se nemění v hospodářských porostech rozličné směsi (sm, jd, bk) s dostatečným zastoupením jedle nebo buku, třeba v podúrovni. Materiál snesený z oblasti Javorníků ve zkrácené tabulce IV a grafikonu na



3. Zastoupení ekologických skupin rostlin v % pod bukovými a smrkovými porosty. — Representation of ecological groups of plants in % under beech and spruce stands

obr. 3 dokumentuje nepříznivý vliv smrkových porostů na kvalitu bylinného patra. Smrkové porosty jsou první generací po smíšených jedlobukových porostech. V druhové kombinaci se pod smrkem sice ještě udržují náročnější druhy, které toto společenstvo přiřazují k základnímu typu, silně však převládají acidofilnější, čerstvé, středně bohaté druhy ekol. skup. 10. Citlivost tohoto společenstva se hlavně uplatňuje v degradačních stadiích, kde v selských hrabaných a pastevních lesích přechází do borůvkových až vřesových stadií.

BOHATÁ JEDLOVÁ BUČINA JAVOROVÁ

Bohatá jedlová bučina javorová je druhým, poměrně hojně zastoupeným typem na ploše 4,59 ha, tj. 19,8 %. Tvoří jednu velkou plochu ve východní části a jednu malou plochu v západní části pralesa. V terénu

		IV	32 d ₁	IV	32 d ₁	IV	32 d ₁	32 d ₁
Horizont		Ah	Ah	A/(B)	A/(B)	(B)/Cd	(B)/Cd	(B)
Hloubka v cm		3–8	2–15	8–30	15–40	30–120	80–100	40–80
Humus v %	Ztráta žháním	19,38	14,09	5,92	1,80	5,68	5,33	7,28
	C titračně	5,52	4,50	0,69	1,08	0,24	0,54	0,51
	obsah humusu	9,51	7,75	1,19	1,86	0,41	0,93	0,87
	C : N	9,4	9,2	5,2	5,0	2,5	4,1	3,2
Hygroskopická voda		4,27	3,68	2,30	3,09	3,14	2,35	2,24
Sušina		95,73	96,32	97,70	96,91	96,86	97,65	97,76
Jemnozern (váh. %)	Frakce: IV. 0,1 – 2 mm	17,54	29,00	12,16	23,74	9,56	13,26	24,38
	III. 0,05 – 0,1 mm	30,20	24,20	20,20	29,20	19,34	14,96	31,30
	II. 0,01 – 0,05 mm	22,98	26,38	40,36	26,90	44,88	42,66	28,66
	I. pod 0,01 mm	29,28	20,42	27,28	20,16	26,22	29,12	15,66
	Fyzikální jíl pod 0,002 mm	17,12	12,84	19,72	16,80	22,64	20,56	9,96
Kyselost	pH	akt. v H ₂ O	4,42	4,29	4,30	4,52	4,51	4,44
		vým. v KCl	3,86	3,52	3,45	3,50	3,56	3,72
		vým. n/10 v ccm NaOH	9,4	74,5	67,5	94,5	51,5	104,1
Celkový dusík %		0,589	0,490	0,133	0,215	0,095	0,133	0,158
Aktivní Al mval/100 g		0,44	6,49	5,70	6,73	4,73	6,28	5,23
		0,50	0,96	1,05	2,72	0,42	4,13	4,19
Výměna kationů mval na 100 g zeminy	výměnný Ca	11,00	4,69	4,32	2,48	5,68	2,11	1,79
	Mg	2,87	1,41	1,14	0,85	1,23	1,13	0,65
	K	0,70	0,29	0,20	0,11	0,16	0,12	0,09
	Na	0,56	0,27	0,29	0,18	0,42	0,25	0,11
	S okamžitý obsah výměnných bází	19,4	6,8	7,1	2,7	8,8	2,9	1,7
	T-S	13,0	22,5	14,4	16,9	11,6	18,6	17,3
	T maxim. sorpční kapacita	32,4	29,3	21,5	19,6	20,4	21,5	19,0
	V stupeň sorpční nasycenosti %	59,87	23,05	33,02	13,77	43,13	13,48	8,94
Výluh 20 % HCl %	SiO ₂	0,090	0,083	0,061	0,064	0,074	0,096	0,119
	Fe ₂ O ₃	3,936	3,916	4,955	4,134	5,485	4,878	4,281
	Al ₂ O ₃	5,841	4,930	6,621	6,102	6,757	6,268	5,713
	R ₂ O ₃	9,777	8,846	11,576	10,236	12,242	11,144	9,994
	MnO	0,157	0,144	0,108	0,142	0,138	0,138	0,138
	CaO	0,424	0,344	0,148	0,176	0,187	0,155	0,146
	MgO	0,576	0,707	0,546	0,872	0,533	0,862	0,843
	K ₂ O	0,399	0,293	0,353	0,346	0,413	0,391	0,350
	Na ₂ O	0,057	0,074	0,046	0,046	0,048	0,074	0,050
	P ₂ O ₅	0,073	0,102	0,049	0,064	0,041	0,077	0,066
	SO ₃	0,180	0,204	0,079	0,097	0,133	0,105	0,079

zaujímá hřbítky a strmé sklony, mikroreliéf je bohatý na četná vývratiště. Půdní poměry jsou zachyceny sondou č. IV:

A ₀	0— 3 cm	listový opad, vespod dř — mělový trouch — měl;
A _h	3— 8 cm	tmavohnědá, písčitohlinitá, drobtovitá, hojně žízá, kyprá, čerstvá, 35 % drobné šotoliny, 20 % šterku;
A/(B)	8— 30 cm	světle hnědá, písčitohlinitá, krupnatá, kyprá, čerstvá, 50 % šterku a kamene;
(B)/Cd	30—120 cm	světle hnědá, písčitohlinitá s drobnou šotolinou, slehlá, 90 % kamene.

Mezotrofní kamenitá hnědozem nižších poloh na flyšovém pískovci. Půda je písčitohlinitá s vysokým podílem prachu a s velkým zastoupením fyzikálního jílu a práškovitého pisku. Převládají jemnozrnné součásti, které vyznačují hlinu, přitom je však půda silně kamenitá. Směrem do spodiny se zvyšuje nejen podíl skeletu, ale i fyzikálního jílu a prachu. Půda je silně kyselá, sorpčně nenasyčená a vyznačuje se střední celkovou sorpční kapacitou. Do 30 cm je dobře prohumóznělá kvalitním humusem s vysokým obsahem dusíku. Je středně bohatá hořčíkem a draslem, ale poměrně chudší vápnem a fosforem. Zásoba celkového dusíku je až do spodiny dobrá. V horizontu A/(B) dochází k mírnému eluviování. Humusová forma je na rozhraní mělového trouchu a pravé měle. Podrobný půdní rozbor sondy i paralelní plochy uvádí tabulka V.

V sousedním porostě 32d₁ ve věku 84 let o zastoupení sm 8, bk 2, jd + byla založena na témže typu paralelní plocha. Popis půdního profilu:

A ₀	0— 2 cm	jehličnatý a listnatý opad, dospodu drfovitý;
A _h	2— 15 cm	šedohnědá, písčitohlinitá, krupnatá, kyprá, mírně vlhká, 40 % kamene;
A/(B)	15— 40 cm	okrově hnědá, písčitohlinitá, kostková, mírně slehlá, čerstvá, 60 % kamene;
(B)	40— 80 cm	světle okrová, hlinitopísčitá, prismatická, mírně slehlá, čerstvá, 70 % kamene;
(B)/Cd	80—100 cm	okrová, hlinitá, drobivá, čerstvá, 85 % kamene.

Mezotrofní kamenitá hnědozem nižších poloh na flyšovém pískovci. Půda je do 80 cm písčitohlinitá, v podloží hlinitá (hlína s vysokým podílem prachu). Horizont (B)/Cd je zrnitostně podstatně těžší než ostatní nadloží. Mezi vrstvou 40—80 cm a 80—100 cm je výrazná texturní diferenciace, zejména v obsahu fyzikálního a celkového jílu, neboť ve vrstvě 40—80 cm je jílu minimální a ve vrstvě 80—100 cm maximální obsah. V podložní vrstvě je též maximum železa, hliníku a drasla. V této vrstvě se opět mírně zvyšuje obsah humusu, okamžitých výměnných bází, celková sorpční kapacita i hodnota V, jež od horizontu A_h směrem do spodiny klesají. Půda je silně kyselá, výrazně sorpčně nenasyčená, se střední celkovou sorpční kapacitou, středně bohatá draslem a kyselinou fosforečnou, bohatá hořčíkem. Horizont A_h je bohatý humusem a celkovým dusíkem. Půda je až do hloubky prohumóznělá. Humusová forma je měl. Z porovnání paralelních ploch vyplývá, že zrnitostní poměry jsou porovnatelné, rovněž průběh horizontů je obdobný, výsledný půdní typ je totožný. Z podrobných půdních rozborů nevyplývají podstatné rozdíly. Zhoršení pod smíšeným porostem se projevuje v okamžitém obsahu výměnných bází a ve stupni sorpční nasycenosti.

Bylinný podrost na ploše IV, V a na paralelní ploše je v tabulce VI. Pokryvnost bylin se pohybuje mezi 40—80 %. Oproti předchozímu typu

VI. Fytocenologická tabulka bohaté jedlové bučiny javorové. — Phytocoenological table of rich fir-beech stand with maple

Ekologická skupina	Rostlinný druh	Plocha č.		sm 8, bk 2 84 let
		IV	V	
5	<i>Asperula odorata</i>	+	1	1
5	<i>Dentaria bulbifera</i>		1	1
5	<i>Dentaria glandulosa</i>	+	1	
6/5	<i>Dentaria enneaphyllos</i>	3	2	1
5/6	<i>Athyrium filix femina</i>	+	+	1
6	<i>Geranium robertianum</i>		+	+
10	<i>Dryopteris spinulosa</i>	—		+
10	<i>Oxalis acetosella</i>	+	2	2
5/13	<i>Carex silvatica</i>		+	+
10/17	<i>Prenanthes purpurea</i>		1	—
5	<i>Asarum europaeum</i>			1
5/13	<i>Sanicula europaea</i>			1
6/5	<i>Lamium galeobdolon</i>			1
6/5	<i>Mercurialis perennis</i>			1
10/5	<i>Atrichum undulatum</i>			1
10/5	<i>Senecio nemorensis</i>			1
10	<i>Galium scabrum</i>			+
10	<i>Mnium affine</i>			1
10	<i>Rubus idaeus</i>			1
10	<i>Viola silvatica</i>			1

je zde patrný přírůst nitrofilních druhů, hlavně však diferenciální *Dentaria enneaphyllos*, někdy s výrazně vysokou dominancí. Větší prohumóznění a kamenitě (i když jinak hlinitě) půdy na strmých sklonech vykazují již příbuznost k acerózní řadě. Byl proto tento lesní typ označen jako bohatá jedlová bučina javorová, což naznačuje přechod ke klenové bučině.

Pod smíšeným porostem sm 8, bk 2, v podúrovni se základní druhová kombinace nemění, přibývá malé zastoupení druhů hlavně ekol. skup. č. 10 — čerstvě, bohatě. Z půdních rozborů i z porovnání fytocenóz vyplývá, že jsou smíšené porosty smrkové (smrk v hlavní úrovni) s bukem (buk v podúrovni o zastoupení 20–30 %) dobře přijatelné z biologického hlediska a velice efektivní z ekonomického hlediska (spodní patro buku příznivě působí na kvalitu smrkových kmenů a výtěž buku je tu navíc). Podobnou skladbu i výstavbu je vhodné uplatňovat i v ostatních typech jedlových bučin.

OBOHACENÁ JEDLOVÁ BUČINA DEVĚTSILOVÁ

Obohacená jedlová bučina devětsilová zaujímá 1,63 ha — 7,0 % plochy, a to ve třech částech při východním okraji pralesa. Charakteristický výskyt je na podsvahových deluviích na mírných sklonech závěrů svahů

a ve dnech terénních vln. Je tu největší výskyt vývratišť. Půdní poměry charakterizuje sonda č. XI:

A ₀	0— 3 cm	načechrané listí a jehličí — mělový trouch;
A _h	3— 15 cm	šedohnědá, hlinitopísčitá, drobtovitá, mírně slehlá, čerstvá, 15 % kamene;
A/(B)	15— 50 cm	hnědá, písčitohlinitá, kostkovitá, mírně slehlá, čerstvá, 15 % kamene;
(B) (g)	50— 95 cm	světle šedohnědá, písčitohlinitá, hrubě kostková, ulehlá, vlhká, 35 % kamene;
(B)/Cd	95—140 cm	našedle hnědá, hlinitá, tuhá, vlhká, 65 % navětralé břidlice.

Mezotrofní hnědozem nižších poloh, oglejená, na flyšovách břidlicích. Vrstva 3—15 cm je písčitá, resp. slabě hlinitý písek. Ostatní půdní vrstvy jsou písčitohlinité. Mají vyšší podíl prachu a práškovitého písku a poměrně malý podíl vlastního písku. V celém profilu je značné množství fyzikálního jílu. S přihlédnutím k převládajícímu zastoupení jemnozrnných půdních součástí jde celkově o jemně písčitou hlínu. Skelet je zastoupen navětralou jílovitou břidlicí. Nejvyšší obsah prachu a celkového jílu je v horizontu (B), nejvyšší obsah fyzikálního jílu a skeletu v horizontu (B)/Cd. Půda je celkově středně kyselá, sorpčně nenasycená, prohumózněná, se střední celkovou sorpční kapacitou, středně bohatá vápnem, hořčíkem, draslem, kyselinou fosforečnou. Humusová forma je mělový trouch. V horizontu A_h je nejvyšší obsah vápna, hořčíku, fosforu, síry, manganu, humusu a dusíku. Horizont A/(B) je výrazně sorpčně nenasycený, nejkyselejší, má nejnižší obsah vápna, drasla, železa a nejvyšší obsah aktivního hlíníku. V zrnitostně nejtěžším horizontu (B) (g) jsou slabé známky oglejení, je tu mírný nedostatek vápna. Obsah vápna se opět zvyšuje ve slabě sorpčně nenasyceném horizontu (B)/Cd, kde je též maximum drasla,

VII. Půdní rozbor sondy č. XI. — Soil analysis of pit nr. XI

Horizont		A _h	A/(B)	(B) (g)	(B)/Cd
Hloubka v cm		3—15	15—50	50—95	95—140
Jemnozem (váž. %)	Frakce:				
	IV. 0,1 —2 mm	34,20	20,20	16,12	16,28
	III. 0,05—0,1 mm	27,10	30,00	12,62	23,80
	II. 0,01—0,05 mm	29,50	27,10	40,76	35,78
	I. pod 0,01 mm	9,20	22,70	24,50	24,14
Kyselost	Fyzikální jíl				
	pod 0,002 mm	6,84	18,60	20,64	21,36
	pH				
	akt. v H ₂ O	4,87	4,69	4,94	5,27
	vým. v KCl	4,08	3,84	3,98	4,22
Humus v %	výměnná v ccm n/10 NaOH	24,6	71,0	44,7	10,6
	Ztráta žíháním	11,60	5,85	4,60	5,29
	C titračně	4,50	1,26	0,48	0,45
	obsah humusu	7,75	2,17	0,82	0,77
	C : N	9,3	5,1	3,0	3,1
Hygroskopická voda		4,65	2,66	2,82	2,98
Sušina		96,35	97,34	97,18	97,02
Celkový dusík %		0,483	0,248	0,160	0,147
Aktivní Al mval/100 g		2,12	6,94	4,32	0,92
		0,34	0,16	0,15	0,14





výmenného hořčíku, kyseliny křemičité a seskvioxidů železa a hliníku. Podrobný půdní rozbor je uveden v tabulce VII.

Bylinný podrost je zachycen na ploše XI a světlostní stadium na ploše XII, uvádí je tabulka VIII. Pokryvnost bylin je vysoká, v prosvětlení dochází i k překryvu (většina druhů je překryta devětsilem). K charakteristické druhové kombinaci bohatých jedlových bučin přistupuje zejména *Petasites albus*, který se pod zápojem vyskytuje roztroušeně s menší pokryvností, ve světlostních stádiích tvoří výraznou dominantu. S větší stálostí se zde, oproti ostatním typům, uplatňuje *Sanicula europaea*. Půdně i druhovou kombinací směřuje toto společenstvo k vlhké jedlové bučině. Pod smrkovými podrosty se devětsil stává obvyklou dominantou a obtížnou buřní. Druhová kombinace je jednodušší a ustupují náročnější druhy.

svahová jedlová bučina kapradinová

Svahová jedlová bučina kapradinová zaujímá 1,32 ha, tj. 5,7 %. Vyskytuje se v úzkých, hlubokých terénních zárezích, které strmými svahy obvykle končí v potočině. Půdně jsou to mezotrofní hnědozemě, písčitohlinité, kamenité. Bylinné patro se liší svým rázem od bohatých jedlových bučin vysokým pokryvem kapradin, v nichž převládá *Athyrium filix femina*. Bylinné patro plochy č. XV zachycuje tabulka IX. Někdy se přidružují vlhkomilné a nitrofilní druhy a tato druhová kombinace se blíží vlhké jasanové javořině.

Výměna kationů mval na 100 g zeminy	výmenný Ca	8,59	1,91	3,68	8,50
	Mg	1,35	0,56	1,07	2,09
	K	0,70	0,32	0,37	0,40
	Na	0,55	0,12	0,22	0,60
	S okamžitý obsah výmenných basí	11,6	3,5	5,5	12,5
	T-S	12,3	15,8	9,3	5,4
	T maxim. sorpční kapacita	23,9	19,3	14,8	17,9
	V stupeň sorpční nasycenosti %	48,53	18,13	37,16	69,83
Výluh 20 % HCl %	SiO ₂	0,077	0,154	0,136	0,165
	Fe ₂ O ₃	4,143	4,088	4,481	5,073
	Al ₂ O ₃	5,219	6,062	6,005	6,770
	R ₂ O ₃	9,362	10,150	10,486	11,843
	MnO	0,165	0,139	0,130	0,145
	CaO	0,448	0,167	0,205	0,356
	MgO	0,901	0,863	0,517	0,659
	K ₂ O	0,519	0,411	0,422	0,567
	Na ₂ O	0,075	0,062	0,068	0,089
	P ₂ O ₅	0,111	0,104	0,083	0,078
	SO ₃	0,177	0,176	0,176	0,159

Ekologická skupina	Rostlinný druh	Bylinný podrost	Světl. stad.
		plocha č.	
		XI	XII
5	<i>Asperula odorata</i>	1	1
5	<i>Dentaria bulbifera</i>	+	
5	<i>Dentaria glandulosa</i>	1	1
6/5	<i>Mercurialis perennis</i>	2	
5/6	<i>Athyrium filix femina</i>	3	3
5/6	<i>Dryopteris filix mas</i>	1	2
5/13	<i>Carex silvatica</i>	+	
5/13	<i>Paris quadrifolia</i>	—	
5/13	<i>Sanicula europaea</i>	1	2
6	<i>Geranium robertianum</i>		+
10	<i>Oxalis acetosella</i>	2	2
12/10	<i>Veronica montana</i>	+	
15	<i>Stellaria nemorum</i>		1
17/13	<i>Petasites albus</i>	2	3
10/17	<i>Prenanthes purpurea</i>		—
17	<i>Luzula silvatica</i>	—	

VLHKÁ JEDLOVÁ BUČINA

Vlhká jedlová bučina byla zjištěna na ploše 0,04 ha na kraji lesa v severozápadní části. Je zde malé prameniště, které ovlivňuje úzký pruh okolní půdy. Půdní typ je semiglej až oglejená mezotrofní hnědozem. Vegetačně se výrazně neodlišuje, více se vyskytuje *Carex silvatica*.

JASANOVÁ OLŠINA POTOČNÍ

Jasanová olšina potoční zaujímá 0,21 ha, tj. 1,00 % plochy. Její výskyt je vázán na mladé aluvium v několika nesouvislých plochách kolem potoka v severní části. Půdně je to naplavená půda, prohumózněná, bohatá živinami. Podzemní voda závisí na hloubce zaříznutého potoka v údolní nivě; její hladina je dosti stálá, je však okysličená a nebrzdí růst dřevin. Bylinné patro je zachyceno na ploše XIV v tabulce IX. Pokryvnost je velmi vysoká, obvykle se značným překryvem. Dominantní druhem bývá vitální *Petasites albus*. Druhy bohatých jedlových bučin sem pronikají v menší míře z okolí. Hojně jsou zastoupeny druhy ekol. skup. 13 a 14 — vlhké, bohaté a mokré s proudící vodou. Diferenciálním druhem oproti ostatním typům je *Chaerophyllum hirsutum*, které dobře indikuje výskyt tohoto typu.

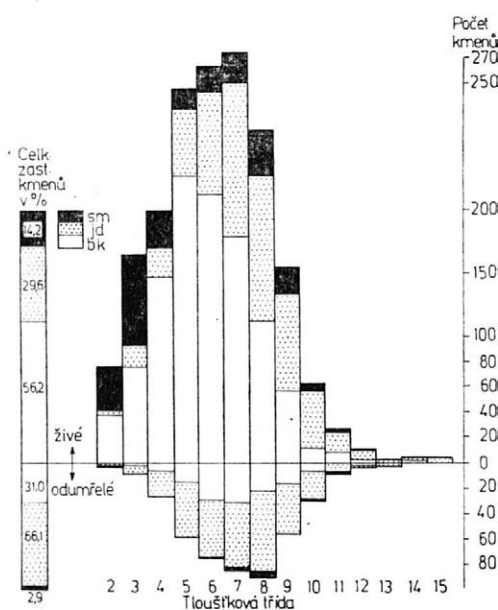
IX. Fytocenologická tabulka svahové jedlové bučiny kapradinové (plocha č. XV), jasanové olšiny potoční (plocha č. XIV) a roklínové javořiny (plocha č. XIII). — Phytocoenological table of slopy fir-beech stand with fern (plot nr. XV), ash-alder stand along brook (plot nr. XIV) and eoclinal maple stand (plot nr. XIII)

Ekologická skupina	Rostlinný druh	Plocha č.		
		XV	XIV	XIII
4	<i>Pulmonaria officinalis</i>			1
5	<i>Actaea spicata</i>			1
5	<i>Asperula odorata</i>	1	+	1
5	<i>Dentaria bulbifera</i>	1		
5	<i>Dentaria glandulosa</i>	+		+
5	<i>Euphorbia amygdaloides</i>	—		
5	<i>Catharinea undulata</i>	+		
6/5	<i>Aruncus vulgaris</i>			+
6/5	<i>Lamium galeobdolon</i>	+	2	1
6/5	<i>Polystichum lobatum</i>			1
5/6	<i>Athyrium filix femina</i>	2	+	2
5/6	<i>Dryopteris filix mas</i>	1	+	2
6	<i>Geranium robertianum</i>		1	1
13/6	<i>Impatiens noli tangere</i>	+	1	1
10	<i>Dryopteris spinulosa</i>		1	
10	<i>Mnium affine</i>	+		
10	<i>Oxalis acetosella</i>	2	1	1
10	<i>Rubus idaeus</i>		+	
10/5	<i>Senecio nemorensis</i>	+	+	
5/13	<i>Carex silvatica</i>	2		
5/13	<i>Paris quadrifolia</i>	—		+
5/13	<i>Sanicula europaea</i>	1		
13	<i>Circaea intermedia</i>	+		1
13	<i>Ranunculus lanuginosus</i>	—		
13	<i>Stachys silvatica</i>		1	
13	<i>Stellaria nemorum</i>		2	+
17/13	<i>Petasites albus</i>	1	4	2
17/13	<i>Thalictrum aguilegifolium</i>		1	+
14	<i>Cardamine amara</i>		1	
14	<i>Chaerophyllum hirsutum</i>		2	
10/17	<i>Polygonatum verticillatum</i>	+		
10/17	<i>Prenanthes purpurea</i>			+
17	<i>Luzula silvatica</i>	+		

Roklinová javořina se vyskytuje na jedné malé lokalitě uprostřed v severní části nad potokem (0,03 ha, 0,1 %). Je to utržená část vysokého strmého svahu nad potokem. Půda je z většiny obnažená a jsou to trosky hnědozemě, která je v různém stavu stabilizace a vývoje, v nižší části se vyskytují pohřbené horizonty. Je to jev ve flyšovém měkkém materiálu běžný, protože potok se stále hlouběji zařezává. V přívalech, které jsou zde časté, zřítí se část podemleté půdy i s dřevinami do rokle. Bylinné patro na ploše XIII je zachyceno v tabulce IX. Pokryvnost bývá vysoká, závisí na ploše stržené půdy. Druhovú kombinace je velmi pestrá. Jednotlivé druhy se uplatňují podle vhodných mikropodmínek. Často od potoka jdou do svahu druhy náročné na živiny i vlhkost (skup. 13), dále nitrofilní (skup. 6) a čerstvé, bohaté (skup. 5). Význačným diferenciatním druhem je *Arunca vulgaris*, který roste v bezprostřední blízkosti obnažených útržů a první je stabilizuje.

STROMOVÉ PATRO

Stromové patro bylo na celé ploše rezervace vyhodnoceno ve dvou částech, a to na ploše vlastního pralesa (21,0 ha) a na ploše mladšího bukového porostu, vzniklého clonnou sečí v pralesi (2,20 ha). Vyhodnocení podle lesních typů nebylo provedeno, protože všechny typy jsou velmi živé a skladba dřevin zde nevykazuje žádnou závislost na lesním typu. Stromový inventář od 20 cm výčetního průměru je zachycen podle



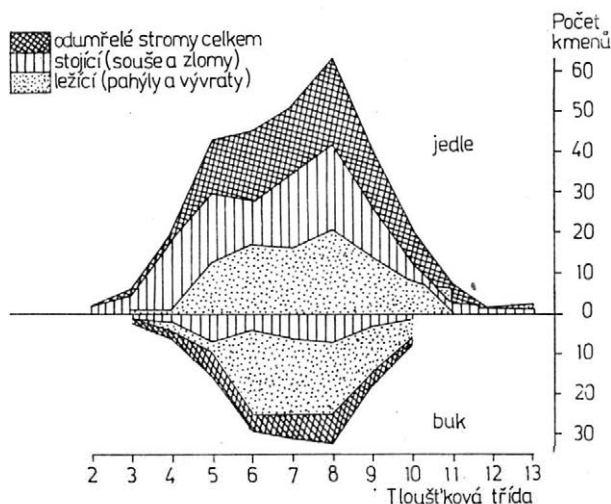
4. Počet kmenů podle dřevin v tloušťkových třídách (21,00 ha). — Stem number by tree species in diameter classes (21,00 ha)

dřevin a průměrů na mapě v měřítku 1 : 1000 (obr.1). Na ploše pralesa jsou zastoupeny tři výrazné etáže dřevin, a to podle tloušťky i výšky. Nejtlustší, nejstarší etáž tvoří převážně řídce rozestavěné jedle, méně smrk, které zřetelně přesahují cca o 10 m bukovou etáž. Tyto jedle jsou přibližně 300–350leté. Druhou etáž tvoří poměrně mohutné buky, cca 200leté, které tvoří jednotnou klenbu. Třetí etáž téměř na celé ploše tvoří bukový nárost různé hustoty i výšky, který je zachycen na mapě podrostů v měřítku 1 : 5000. Podle počtu stromů je zastoupení bk 56,2, jd 29,6, sm 14,2 %, podle kruhové plochy bk 48,1, jd 40,7, sm 11,2 %. Je zde patrna převa- ha jedle ve vyšších tloušťkových třídách. Průběh zastoupení dřevin podle počtu kmenů a kruhových ploch v tloušťkových třídách podává graf na obr. 4, z něhož je patrné, že zachycené stromové

patro má průběh četnosti tloušťkových tříd obdobný jako mají porosty s větším věkovým rozpětím. Tento jev zvláště vyniká u kruhových ploch. Do 4. tloušťkové třídy prakticky chybí dorost, 4. a 5. třída je ještě slabě zastoupena. Maximum buku je v 5. tloušťkové třídě, od 10. – 12. třídy buk končí v závislosti na fyzickém věku. U jedle je patrný posun do vyšších tloušťkových tříd – do 15. tl. třídy – což souvisí s jejím vyšším fyzickým věkem. V nižších tl. třídách (do 5. třídy) je jedle nepatrně zastoupena. Maximum kmenů podle počtu se posouvá u buku z 5. tl. třídy do 7. tl. třídy podle kruhových ploch, což dokládá jeho poměrně větší zastoupení ve vyšších tloušťkových třídách. U jedle se posouvá maximum zastoupení jedle ze 7. tl. tř. podle počtu do 8. tl. tř. podle kruhové plochy, celkem se výrazně neuplatňuje. Smrk je málo zastoupen, jeho účast končí od 10. – 12. tl. tř., maximum má v 8. tl. tř., poměrně hojný je ve 2. – 4. tl. tř. Z 2359 kmenů je 456 kmenů odumřelých, což je 19,4 % všech kmenů. Z nich je 176 souší, 61 zlom, 179 pahýlů a 40 vývrátů. Podle dřevin jsou odumřelé stromy zastoupeny: bk 31,0, jd 66,1, sm 2,9 %. Přehled a rozbor odumřelých kmenů podává tabulka X a graf na obr. 5. Z to-

X. Odumřelé stromy podle dřevin a způsobu zániku. — Dead trees by tree species and decay manner

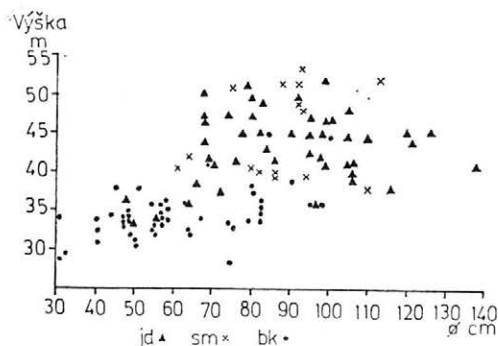
Dřevina	Buk		Jedle		Smrk		Celkem	
	kusů	m ³	kusů	m ³	kusů	m ³	kusů	m ³
Souše	10	63,35	163	1065,79	3	29,07	176	1158,21
Zlomy	21	148,56	40	329,36	—	—	61	477,92
Pahýly	97	808,74	78	668,28	4	36,20	179	1513,22
Vývraty	13	95,74	21	159,96	6	39,28	40	294,98
Celkem	141	1116,39	302	2223,39	13	104,55	456	4444,33



5. Přehled počtu odumřelých stromů v tloušťkových třídách. — Survey of dead tree number in diameter classes

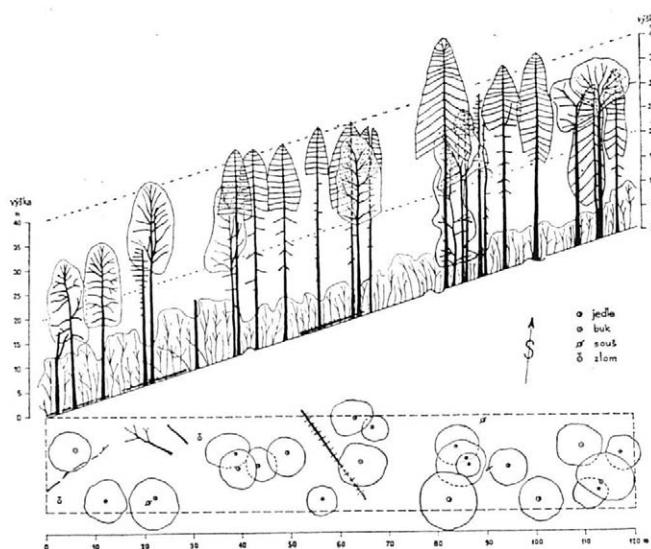
ho vyplývá, že u jedle má úhyn stromů v průměru tloušťkových tříd přibližně stejný podíl; z největší části se na úhynu podílejí souše, málo je pahýlů, dále zlomy, jen nepatrně je vývrátů. U buku je podíl odumřelých kmenů o polovinu menší, ve stejném vztahu je v jednotlivých třídách, rozpad je posunut k větším dimenzím. Na úhynu se z podstatné části podílejí pahýly, z malé části zlomy, nepatrně souše a vývraty. Jedle totiž většinou chřadne a usychá na stojatě, kdy po delší době se buď zlomí (zlom, pahýl) nebo zřídka se vyvrací. Buk bývá napadán houbami ve spodní části kmene a zde se živý láme (pahýly). V pralese bylo zjištěno 226 pařezů a odvezená hmota byla odhadnuta na 1130 m³. Jejich rozmístění je patrné z mapy. Nejvíce bylo vytěženo jedle a smrku, a to v přístupné severní části v pruhu nad potokem.

Výšková diferenciacce je značná nejen podle dřevin, ale jsou i značné rozdíly u dřeviny v jedné tloušťkové třídě. Měřené výšky jsou vyneseny v grafu na obr. 6. U buku je průběh výšek vyrovnaný, u jedle často tlustší jedle má nižší výšku. U jedle dosahují výšky 54 m, u smrku 52 m, u buku 45 m. V pralese byly vyhledány u každé dřeviny pravděpodobně nejmohtnější stromy, které jsou označeny v mapě:



6. Výškový grafikon. — Height diagram

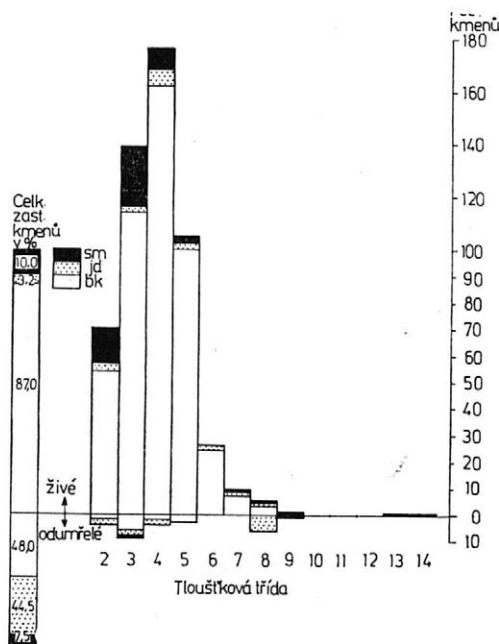
dřevina	výška v m	tloušťka v cm	hmota v m ³
jd	41	148	35
sm	53,5	94	18
bk	44,5	100	17



7. Průřezový pás typickou partií pralesa Razula. — Transection belt through typical scenery of the virgin forest Razula

Výstavba pralesa je patrna do jisté míry z mapy stromů. Typická partie s větším zastoupením jedle je zachycena na průřezovém pásu na grafu 7. Nad úroveň vynikají některé jedle, buk tvoří hlavní úroveň, někdy výplňovou podúroveň. Bukové zmlazení je zde souvislé a jeho výška se pohybuje od 5 do 15 m, rychle se diferencuje, jeho spon je přibližně 2 × 2 m. Vylisovat stadia rozpadu je obtížné. Jsou sice partie, kde nahloučení odumírajících stromů je větší, ale rozpad se týká spíše jednotlivých stromů než vyjádřitelných ploch. Celkově je možno říci, že stadiu rozpadu se blíží jedle jako celek, a to jak svými dimenzemi, a tím i věkem. Buk je zajištěn v horním patře dobře svým počtem, spodní patro ovládá na celé ploše a bude stále více zastoupenou dřevinou, ale opět s malým věkovým rozpětím. Smrk, i když byl v pralese málo přimíšen (jeho účast i uprostřed pralesa), nabývá na zastoupení v mladších věkových třídách. Z mapy je patrné jeho šíření po okraji pralesa z okolních smrkových porostů. Javor klen v celém pralese chybí, přestože se v podobných podmínkách v Beskydech běžně vyskytuje. V Javorníkách byl asi hojnější (název), zvláště na bohaté jedlové bučině javorové tvořil stálou vyšší příměs. Bylo by vhodné pomístnou síjí v rozpadových stadiích jeho příměs zajistit.

Část vzniklá clonnou sečí na 2,20 ha je v souvislém pruhu v severovýchodní části nad potokem. Tato partie byla dopravně přístupná (odvozní cesta za potokem). Také v severnější části v tomto okraji probíhal silný výběr, jak je patrné podle pařezů. Tvoří souvislý bukový porost s větším věkovým rozpětím, nyní ve věku cca 90 let, charakteru optima. Protože však vznikl úmyslně clonnou sečí v poměrně krátkém časovém rozpětí, byl zpracován zvlášť jako porost. Na ploše je 533 stromů s kruhovou plochou 71,63 m² a s hmotou 1111 m³ (na 1 ha 504 m³). Zastoupení dřevin podle počtu stromů bk 87,0, jd 3,0, sm 10,0%, podle kruhové plochy bk 84,8, jd 4,0, sm 11,2 %. Počet kmenů podle dřevin v tloušťkových třídách je v grafu 8. Průběh zastoupení tloušťkových tříd dokládá porostní charakter; nejvíce je zastoupena tl. tř. 3, 4, 5, maximum je u tl. tř. 4. Ve vyšších tloušťkových třídách (do 9.) je málo kmenů, přimíšen je smrk a jedle. Porost je zcela uzavřený, tmavý, s vytáhlými a vyčištěnými kmeny, s příměsí mladší jedle a smrku. Nad koruny vynikají jednotlivé starší jehličnany. Spodní pomístnou etáž tvoří živořící smrk i jedle. Toto bukové porostní stadium je vhodné ponechat přirozenému vývoji. Je



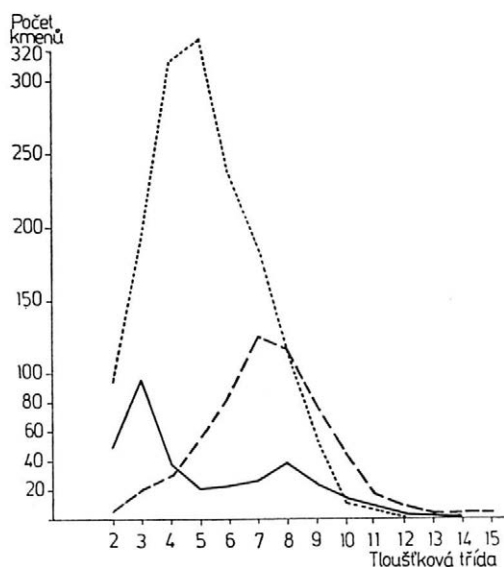
8. Počet kmenů podle dřevin v tloušťkových třídách (2,20 ha). — Stem number by tree species in diameter classes (2,20 ha)

XI. Souhrnná tabulka základních taxačních údajů. — Summary table of basic dendrometric data

	Živé stromy										Odumřelé kmeny						Paře- zy	Při- bliž- ně odve- zená hmota
	souhrnné údaje				průměrné údaje						celkem			na 1 ha				
					na 1 ha			střední kmen										
	plocha	počet kmenů	kru- hová plocha	hmota	počet kmenů	kru- hová plocha	hmota	kru- hová plocha	hmota	výčet- ní prů- měr	počet kme- nů	kru- hová plocha	hmota	počet kme- nů	kru- hová plocha	hmota		
Vlastní prales	21,00	1903	641,51	11 366	91	30,4	540	0,336	5,96	65	456	193,58	3444	22	9,2	164	226	1130
Stadium (optima)	2,20	533	71,63	1 111	242	32,6	504	0,134	2,09	41	27	5,51	92	12	2,5	42	10	50
Celkem	23,20	2436	713,14	12 477	105	30,7	537	0,293	5,11	61	483	199,09	3536	21	8,6	152	236	1180

XII. Souhrnná tabulka základních údajů podle dřevin. — Summary table of basic data by tree species

Dřevina	Živé stromy									Na 1 ha								
	počet kmenů			kruhová plocha m²			hmota m³			počet kmenů			kruhová plocha m²			hmota m³		
	pra- les	sta- dium	cel- kem	pra- les	sta- dium	cel- kem	pra- les	sta- dium	cel- kem	pra- les	sta- dium	cel- kem	pra- les	sta- dium	cel- kem	pra- les	sta- dium	cel- kem
Buk	1069	464	1533	308,66	60,78	369,43	5 571	938	6 510	51	210	66	14,6	27,6	15,9	265	426	281
Jedle	563	17	580	261,05	2,84	263,88	4 520	42	4 562	27	8	25	12,4	1,3	11,3	215	19	196
Smrk	271	52	323	71,80	8,02	79,83	1 275	131	1 405	13	24	14	3,4	3,7	3,5	60	59	60
Celkem	1903	533	2436	641,51	71,64	713,14	11 366	1111	12 477	91	242	105	30,4	32,6	30,7	540	504	537



9. Počet kmenů podle dřevin v tloušťkových třídách (23,20 ha): buk, — — — — jedle, — — — — smrk. — Stem number by tree species in diameter classes (23,20 ha)

LEŽÍCÍ KMENY

Ležící kmeny různých dřevin byly vyhodnoceny na celé ploše rezervace podle stupně nahnilosti (1 – tvrdé, 2 – nahnilé, 3 – v rozpadu). Stupeň nahnilosti podle dřevin v % podává tabulka XIV. Podle stupně nahnutí je výrazná převaha 2. stupně, tj. nahnilých kmenů. Je to vysvětlitelné, neboť teprve od roku 1935 nebylo dřevo vyklíženo. Kmenů v rozpadu je nejvíce u buku (21,7 %), neboť se jeho dřevo podstatně rychleji rozkládá než jedle a smrk. Pokud se týče směru, v němž kmeny leží (tabulka XV), převládá u pahýlů jedle výrazně směr SV a JV. U buku rovněž převládá směr SV a V. Dosti se vyskytují kmeny SZ směru a Z, ovšem převážně na Z a S expozicích, kde se více uplatnil svah a naklonění korun. Vývraty jedle leží hlavně k V, SV, JV, u buku k SV, V a S. U vývratů severním směrem opět spíše působila hmota korun na strmých expozicích. Zlomy u jedle se vyskytují nejvíce ve směru SV, druhý nejvyšší výskyt je SZ, který je možno vysvětlit námrazou severozápadního větru. Zlomy buku se vyskytují velmi nepravidelně a zřídka. Ležící kmeny všech dřevin jsou vyhodnoceny v grafu 10, ze kterého vyplývá, že 54,8 % kmenů leží SV, V a JV směrem a byly způsobeny větry SZ, JZ a Z směru, tedy převládajícím západním prouděním větru.

Na celé ploše rezervace byla zakreslena vývratiště, a to plnou čarou vnější obvod navršené půdy, tečkovaně pak vnější obvod vzniklého dolíku. Celkem bylo zjištěno 509 vývratišť, průměrně na 1 ha připadala 22 vývratiště.

možné na něm sledovat průběh diferenciací a vylučování jednotlivých stromů podle jejich postavení v porostě.

Celkové údaje o dřevinném patru pro celou rezervaci podává souhrnná tabulka základních taxačních údajů (tabulka XI), podle dřevin tabulka XII. Na ploše 23,20 ha je 2436 živých stromů o kruhové ploše 713,14 m² s hmotou 12 477 m³, na jeden ha je 537 m³. Hektarová zásoba v pralese i v bukovém porostě je ± stejná. Průběh dřevin podle tloušťkových tříd je v tabulce XIII, graficky vyjádřen v grafu 9. Z těchto celkových výsledků je sice patrný přírůst buku v nižších tloušťkových třídách, velký nedostatek ve 2. třídě zůstává a hlavně je plošně oddělen v porostě jednoúrovňové výstavby. Situace u jedle zůstává nezměněna, u smrku je přírůstek ve 2. a 3. tl. tř., který zde není žádoucí.

XIII. Počet živých kmenů podle dřevin a tloušťkových tříd na celkové ploše (23,20 ha).
(23,20 ha)

Tloušťková třída		2	3	4	5	6	7	8
Počet kmenů	buk	92	190	311	327	236	186	115
	jedle	5	19	28	54	83	123	115
	smrk	48	95	38	20	22	25	38
	celkem	145	304	377	401	341	334	268

Vyhodnocení podle směrů původně padlých vývrátů:

S	SV	V	JV	J	JZ	Z	SZ	Sa
140	113	48	7	7	3	71	120	509 ks
27,5	22,2	9,4	1,4	1,4	0,6	13,9	23,6	100 ‰

Velký počet vývratišť je SV a SZ směru, převažuje však směr S. Při podrobném sledování terénu a směru vývrátů je nápadná shoda mezi směrem svahu a směrem vývrátů. Je patrné, že většina kmenů se vyvrátila po svahu. Je to vysvětlitelné tím, že na strmých sklonech stromy mají po svahu více vyvinutou korunu, a tím i větší hmotu, která usměrňuje pád kmene po svahu. Vývratiště na flyši jsou podstatně častější než na jiných geologických útvech. Pro tento podklad jsou charakteristické svahy nepravidelně zvlněné těmito vývratišti. Z hlediska ekologického je to významný faktor, který přispívá k ještě rychlejšímu větrání a tvoření jemnozeme, vytváření mozaikovitých fytocenóz a odlišných podmínek pro zmlazování dřevin (na kamenitých vývratištích se spíše uchycuje klen).

XIV. Stupeň nahnilosti podle dřevin v ‰.
Decay degree by tree species in ‰

Dřevina	1	2	3
Smrk	25,0	62,5	12,5
Jedle	9,7	75,4	14,9
Buk	9,7	68,6	21,7

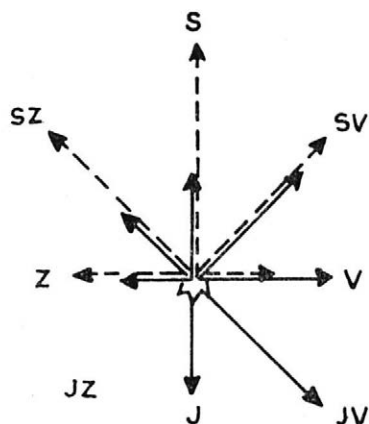
XV. Směr ležících kmenů podle světových stran v ‰. — Direction of lying stems

Dřevina	Jedle							
	S	SV	V	JV	J	JZ	Z	SZ
Pahýl	11,2	34,4	8,9	21,3	10,1	5,1	5,1	3,9
Vývrat	3,6	25,0	28,4	25,0	7,2	3,6	—	7,2
Zlom	12,5	33,4	12,5	12,5	4,1	—	8,3	16,7

9	10	11	12	13	14	15	Celkem	%
56	11	7	1	—	1	—	1533	63
77	45	16	8	2	2	3	580	24
23	7	4	1	1	1	—	323	13
156	63	27	10	3	4	3	2436	100

VÝSKYT OBRATLOVCŮ NA ÚZEMÍ REZERVACE A V JEJÍM BLÍZKÉM OKOLÍ

Z ptáků vyskytujících se na území rezervace a zde rovněž hnízdících je nejcharakterističtější lejssek malý, jehož typický zpěv se ozývá na celém území rezervace. Naopak v převážně smrkových sousedních porostech se nevyskytuje. Druhým charakteristickým druhem pro jedlo-bukový prales je jeřábek lesní, který se rovněž vyskytuje i v okolních porostech. Hnízdí v sousedních porostech, je však možné, že hnízdí i zde. Při výskytu dává přednost bukovým porostům. V oblasti smrkových porostů se vyskytuje pouze tam, kde jsou přerušeny zemědělskou enklávou, jejíž okraje jsou zarostlé břízou, klenem, bukem s podrostem borůvky, nebo tam, kde pod prosvětleným smrkem je borůvka, bobulovité keře a listnaté dřeviny. Rovněž hojnými a pravidelně hnízdícími druhy na území rezervace jsou všechny tři druhy budníčků (b. menší, b. větší, b. lesní). Jejich zpěv se ozývá po celém území pralesa, hnízdí však hlavně v zarostlých místech okolí potoků nebo tam, kde je rozvolněná horní etáž, popř. v blízkosti zarostlých bukových vývrátů



10. Směr ležících kmenů ——— a vývratišť ——— v %. — Direction of lying stems ——— and windthrows ———, percentage

by the cardinal points in %

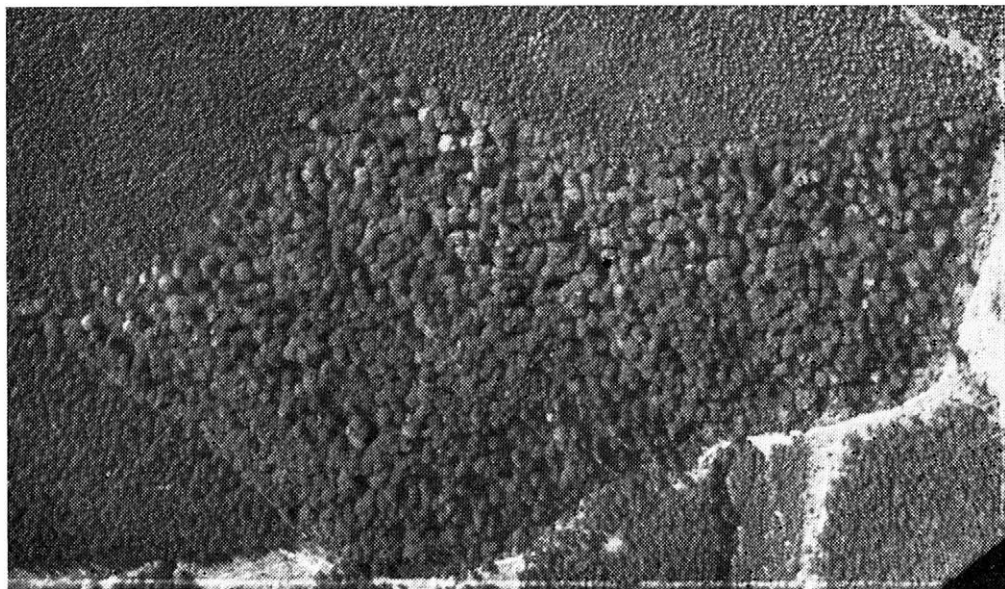
Buk								Smrk		
S	SV	V	JV	J	JZ	Z	SZ	SV	V	JV
14,4	22,3	15,6	13,3	4,4	1,1	12,2	16,7	—	66,0	34,0
13,4	30,0	26,6	6,7	3,3	3,3	6,7	10,0	20,0	80,0	—
8,3	16,7	8,3	25,0	16,7	—	16,7	8,3	—	—	—

a zlomů. Větší skupinu tvoří ptáci, kteří obývají doupné buky. Menší dutiny, jejichž otvory si vhodně upravuje, obsazuje brhlík lesní, v rezervaci je ve dvou až ve čtyřech párech. Větší dutiny obývá strakapúd velký a s. bělohřbetý. Na území rezervace byl pozorován i datlík tříprstý, který je charakteristický spíše pro smrkové porosty. Větší dutiny v bucích obývá i holub doupňák, v současné době však nebyl pozorován. Větší dutiny však obývají i sovy, z nich je pravděpodobně nejhojnější puštíkář obecný (v roce 1973 3 exempláře). Z ostatních druhů se vyskytuje sýkora koňadra, sýkora úhelníček (tento druh hnízdí i v nízko položených dutinách buků), sýkora parukářka a sýkora babka. Polohy kol hraničních potoků navštěvují oba se vyskytující druhy konipasa, a to k. bílý a k. horský. Řidčeji se vyskytuje skorec vodní a střízlík obecný, taktéž u potoků, protože jsou zde keře, nízké buky, jedle a smrky. Červenka obecná je zde hojná a hnízdí v zemních polodutinách a ve vyhnílych pařezích. V okolí se vyskytuje a na jaře 1973 hnízdila 1,5 km jižně od rezervace slepice tetřeva hlušce, jehož stavy se v poslední době nepatrně zvyšují. Jinak porosty rezervace navštěvují holub hřivnák, sojka obecná, kánata a vzácně jestřáb lesní.

Ze savců se v rezervaci i v okolí hojně vyskytuje zvěř srnčí a jelení, pro kterou je na území rezervace postaven krmelec, vzácně projde i zvěř černá. Z drobných savců se vyskytuje zajíc, veverka, norník rudý, myšice lesní, rejsek vodní a rejsek obecný. Ze šelem tu loví hranostaj, kuna lesní a liška obecná. Z plazů se vyskytuje slepýš křehký, ještěrka živorodá, užovka obecná. Zmije v pralese nebyla zastížena, i když se v okolí vyskytuje. Z obojživelníků je hojný mlok a skokan hnědý. V tůních potůčků se vyvíjejí larvy čolka obecného. Ve stálých loužích na cestách a na skladbě dřeva v blízkém okolí se vyskytuje kuňka žlutobřichá. Potok až po prales obývá pstruh potoční a vzácně vranka pruhoploutvá.

CELKOVÉ HODNOCENÍ

Tento zbytek lesa přirozené skladby má velký význam jak pro sledování vývoje takového lesa samotného, tak i pro srovnávání s různými stavy hospodářského lesa ve srovnatelném okolí. Pro jeho udržení je však třeba určitých opatření. Současný vývoj směřuje k úplnému převládnutí buku věkově málo diferencovanému a postupně ke značné příměsi smrku z okolních porostů. Tlusté jedle, které postupně hynou, nemají vlastně žádný dorost. Postupně rozpadající se buk tvoří v bukovém podrostu menší světliny pádem svých korun. Tyto světliny je vhodné využít pro vpravení jedle v oplocených hloučcích, a to miskovou sítí nebo sadbou. Javor klen, který zde byl původní dřevinou na všech lesních typech, zvláště však v bohaté jedlové bučině javorové, je vhodné znovu v příslušné příměsi (troušení) zavést. Je to snadno možné pomístnou špetkovou sítí v nezabuřenělých mezerách, plotit nebude třeba. Otázka smrku je závažná a dobře patrný je jeho nástup hlavně na okrajích. I když jako jednotlivá příměs je přípustný a původně zde byl také vtroušen, nelze připustit, aby vznikaly větší nesmíšené smrkové hloučky a skupiny. V těchto případech je třeba zasáhnout výběrem smrku ve prospěch



11. Z leteckého snímku vynikají na celé ploše mohutné koruny dosud v dobrém zápoji. V sv části je patrna mladší buková část. Prales je obklopen rozlehlými smrkovými porosty. Snímek je orientován k jihu. — The aerial photo shows conspicuous bulky crowns which still form a good canopy over the whole area. A younger beech part is perceptible in the northern section. The virgin forest is surrounded by extensive spruce stands. The photo is oriented to south.



12. Bukové patro tvoří souvislou, málo diferencovanou spodní etáž. Buk a jedle v horním patře se blíží stadiu rozpadu (pohled shora). — The beech layer is formed by a continuous, little differentiated low storey. Beech and fir in the upper layer gets near to the stage of disintegration (view from above)



13. Směs buku, jedle a smrku v horní etáži, ve spodním patře diferencovaná přirozená obnova buku. — Beech, fir and spruce mixture in the upper layer and a differentiated natural beech regeneration in the lower one



14. Mohutné stromy svým pádem prořeďují v pruzích hustou bukovou tyčovinu z přirozené obnovy. — The fallen bulky trees open in strip form the dense beech pole stand originated from natural regeneration.



15. Jedle mohutných dimenzí předrůstá bukové patro; místy je dosti nahloučena, hojně zasychá. — Fir of large dimensions overgrows the beech layer; it is sporadically clustered and frequently dries up



16. Buk je někdy nekvalitní. Časté jsou buky od pařezů o dvou až pěti kmenech. Na bázi kmenů zahnívají a odlamují se. — Beech is sometimes of bad quality. Beech trees form frequently stump sprouts with two — five stems. They decay



17. Bukový podrost se rychle diferencuje. Po zaschnutí se kmínky v krátkém čase rozpadají. — Beech stand rapidly differentiates. After drying up, the young stems shortly disintegrate



18. Hluboký terénní zářez ze středu pralesa; na jeho dně nepatrně proudí voda z výše položeného prameniště. — A deep terrain cut protruding from the virgin forest carries water from the higher situated watershed flows slightly on its bed



19. Všechny dřeviny na flyši se snadno vyvracejí. Po rozpadu dřeva tvoří zemina kopečky, jimiž je terén silně zvlněn (pod kmenem jsou vidět tři). — All tree species on flysh are exposed to easy uprooting. After wood decomposition, the earth forms mounds, with which the terrain is heavily undulated (three of them may be seen under the stem)



20. Slinité břidlice jsou hluboko rozvětrané v drobnou šotolinu a dochází na nich snadno k vývratům. V terénu jsou dlouho patrná četná vývratiště. — Marl slates are deeply weathered to a fine derangement of soil, on which tree uprooting fre-



21. Pod bohatou jedlovou bučinou javorovou tvoří význačnou dominantu *Dentaria enneaphyllos*. — A significant dominance under rich fir-beech stand with maple is formed by *Dentaria enneaphyllos*



22. Paralelní plocha s ideální skladbou hospodářského porostu (sm 8, bk 2). Buk malých dimenzí tvoří převážně podúroveň. — A parallel plot with ideal composition of productive stand (spruce 8, beech 2). The understorey is prevailingly formed by beech of small dimensions

buku. Těchto partií je několik a hrozí nebezpečí, že předrůstavý smrk zde zcela vytlačí přimíšený buk. Část vzniklou clonnou sečí, která má dnes ráz slabé kmenoviny, je vhodné ponechat bez zásahu. Bylo by vhodné zde dlouhodobě sledovat diferenciaci jednotlivých kmenů podle sociálního postavení v porostě a odumírání i rozpad potlačených kmenů. Pralesem vede trasovaný kopaný chodník (je zachycen v mapě), který býval udržován průchodný. Od vyhlášení rezervace v roce 1949 však chodník není uvolňován, dnes je na mnoha místech zavalen. Bylo by vhodné zřídit a udržovat volnou pěšinu v krajní části pralesa (maximálně po příčnou rokli), po níž by zájemci o prales mohli tuto část dobře projít. Jinak se tvoří nové pěšiny, čímž se uvolňuje půda, rozšlapává vegetace apod. Rovněž je třeba usměrnit návštěvnost pralesa, pokud možno tak, aby větší skupiny byly doprovázeny informovaným průvodcem. Nedocházelo by k rušení pralesa a jeho poškozování (choroše, samorosty). Dosud je to objekt, který je oblíbenou atrakcí pro hotel Razulu nebo výletním místem pro pionýrské tábory a podnikové rekreace.

SOUHRN

Prales Razula o výměře 23,20 ha je zbytkem přírodního lesa ve východní části lesní oblasti Javorníků. Do roku 1935 zde byly vyklízeny padlé stromy a na části se toulavě (clonně) hospodařilo. Má charakter přestárlé kmenoviny, která se blíží rozpadu (zastoupení dřevin podle kruhových ploch: bk 48,1, jd 40,7, sm 11,2 %). Menší část (2,20 ha) je tenká buková kmenovina, která vznikla clonnou sečí. Ve spodní etáži je na celé ploše zajištěno značně odrostlé bukové zmlazení. V roce 1972 bylo na celé ploše provedeno podrobné šetření současného stavu (zaměření všech stromů, vyprůměrkování, měření výšky, popsány fytoceózy a půdní sondy, odebírány půdní vzorky, vymapovány lesní typy a podrosty). Tyto materiály byly numericky a graficky zpracovány a vyhodnoceny. Z rozboru současného stavu vyplývají některá opatření pro další udržení tohoto pralesa. Z paralelní plochy v hospodářském lese lze odvodit závěr pro skladbu a výstavbu hospodářského lesa. Obdobné podrobné šetření se doporučuje po delší době (20 let) opakovat a z porovnaných výsledků upravit závěry pro udržení tohoto pralesa.

Došlo dne 3. 1. 1975

Literatura

1. Kolektiv: Klimatický atlas ČSR. Praha 1958
2. Lesní hospodářský plán na období 1963—1972
3. PRŮŠA, E.: Ekologické skupiny rostlin. 1967, ÚHÚL Brandýs n. L.
4. ŘEHÁK, J.: Poznatky ze studia přirozených lesů rezervace Mionší a jejich využití v podrostním hospodářství. Závěrečná zpráva 1963

Девственный лес Разула

Девственный лес Разула с площадью 23,20 га представляет собой остатки природного леса в восточной части лесной области Яворников. До 1935 года здесь производилась трелевка павших деревьев и на части территории велось семенно-лесосечное хозяйство. Девственный лес Разула носит характер прстарелого высокоствольника, который приближается к стадии распада (наличие древесных пород согласно площадям поперечного сечения — бук 48,1, пихта 40,7 и ель 11,2 %). Меньшая часть (2,20 га) представляет тонкомерный буковый высокоствольник, образовавшийся в результате семенно-лесосечной рубки. На нижнем ярусе по всей площади установлен довольно отросший буковый подлесок. В 1972 году на всей площади было произведено подробное обследование нынешнего положения (измерение всех деревьев, измерение диаметров стволов, измерение высоты деревьев, описание фитоценозов и почвенных зондов, взятие почвенных образцов, картирование лесных типов и подлесков). Эти материалы были нумерически и графически обработаны и оценены. Из анализа нынешнего положения вытекают некоторые мероприятия по дальнейшему сохранению этого девственного леса. На основании сравнения с параллельной площадью в хозяйственном лесу можно сделать вывод относительно структуры и построения хозяйственного леса. Аналогичное подробное обследование рекомендуется после определенного долгого времени (спустя 20 лет) повторить и из сопоставленных результатов сделать соответствующие выводы для сохранения этого девственного леса.

The virgin forest Razula

The virgin forest Razula, occupying an area of 23,20 ha, is a remnant of a natural forest in the the eastern part of the forest area of the Javorníky Mts. Up to the year 1935, the fallen wood was continuously removed and the shelterwood system was applied on a part of this area. The virgin forest has a character of overmature high forest, which gets near to disintegration (tree species representation by basal areas: beech 48,1 %, silver fir 40,7 %, Norway spruce 11,2 %). A smaller part (2,20 ha) is formed by a thin beech high forest as a result of shelterwood system application. The lower storey is ensured over the whole area by a grown up beech advance growth. In 1972, the actual state was investigated in detail over the whole area (measuring of all trees, calipering, measuring of tree heights, description of phytocoenoses and soil pits, taking of soil samples, mapping of forest types and undergrowths). All these data were numerically and graphically worked out and evaluated. The analysis of the actual state resulted in some measures aimed at further preservation of this virgin forest. A parallel plot situated in the productive forest makes it possible to derive valuable conclusions for the formation and establishment of productive forests. It may be recommended to reiterate an analogous investigation in detail after elapsing of a longer period (about 20 years) and, after comparing the results, to modify the conclusions relating to the preservation of this virgin forest.

Adresy autorů:

Ing. Eduard Průša, Praha, Ing. J. Holuša, Frýdek

Sumou teplot rozumíme součet průměrných denních teplot během určitého období. Metoda sčítání teplot (v různých modifikacích) pevně zakotvila v meteorologické praxi a bude používána, dokud nebudou nalezeny lepší způsoby hodnocení vlivu teploty na vývoj rostlin.

Sumy teplot byly nejčastěji aplikovány v zemědělství. Zde se zvláště u jednotlivých plodin s úplným vegetačním cyklem během jednoho roku uvažuje dosti těsná závislost rozvoje rostlin na dosažených sumách teplot. Teplotní suma za období s průměrnou denní teplotou $\geq 10^{\circ}\text{C}$ posloužila jako dominantní kritérium pro ohraničení vyšších agroklimatických jednotek při poslední agroklimatické rajonizaci v ČSSR [16].

Normální vývoj je však závislý na sumách teplot právě tak u vytrvalých rostlin a dřevin. Např. ovoce dozrává, je-li k dispozici určitá suma teplot. Také přirozený výskyt lesních dřevin je možný jen tam, kde probíhá úplný vegetační cyklus ukončený vyzráním pletiv a zráním semen a plodů podmíněných opět určitou sumou teplot.

Období s průměrnou teplotou 10°C a vyšší bývá označováno jako hlavní vegetační období. Podle G r e g o r a (1929) je pravděpodobnost výskytu mrazů při uvedené denní teplotě již malá a stromová, jak se zdá, s ní již nepočítá. M i n á ř (1944) uvedl, že nástup souvislého období dnů, které mají průměrnou teplotu vyšší než 10°C , souhlasí s vyrašením prvních listů řady lesních dřevin ve střední Evropě přirozeně rozšířených. Na podzim opět dřeviny končí v našich podmínkách vegetaci, jakmile souvislé období dnů s uvedenou teplotou je skončeno.

Zatímco zemědělci používají sumu teplot běžně v teorii i praxi, mezi lesníky se dává dosud přednost jiným teplotním ukazatelům, jako např. průměrné teplotě vegetačního období nebo počtu dnů s určitou teplotou. Cílem této práce je ukázat na některé možnosti použití sumy teplot v lesním hospodářství.

Sumu teplot lze vymežit dvojím způsobem. V prvním případě sčítáme průměrné denní teploty vzduchu během období s průměrnými teplotami vyššími, než je stanovená mez. Jindy sčítáme pouze kladné difference mezi denním průměrem a určitou mezní hodnotou. V této práci jsou teplotní sumy vypočítány prvním způsobem, kdy v období s průměrnou denní teplotou vzduchu 10°C a vyšší vstupují denní teploty do výpočtu celé. Podobně postupoval svého času B r a b l e c, který v práci A v d ě j i č e v o v ě (1961) publikoval mapu izochar úhrnů teplot (nad 10°C),

číselné údaje o sumách teplot v místech meteorologických stanic však neuvěřitelně.

Výpočet měsíční sumy teplot je jednoduchý v těch měsících, kdy průměrná měsíční teplota dosahuje stanovené meze nebo ji převyšuje, přičemž celý měsíc spadá do vymezeného období. Tehdy získáme sumu teplot součinem průměrné měsíční teploty a počtu dnů v měsíci.

Složitější je výpočet na počátku a na konci období, kdy se teplota pohybuje kolem hranice, od níž sumu teplot vypočítáváme. To jsou ty případy, kdy průměrná měsíční teplota je nižší než stanovená mez (10°C), ale přesto je v daném měsíci již několik dnů s průměrnou teplotou rovnou nebo vyšší než stanovená mez, tedy dnů spadajících do vegetačního období. Jde též o případy, kdy je průměrná měsíční teplota sice poněkud vyšší než stanovená mez, ale vegetační období již nepřekrývá celý měsíc. Tehdy výpočet usnadní grafické znázornění, nejlépe na milimetrovém papíru.

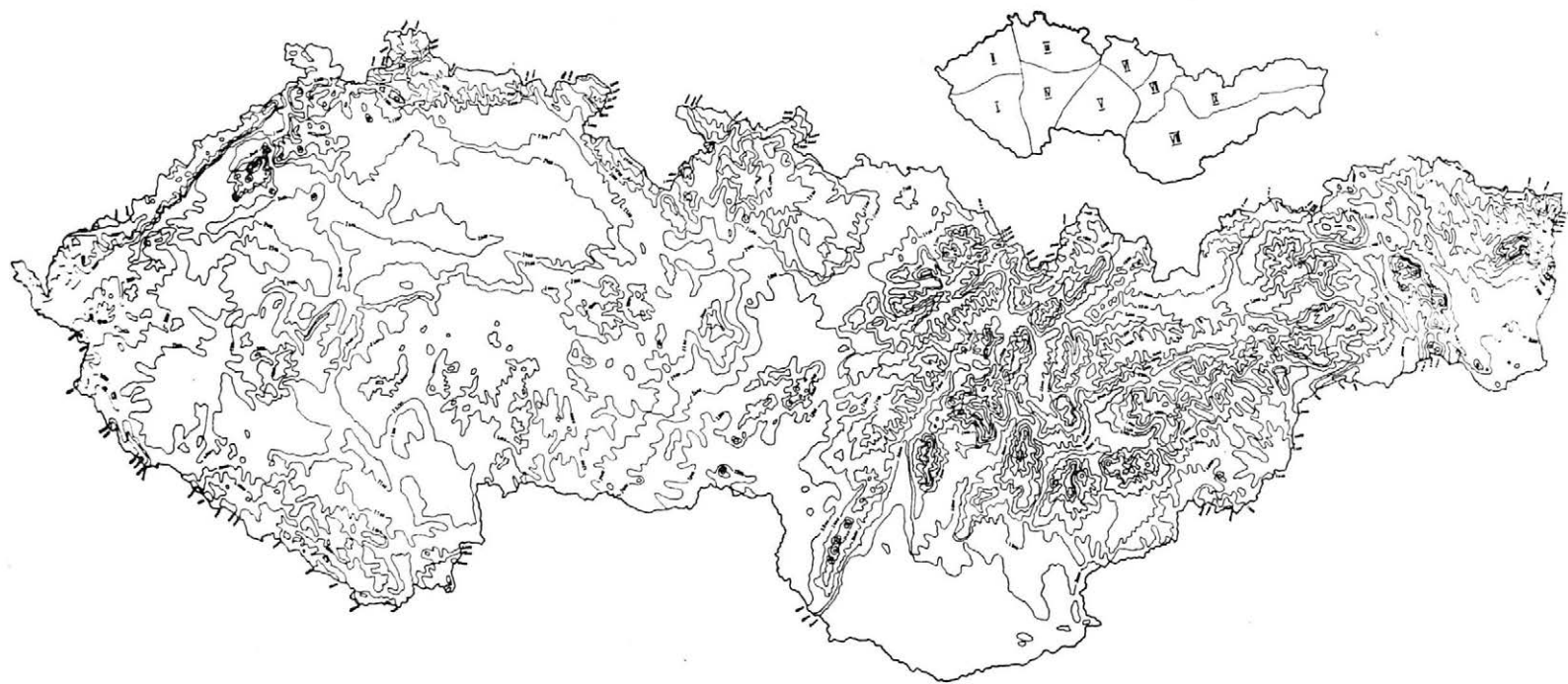
Sumy teplot hlavního vegetačního období byly vypočteny pro 421 meteorologických stanic v ČSSR, z toho 323 stanice v ČR a 98 stanic v SSR. Jsou uvedeny v tabulkách VI a VII a umožnily nakreslit mapu na obr. 1. Jsou to sumy teplot za období 1901 až 1950 [17]).

Největší hodnoty úhrnů teplot nacházíme v nížinných oblastech jižního a východního Slovenska, kde se objevuje izočára 3000° . Nejmenší sumy teplot mají vrcholové stanice v našich horách, kde např. u Pradědu činí suma teplot krátkého vegetačního období ještě 212° . U výše položených horských a velehorských stanic (Sněžka, Lomnický štít) se již takové období vůbec neobjevuje.

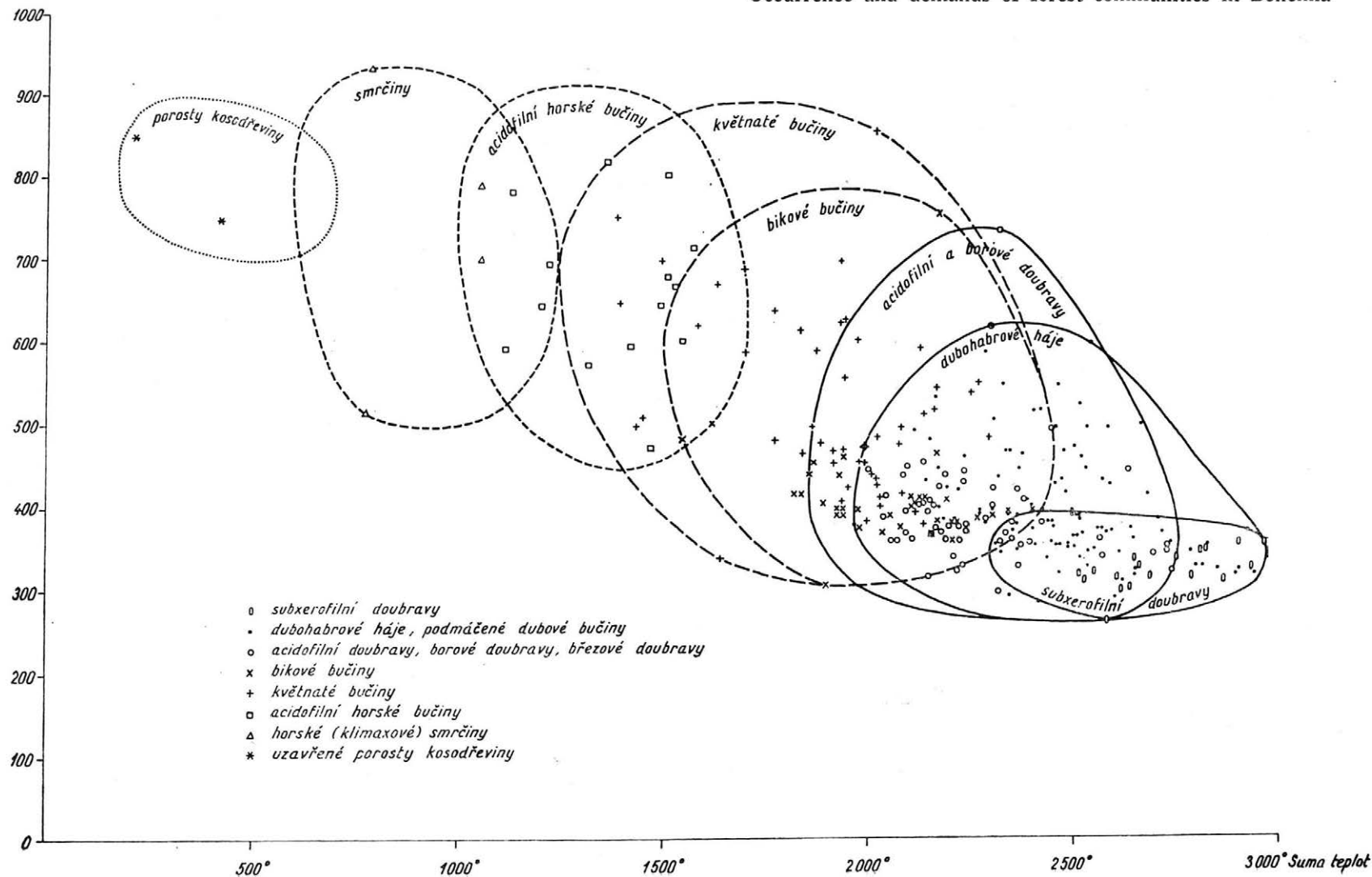
Je patrné, že se suma teplot s rostoucí nadmořskou výškou zmenšuje. Při konstrukci mapy bylo nutno znát závislost sumy teplot na nadmořské výšce, a to nejen pro celé území Čech, Moravy a Slovenska, ale i v různých částech těchto zemí. Po příkladu Gregora (1929) bylo území ČSSR rozděleno na 9 oblastí, jak je znázorněno na mapce na

I. Rovnice lineární korelace sumy teplot y a nadmořské výšky x a příslušné hodnoty korelačního koeficientu r pro 9 oblastí, České země a Slovensko. — The equation of linear correlation of the sum of temperatures y and the altitude a.s.l. x and the relevant values of the coefficient of correlation r for 9 areas, Bohemia and Slovakia

Jihozápadní Čechy	$y = 2967,3975 - 1,5581 x$	$r = 0,940594$
Severozápadní Čechy	$y = 2919,0536 - 1,6862 x$	$r = 0,985340$
Severovýchodní Čechy	$y = 2917,2761 - 1,8345 x$	$r = 0,981171$
Jihovýchodní Čechy	$y = 2946,6738 - 1,5869 x$	$r = 0,957984$
Střední západní a jižní Morava	$y = 3185,5381 - 2,0884 x$	$r = 0,967235$
Severní Morava	$y = 3046,8989 - 1,8798 x$	$r = 0,993100$
Východní Morava	$y = 2940,7693 - 1,5178 x$	$r = 0,986747$
Jižní a střední Slovensko	$y = 3197,2604 - 1,6777 x$	$r = 0,942234$
Severní Slovensko	$y = 2894,5698 - 1,4643 x$	$r = 0,972460$
České země	$y = 2989,0868 - 1,7360 x$	$r = 0,973167$
Slovensko	$y = 3045,9151 - 1,5710 x$	$r = 0,957347$



1. Sume teplot hlavního vegetačního období v ČSSR. — Sum of temperature values of the main growing season in the ČSSR
2. Přirozené oblasti (I—IX) v ČSSR sloužící pro zjištění závislosti sumy teplot na nadmořské výšce. — The natural areas (I—IX) in the ČSSR serving for the determination of the dependence of the sum of temperatures on the altitude above sea level



obr. 2. Protože se předpokládala lineární závislost, byly pro každou oblast vypočteny parametry rovnic lineární závislosti sumy teplot y na nadmořská výšce x a byly zjištěny hodnoty korelačního koeficientu.

Z rovnice lineární korelace pro ČSR vyplývá suma teplot vegetačního období vypočtená pro mořskou hladinu 2989⁰. Při výstupu o každých 100 m se zmenšuje o 173,6⁰. Na Slovensku činí suma teplot při přepočtu na mořskou hladinu 3045,9⁰. Je tedy o něco vyšší než v ČSR, zřejmě zejména vzhledem k nižší zeměpisné šířce. Vertikální gradient sumy teplot zde činí 157,1⁰ na 100 m výšky. S rostoucí nadmořskou výškou se tedy v SSR suma teplot zmenšuje o něco pomaleji než v ČSR.

Slovensko je teplejší, a to nejen v polohách s nízkou nadmořskou výškou, ale při výstupu do vyšších poloh se rozdíl ještě zvyšuje. Jestliže probíhá v ČSR izolinie 2000⁰ průměrně ve výšce 570 m, na Slovensku je to o 96 m výše. Izolinie 1000⁰ probíhá v ČSR průměrně ve výšce 1146 m a na Slovensku ještě o 156 m výše. Je však zřejmé, že na kladnou odchylku zjišťovanou ve vyšších a vysokých polohách v SSR má vliv i ta skutečnost, že v ČSR jsou vysoko položené stanice vesměs stanicemi vrcholovými, kdežto na Slovensku jsou z velké části na jižních, tedy teplejších svazích Vysokých Tater.

S měnící se sumou teplot hlavního vegetačního období souvisí přirozený výskyt lesních společenstev. O přirozeném rozšíření lesů nás svého času informovala hlavně mapa původního složení lesů na území ČSR sestavená S v o b o d o u (1955). V poslední době se můžeme opřít o soubor geobotanických map vydaných kolektivem pracovníků Botanického ústavu ČSAV [14], kteří uvádějí průměrné výškové hranice klimaxových lesních společenstev v ČSR. O jiných informuje S v o b o d a (1952, 1953). Některé hranice upřesnil autor na základě studia geobotanických map v měřítku 1 : 75 000 v archivu Botanického ústavu ČSAV.

Tak dospěl autor k průměrným hranicím vertikálního rozšíření lesních společenstev v Čechách a na Moravě uvedených v tabulce III.

Zonální klimaxová společenstva na sebe většinou navazují při postupu od nižších k vyšším nadmořským výškám tak, jak je v přehledu uvedeno. Ve skutečnosti ovšem přirozená lesní společenstva pronikají na vhodných stanovištích i daleko za průměrné hranice jejich vertikálního rozšíření. Na teplých, především jižních svazích, v chráněných polohách nebo na různých výhřevných podkladech vystupují někdy dosti vysoko nad horní průměrnou hranici přirozeného rozšíření. Na severních svazích, v hlubokých zastíněných soutěskách a na studených podkladech sestupují naopak pod spodní průměrnou hranici vertikálního rozšíření. Tak vzniká někdy v členitém terénu s rychle se měnícím geologickým podkladem pestrá mozaika společenstev, kdy při pohledu na geobotanickou mapu se nacházejí nejružnější společenstva zdánlivě vedle sebe a vertikální stupňovitost společenstev není tak výrazná.

Výše uvedeným průměrným hranicím vertikálního rozšíření lesních společenstev odpovídají v ČSR sumy teplot hlavního vegetačního období uvedené v tabulce IV. Vzhledem k působení četných lokálních vlivů, a tím vyvolanému překrývání stupňů výskytu lesních společenstev, je ovšem absolutní rozpětí sumy teplot u jednotlivých společenstev mnohem větší. Na základě znalostí skutečné průměrné sumy teplot za vegetační období a průměrného úhrnu srážek za vegetační období a na základě

II. Závislost sumy teplot ($^{\circ}\text{C}$) na nadmořské výšce v letech 1901—1950 v Českých
altitude a. s. l. (m) for the period of 1901—1950 in Bohemia and in Slovakia

Oblast	100	200	300	400	500	600	700	800
Jihozápadní Čechy	—	2656	2500	2344	2188	2033	1877	1721
Severozápadní Čechy	—	2582	2413	2245	2076	1907	1739	1570
Severovýchodní Čechy	—	2550	2367	2183	2000	1817	1633	1450
Jihovýchodní Čechy	—	2629	2471	2312	2153	1995	1836	1677
Střední, západní a jižní Morava	—	2768	2559	2350	2141	1932	1724	1515
Severní Morava	—	2671	2483	2295	2107	1919	1731	1543
Východní Morava	—	2637	2485	2334	2182	2030	1878	1727
Jižní a střední Slovensko	3029	2862	2694	2526	2358	2191	2023	1855
Severní Slovensko	—	2602	2455	2309	2162	2016	1870	1723
Čechy	—	2604	2438	2271	2104	1938	1771	1604
Morava	—	2692	2509	2326	2143	1961	1778	1595
České země	—	2642	2468	2295	2121	1947	1774	1600
Slovensko	2889	2732	2575	2418	2260	2103	1946	1789

III. Průměrné vertikální rozšíření lesních společenstev. — Average vertical distribution of forest communities

Vegetační jednotka	Průměrná nadmořská výška (m)
Subxerofilní doubravy	do 400
Dubohabrové háje	do 450
Acidofilní doubravy, borové doubravy	do 550
Bíkové bučiny	od 500 do 800
Květnaté bučiny	od 500 do 900
Acidofilní horské bučiny	od 850 do 1050
Horské (klimaxové) smrčiny	od 1050 do 1350
Porosty kosodřeviny	od 1350 do 1500

rekonstrukce přirozené vegetace v místech meteorologických stanic byl nakreslen obr. 3. Pro každé místo s klimatickou stanicí v ČSR bylo na geobotanických mapách vyhledáno odpovídající lesní společenstvo. Mezní hodnoty meteorologických prvků byly stanoveny podle skutečného vertikálního rozšíření vegetačních jednotek. Obr. 3 znázorňuje zastoupení a rozšíření vegetačních jednotek na území ČSR a naznačuje skutečné nároky přirozených lesních společenstev. V úvahu byly vzaty jen zónální výskyty společenstev.

V přírodě se ovšem neobjevují pouze čisté porosty dubové, bukové a smrkové. Na rozhraní jednotlivých vegetačních stupňů (smrkového,

900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900 m
1565	1409	1253	1098	942	786	—	—	—	—	—
1401	1233	1064	896	—	—	—	—	—	—	—
1266	1083	899	716	532	349	166	0	—	—	—
1518	1360	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1355	1167	979	791	603	415	—	—	—	—	—
1575	1423	1271	1119	968	—	—	—	—	—	—
1687	1520	1352	1184	1016	848	—	—	—	—	—
1577	1430	1284	1137	991	845	698	552	405	259	112
1438	1271	1104	938	771	605	438	271	—	—	—
1412	1229	1046	863	680	498	—	—	—	—	—
1427	1253	1079	906	732	559	385	211	—	—	—
1632	1475	1318	1161	1004	847	689	532	375	218	61

IV. Sumy teplot hlavního vegetačního období odpovídající průměrným hranicím vertikálního rozšíření lesních společenstev. — Sums of temperatures of the main growing season corresponding to average limits of the vertical distribution of forest communities

Vegetační jednotka	Suma teplot (°C)
Subxerofilní doubravy	≥ 2295
Dubohabrové háje	≥ 2208
Acidofilní doubravy, borové doubravy	≥ 2034
Bíkové bučiny	2121 – 1600
Květnaté bučiny	2121 – 1427
Acidofilní horské bučiny	1513 – 1166
Horské (klimaxové) smrčiny	1165 – 646
Porosty kosodřeviny	645 – 385

bukového, dubového) se objevují přirozené smíšené porosty těchto dřevin, kde jsou v optimálních podmínkách zastoupeny hlavní lesní dřeviny rovným dílem. Jinde působením vlivů edafických, topoklimatických nebo též dlouholetým působením člověka jedna z dřevin převládá. Taková smíšená společenstva jsou potom rozlišována jako přechodné vegetační stupně. Např. acidofilní horské bučiny tvoří stupeň smrk-buko-jedlový. Na složení stromového patra těchto lesů se podílejí přibližně rovným dílem buk lesní, smrk ztepilý a jedle bělokorá. Také na rozhraní dubového a bukového vegetačního stupně se objevují smíšené porosty dubu a buku,

rozlišované jako bukové doubravy nebo dubové bučiny, někdy dokonce jako vegetační stupeň buko-dubový a dubo-bukový.

V dalším byl zjišťován vztah sumy teplot hlavního vegetačního období k délce vegetačního období, tedy počtu dní s průměrnou denní teplotou a vyšší než 10 °C. Pomocí této veličiny jsou dosud v lesním hospodářství nejčastěji charakterizovány teplotní podmínky stanovišť a teplot-

V. Délka vegetačního období odpovídající průměrným hranicím vertikálního rozšíření lesních společenstev. — The length of growing season corresponding to average limits of the vertical distribution of forest communities

Vegetační jednotka	Délka vegetačního období (dnů)
Subxerofilní doubravy	<155
Dubohabrové háje	<152
Acidofilní doubravy, borové doubravy	<144
Bikové bučiny	148–122
Květnaté bučiny	148–112
Acidofilní horské bučiny	117–95
Horské klimaxové smrčiny	95–57
Porosty kosodřeviny	57–35

VI. Suma teplot hlavního vegetačního období v Českých zemích (°C) (v letech 1901 až 1950). — The sum of temperatures of the growing season in Bohemia (°C) (in the years 1901–1950)

Aš	1823	Bzenec	2825
Banín, vodárna	1982	Čáslav	2454
Bedřichov, Nová Louka	1388	Čerchov	1319
Bělá pod Bezdězem	2374	Česká Lípa	2351
Benecko	1450	Česká Třebová	2176
Benešov	2345	České Budějovice	2365
Bernartice, Horní Heřmanice	2536	Český Dub	2235
Bílá, Salajka (o. Frýdek-Místek)	1776	Český Krumlov	2148
Bílá Třemešná, přehrada	2220	Ďáblice	2489
Bílčice	1992	Dačice	2203
Bitovánky	2032	Desná, Souš (o. Jablonec n. Nisou)	1393
Bohdalov, Horní Mlýn	1938	Deštné	1707
Bojkovice	2594	Dobrá, Keřkov	2086
Brandýs nad Labem	2616	Dolní Lhota (o. Blansko)	2450
Braníšovice	2820	Dolní Roveň	2518
Branná (o. Šumperk)	1955	Domašice, Obrok	2221
Brno	2620	Domašov, Šumná	1938
Broumov	2221	Domažlice	2305
Bruntál	1939	Doubravice (o. Trutnov)	2194
Březinky	2173	Doupov (zaniklá obec)	1969
Březiny, Libverda (o. Děčín)	2501	Drahany	1997
Budišov	2210	Drahotěšice	2270
Budišov nad Budišovkou	2022	Dražice (o. Mladá Boleslav)	2605
Buchlovice	2583	Drnholec	2944
Bystrice nad Pernštejnem	2056	Dřemovice (zaniklá obec)	1979
Bystrice pod Hostýnem	2521	Dubňany	2936
Bystrická, přehrada	2298	Dvorce, U Kamlara	1953

Ervénice	2577	Kouřim, Molitorov	2555
Frenštát pod Radhoštěm	2287	Kralický Sněžník	423
Frýdek-Místek	2545	Králov Dvůr	2529
Frýdlant	2433	Krašov	1896
Hamry (o. Chrudim)	1871	Krhanice, Prosečnice	2427
Hanušovice, Potučník	1900	Krnov	2400
Harachov, Nový Svět	1551	Kroměříž	2712
Havlíkův Brod	2176	Krpy	2519
Heřmanovice	1838	Křenov (o. Svitavy)	2170
Hlinsko (o. Chrudim)	1944	Křivoklát	2495
Hodonín	2971	Křižanov (o. Žďár n. Sáz.)	2116
Holešov	2674	Kunčice (o. Šumperk)	1976
Horní Bečva, myslivna	1943	Kunratice u Prahy	2449
Horní Benešov	2123	Kunštát	2114
Horní Jelení	2401	Kvilda	1119
Horní Lipová, Ramzová	1584	Kyjov (o. Hodonín)	2906
Horní Světlé Hory	1580	Kynšperk nad Ohří	2082
Horská Kvilda, Březník	1056	Kyselka	2218
Hořice (o. Jičín)	2520	Labská přehrada	1513
Hostomice	2402	Lány (o. Rakovník)	2101
Hostýn	1946	Ledečko	2419
Hradec Králové, Nový H. K.	2392	Lednice (o. Břeclav)	2790
Hranice (o. Přerov)	2482	Lenešice	2662
Hrochův Týnec	2525	Libáň	2551
Hronov	2191	Libějovice	2307
Hrotovice	2365	Liberec	2137
Humpolec, Dusilov	2133	Liblice	2577
Husinec, přehrada	2101	Liblín	2466
Hustopeče	2902	Libštát	2082
Hutisko	2129	Litoměřice	2617
Cheb	2053	Litomyšl	2372
Chlum u Třeboně	2237	Litvínovice	2301
Chlumec n. Cidl. Kladruby	2568	Lopeník	2116
Chodová Planá	2067	Lučany nad Nisou, Důl	1699
Chrudim	2507	Luhačovice	2474
Ivančice	2803	Luže, Košumberk	2486
Jablunkov	2294	Lysá Hora	785
Jaroměř (o. Náchod)	2367	Lysá nad Labem	2570
Jeseník	2167	Malá Úpa, Dolní Malá Úpa	1206
Jevíčko	2362	Málkov, Zásada	2342
Jihlava	2135	Mariánské Lázně	1980
Jince	2258	Melč	2139
Jindřichov (o. Bruntál)	2306	Mělník	2652
Jindřichův Hradec	2161	Město Albrechtice, Žáry	2344
Kadaň	2415	Mikulovice (o. Šumperk)	2422
Kamenice nad Lipou	2048	Milešovka	1640
Karlovec	2013	Mladá Boleslav	2537
Karlovice (o. Semily)	2344	Morávka, Horní Morávka	2025
Karlovy Vary	2188	Moravská Třebová	2273
Karvinná - Město	2582	Moravský Beroun	2023
Kbelnice Soudná (o. Jičín)	2442	Mšené - lázně	2552
Ketkovice	2470	Mutěnice (o. Hodonín)	2865
Klatovy	2289	Náměstí na Hané	2409
Kleny, Dubenský dvůr	2245	Náměstí nad Oslavou	2348
Klet	1471	Napajedla	2719
Klínovec	782	Nepomuk (o. Plzeň - jih)	2138
Klobouky	2749	Neveklov	2282
Kocelovice, Nový Dvůr	2165	Nezabudice	2292
Kolín	2730	Nosetín, Větrov	2032
Konice	2267	Nová Paka	2112
Kopisty	2566	Nová Pec, Želnavská mysl.	1890

Nová Ves (o. Liberec)	2114	Říčany	2391
Nová Ves (p. Velim)	2793	Řídelov	1859
Nová Ves nad Lužň. Žof. h.	2189	Sázava (o. Pelhřimov)	1934
Nové Město na Moravě	1894	Semčice	2538
Nový Hrozenkov	2331	Skřínářov, Na Rohách	1940
Nový Jičín	2401	Slaný	2519
Olešnice (o. Blansko)	2033	Slapy (o. Tábor)	2097
Olešnice, Valečov	2130	Slatina nad Zdobnicí	2156
Olomouc	2641	Slavkov u Brna	2752
Olomučany	2423	Slavonice	2214
Ondřejov, hvězdárna	2201	Sněžka	0
Ondřejov, Nová Viska	1434	Soběnov	2080
Opava	2463	Sokolov	2108
Osoblaha	2635	Stachy, Zadov	1422
Ostrava	2665	Stará Červená Voda, Nová Č. V.	2467
Ostravice	2319	Staré Hamry, Hartisov	1939
Ostravice, Hamrovce	2173	Staré Sedlo, Orlick (o. Pís.)	2338
Pacov (o. Pelhřimov)	2135	Starý Bohumín	2537
Panciř	1056	Strakonice	2276
Pardubice	2563	Strání	2339
Pavlovice u Přerova	2563	Stránské	1844
Pelhřimov	2146	Stráž (o. Tachov)	2322
Peruc	2460	Strážnice (o. Hodonín)	2930
Petrovice (o. Benešov)	2038	Stříbro	2230
Petrovice (o. Rakovník)	2210	Střítež nad Ludinou	2321
Písek	2313	Studenec (o. Třebíč)	2178
Plumlov	2446	Suchdol (o. Nový Jičín)	2481
Plzeň, Doudlevec	2366	Sušice (o. Klatovy)	2155
Počátky (o. Pelhřimov)	2026	Světlá pod Luží	1771
Podbořany	2313	Šluknov	2097
Poděbrady	2698	Špičák	1532
Podivín	2900	Špindlerův Mlýn, Bedřichov	1496
Polešovice	2833	Špindlerův Mlýn, Sedmidolí	1224
Polička	1846	Štěchovice (o. Praha - západ)	2508
Pouchov	2468	Štěpanice, Palvinov	1943
Pozdřechov	2157	Šternberk	2501
Praděd	214	Štítý	2121
Praha, Karlov	2742	Šumperk, Temenice	2403
Praha, Klementinum	2858	Tábor	2241
Praha, Podbaba	2655	Telč	2035
Prachatice	2002	Tepliče, Trnovany	2639
Prostějov	2650	Tišnov	2504
Průhonice	2444	Travná, Zálesí	1878
Přelouč	2597	Trutnov	2102
Přepeře (o. Semily)	2353	Třeboň	2380
Přerov	2685	Tyra	2065
Příbram, Březové Hory	2181	Uhřetěves	2568
Příbyslav	2092	Ústí nad Labem	2691
Přísečnice Špičák	1553	Ústí nad Orlicí	2239
Radhošť, kaple	1368	Valašské Klobouky	2378
Radhošť, Skalíkova louka	1515	Valašské Meziříčí, Krásno nad	
Rajnochovce	2253	Bečvou	2449
Rakovník	2240	Valtice	2814
Rejvíz	1637	Vejprty	1621
Roudnice nad Labem	2608	Velká Bíteš	2305
Rouchovany	2519	Velké Albrechtice	2501
Rozstání (o. Prostějov)	2084	Velké Meziříčí	2156
Rožmitál pod Třemšínem	2241	Velké Pavlovice	2813
Rožnov pod Radhoštěm	2329	Vimperk	1996
Rýmařov	1913	Vitkov (o. Opava)	2171
Řehořov	1928	Vizovice	2458

Vodňany	2218	Zvíkovec	2327
Vráž, Stará Vráž	2200	Žacléř	1920
Vsetín	2518	Žamberk	2077
Vysoké nad Labem	2529	Žatec	2601
Vysoké nad Jizerou	1872	Ždánice (o. Hodonín)	2736
Vyškov	2657	Žďár nad Sázavou	1934
Zahrádka (o. Plzeň)	2071	Žďárná	1929
Zákupy, Nové Zákupy	2189	Žďárský Potok, Alfr. m.	1135
Zastávka	2437	Žehušice	2559
Zbýšov (o. Brno)	2492	Železná Vídly (o. Bruntál)	1499
Zděchov	2158	Židlochovice	2825
Zlaté Hory (o. Bruntál)	2266	Žichlínek	2280
Znojmo	2723	Žlutice	2147

ní nároky dřevin. Ukázalo se, že uvažovanou závislost dobře vystihuje rovnice paraboly druhého stupně

$$y = ax + bx^2,$$

která prochází průsečíkem os. Výpočtem parametrů rovnice nelineární závislosti se dospělo k rovnici a hodnotě korelačního indexu

$$y = 0,0095472768x - 0,000012080x^2,$$

$$I = 0,997339800.$$

Je zřejmé, že vztah dvou uvažovaných teplotních ukazatelů je velmi těsný. Na základě získané rovnice byla znovu zjištěna délka vegetačního období odpovídající průměrným hranicím vertikálního rozšíření lesních společenstev. Je uvedena v tabulce V.

Takto vypočtená délka vegetačního období odpovídající průměrnému stupni výskytu lesních společenstev se v podstatě shoduje s dobou plné vegetace zjištěnou Míchalem (1971) pro některé vegetační stupně v Českém masívu na podkladě Raušerovy – Zlatníkovy biogeografické mapy uveřejněné v Atlasu Československé socialistické republiky [13]. Dobou plné vegetace rozumí Míchal počet dní s průměrnou teplotou 10 °C a vyšší.

Naproti tomu se potvrzuje, že Vincentem, Špalkem a Polnarem (1950) stanovené nároky lesních dřevin na délku vegetačního období, které později posloužily při konstrukci mapy pěstebních oblastí v Československu, jsou nesprávným, velmi zjednodušeným obrazem skutečnosti. Na tento nedostatek Vincentova dělení klimatu upozornil autor již dříve (1968).

Např. přirozený výskyt smrku ztepilého se podle Vincenta, Špalka a Polnara (1950) koncentruje v horských oblastech s vegetačním obdobím kratším 130 dnů. Tomu odpovídá v ČSR suma teplot 1840°, se kterou se v průměru setkáváme v polohách s nadmořskou výškou 662 m. V konfrontaci se skutečností ovšem toto tvrzení neobstojí. Průměrná dolní hranice přirozených horských (klimaxových) smrčín se nachází mnohem výše.

Je sice možné, že oblasti s vegetační dobou kratší než 130 dnů jsou již vhodné pro úspěšné pěstování smrku ztepilého. O smrkové dřevo byl, je a bude vždy velký zájem, a proto dřevina bude pěstována všude tam,

VII. Suma teplot hlavního vegetačního období na Slovensku ($^{\circ}\text{C}$) (v letech 1901—1950).
 — The sum of temperatures of the main growing season in Slovakia ($^{\circ}\text{C}$) (in the years 1901—1950)

Babia hora (Polsko)	0	Nitranské Pravno	2579
Bánovce nad Bebravou	2831	Nové Mesto nad Váhom	2930
Banská Bystrica	2599	Oravská Lesná	1483
Banská Štiavnica	2355	Oravská Polhora	1847
Bardejovské kúpele	2230	Oravská priehrada	2016
Borský Mikuláš	2999	Oravský Podzámok	2042
Bratislava, Trnavská	3145	Piešťany	2876
Bratislava, Vajnory	3012	Pohorelá	1915
Bratislava, Výzkumné úst.	3127	Poprad	1988
Brezno	2127	Poprad, Kvetnica	1982
Devínská Nová Ves	2931	Popradské Pleso	500
Dobšiná	2175	Prešov	2727
Dobšiná, Čuntava	1397	Prievidza	2634
Dumbier chata	0	Pružina	2313
Gelnica	2146	Rajecké Teplice	2224
Hájniky	2523	Rimavská Sobota	2824
Herľany	2450	Rožňava	2583
Holíč	2790	Sabinov	2477
Horná Štubňa	2020	Sása	2486
Hrachovo	2748	Skalnaté Pleso	0
Hurbanovo	3041	Sliač — kúpele	2626
Ilava	2658	Slovenská Lupča	2456
Kamenica nad Cirochou	2606	Smolník	2122
Kežmarok	2116	Spišská Nová Ves	2281
Klaštôr pod Znievom	2369	Spišské Podhradie	2314
Komárno	3098	Staré Hory	2134
Korytnica — kúpele	1638	Starý Smokovec	1541
Košice	2724	Sučany	2229
Kráľovský Chlmec	3072	Svidník	2506
Krásno	2788	Štos — kúpele	2190
Krásný Brod	2296	Štrbské Pleso	954
Kremnica, Skalka	1380	Švedlár	2131
Kuchyňa, Nový Dvor	2780	Švermovo	1626
Levice	2962	Tatranská Kotlina	1847
Levočské Lúky	2165	Tatranská Lomnica	1743
Liptovský Hrádok	1964	Tatranská Polianka	1601
Lomnický štít	0	Topoľčianky	2794
Lubochňa	2093	Trebišov	2888
Lučenec	2947	Trenčianské Teplice	2480
Magurka	1390	Trenčín	2752
Malacky	2961	Trnava	2993
Malá Trňa	3144	Turzovka	2261
Malé Bielice	2779	Víglaš, Pstruša	2520
Martin	2286	Východná	1726
Modra	3031	Vyšné Hágy	1344
Moldava nad Bodvou	2701	Zbojnícka chata	0
Motyčky	1859	Zuberec, Zverovka	1251
Myjava	2456	Zvolen	2631
Nitra	3017	Žilina	2316

kde se jí daří. Přirozenému rozšíření horských (klimaxových) smrčín však hranice stanovená Vincentem neodpovídá. Připomíná pouze poněkud dolní hranici rozšíření podmáčených smrčín, které představují edaficky a mezoklimaticky podmíněná trvalá společenstva, vázaná zpravidla na plochá dna údolí, na zářezy kolem pramenů a potoků a okraje rašeliníšť. Tato společenstva se podle Neuhauslové — Novotné (1968)

objevují v polohách od nadmořské výšky 600 m, kterým odpovídá vegetační období kratší 135 dnů a suma teplot menší než 1947⁰.

Podle Vincenta, Špalka a Polnara (1950) mají být přirozené výskyty buku lesního a borovice lesní koncentrovány do méně souvislých středohor, jejichž polohy mají vegetační období 130 až 165 dnů. Je zřejmé, že stupeň bukových lesů se v ČSR nachází mnohem výše. Horní i dolní hranice přirozeného výskytu buku lesního byla uvedenými autory stanovena příliš nízkou. Na potřebu zvýšit dolní hranici bučin upozornil již Hofman (1955), podle kterého vyniká korelace původního rozšíření buku s oblastí o délce vegetačního období pod 140 dnů.

K zdárnému vývoji dubu postačuje podle Hofmana (1955) délka vegetačního období 140 dní v roce. Vincentem, Špalkem a Polnarem (1950) uváděná izolinie 165 dnů vegetačního období odpovídá v ČSR průměrné sumě teplot 2527⁰, kterou nacházíme průměrně ve výšce 266 m n. m. Tato hranice však rozhodně nemůže být považována za horní hranici doubrav, tedy společenstev, v nichž má dub ve stromovém patře převahu nebo alespoň významné zastoupení. Nad touto hranicí se nachází většina poloh zaujímaných acidofilními doubravami a lesy dubo-jehličnatými, ale výše často vystupují i dubo-habrové háje a teplomilné doubravy.

Revidovat je třeba i Vincentův, Špalkův a Polnarův (1950) názor o přirozeném výskytu dubu letního v nížinách a pahorkatinách, v polohách s vegetačním obdobím delším 165 dnů a rovněž i Svobodu (1953) akceptovaný názor, že dub zimní je rozhodně stromem středohoří a předhoří a ve vertikálním směru stoupá o 200 až 300 m výše než dub letní. Při typologickém výzkumu lesů v ČSR bylo zjištěno, že přirozený výskyt dubu letního je více závislý na obsahu vody v půdě než na nadmořské výšce.

Také borovici lesní není podle našeho názoru vůbec vhodné uvažovat v souvislosti se zonálními klimaxovými společenstvy nebo vegetačními stupni. Její přirozené výskyty jsou také podmíněny edaficky a nikoli klimaticky. Ve skutečnosti ovšem také borovice lesní překračuje hranice uvedené Vincentem, Špalkem a Polnarem (1950) v obou směrech.

Vincentovo, Špalkovo a Polnarovo dělení našeho území na tři stupně podle délky vegetačního období nutno tedy považovat za jednoduché schéma, které však neobráží pravdivě skutečnost. Na některé jeho nedostatky postupně upozornili Hofman (1955) a Matějka (1968) a o neúčelnosti takto pojatého dělení je přesvědčen i Míchal (1971).

ZÁVĚR

Suma teplot hlavního vegetačního období s průměrnou denní teplotou 10 °C a vyšší je výstižným teplotním ukazatelem použitelným i v lesním hospodářství. Při vytyčování přirozených lesních oblastí se doporučuje vycházet ze sumy teplot hlavního vegetačního období. V ČSR se rozeznávají tyto čtyři stupně:

1. Stupeň nížin se sumou teplot větší než 2500⁰. Je to stupeň úvalových luhů a zde je těžiště výskytu teplomilných doubrav a dubohabrových hájů. Edaficky je zde podmíněn výskyt acidofilních a borových doubrav.

2. Stupeň pahorkatin (chlumů) se sumou teplot 2500⁰ až 2001⁰. Je to stupeň smíšených lesů dubu a buku a stupeň lesů dubojehličnatých. Na příznivých expozicích a podkladech se daří ještě dubohabrovým hájům a pronikají sem i teplomilné doubravy. Na nevýživném, kyselém podkladu se široce uplatňují acidofilní, borové a březové doubravy.

3. Stupeň vrchovin se sumou teplot hlavního vegetačního období 2000⁰ až 1501⁰. Je to stupeň bukových a bukojehličnatých lesů. Na některých podkladech a expozicích se v nižších polohách tohoto stupně ještě prosazují snad i antropicky podmíněné acidofilní a borové doubravy. Edaficky a mezoklimaticky je zde podmíněn výskyt podmáčených smrčín.

4. Stupeň horský se sumou teplot 1500⁰ a menší. Je to stupeň smíšených lesů smrku, jedle a buku (horských acidofilních bučin) a hlavně stupeň smrkových lesů. Podstupeň vysokohorský se sumou teplot 650⁰ a menší má porosty kosodřeviny, keříčků a alpské louky.

Došlo dne 17. 7. 1975

Literatura

1. AVDĚJICEV, L. A.: K otázce agroklimatické rajónizace Československa. Sborník Československé společnosti zeměpisné, sv. 66, 1961, č. 4, Praha
2. GREGOR, A.: Tepelné poměry Československa. Praha 1929
3. HOFMAN, J.: viz Lesnický a myslivecký atlas. Textová část. Praha 1955
4. MATĚJKA, V.: Embergova metoda klasifikace podnebí a její aplikace v ČSSR. Sborník Vědeckého lesnického ústavu Vysoké školy zemědělské v Praze, sv. 11, 1968, Praha
5. MÍCHAL, I.: Charakteristika teplotního režimu vegetačních stupňů v Českém masivu a Karpatech. Meteorologické zprávy, 24, 1971, č. 1-2, Praha
6. MINÁŘ, M.: Vegetační období v Čechách a na Moravě. Praha 1944
7. NEUHÄSLOVÁ-NOVOTNÁ, Z.: Horské smrčiny. Podmáčené smrčiny. Viz Geobotanická mapa ČSSR. 1. České země. 1968, Praha
8. SVOBODA, P.: Původní složení lesů na území ČSR. Viz Lesnický a myslivecký atlas. Mapy. 1955, Praha
9. SVOBODA, P.: Život lesa. 1952, Praha
10. SVOBODA, P.: Lesní dřeviny a jejich porosty. Část I, II, III. Praha 1953, 1955, 1957
11. VINCENT, G. — ŠPALEK, V. — POLNAR, M.: Příspěvek k rozdělení Čech a Moravy na lesní pěstební oblasti. Sborník Čs. akademie zemědělské. Praha 1950
12. VINCENT, G.: Význam délky vegetačního období pro lesní výrobu. Práce Moravskoslezské akademie věd přírodních, sv. 23, 1951, Brno
13. Atlas Československé socialistické republiky. 1966, Praha
14. Geobotanická mapa ČSSR. 1. České země. Textová část, Praha 1968. Mapy, Praha 1969 až 1972
15. Lesnický a myslivecký atlas. Praha 1955
16. Agroklimatické podmínky ČSSR. Praha 1974
17. Podnebí Československé socialistické republiky. Tabulky. Praha 1961

Сумма температур главного вегетационного периода как критерий климата

Работа рекомендует использовать эту известную агроклиматическую характеристику также в лесном хозяйстве. На основании исчисления суммы температур для 421 станции на карте ЧССР наложены изолинии суммы температур главного вегетационного периода

для периода 1901—1950 гг. Для 9 областей ЧССР установлена зависимость суммы температур от высоты над уровнем моря.

Установлены средние величины суммы температур в градусах среднего вертикального распространения лесных сообществ в Чехии и Моравии. Показались недостатки разделения климата на территории Чехословакии по длине вегетационного периода по Винценту, Шпалеку и Полнару.

При установлении естественных лесных областей рекомендуется исходить из суммы температур в вегетационном периоде с суточной средней температурой воздуха 10°C . В чешских областях встречаются следующие четыре степени:

1. Степень низменностей с суммой температур вегетационного периода больше чем 2500°C .
2. Степень холмистых местностей (холмов) с суммой температур вегетационного периода 2500°C — 2001°C .
3. Степень возвышенностей с суммой температур вегетационного периода 2000°C — 1501°C .
4. Степень горная с суммой температур вегетационного периода 1500°C и меньше.

Summation of Temperatures of the Main Growing Period as a Climatic Criterion

The study recommends the use of this well-known agroclimatic characteristic in forestry as well. Based on a computation of the temperatures sum for 421 stations, there were plotted isolines on the map of the ČSSR, for the main vegetation period, and for the time from 1901 to 1950. The dependence of the temperatures sum on the elevation has been stated for 9 regions.

The mean values of the temperatures sum in the levels of the average vertical distribution of forest communities in Bohemia and Moravia have been stated as well. These revealed the mistakes of dividing the Czechoslovak territory according to the duration of the growing season, applied hitherto by Vincent, Špalek and Polnar.

When delimitating natural forest regions, the author recommends to proceed from the temperatures sum during one growing period with the daily mean air temperature $\geq 10^{\circ}\text{C}$.

In Bohemia and Moravia we distinguish four following levels:

1. Lowland level with a sum of temperatures for one growing season higher than 2500°C .
2. Hill level with a sum of temperatures for one growing season from 2500°C to 2001°C .
3. Highland level with a sum of temperatures for one growing season from 2000°C to 1501°C .
4. Mountain level with a sum of temperatures for one growing season of 1500°C and less.

Wärmesumme der Hauptvegetationsperiode als Maßstab des Klimas

Die Arbeit empfiehlt, diese bekannte agroklimatische Charakteristik auch in der Forstwirtschaft auszunützen. Aufgrund einer Berechnung der Wärmesumme für 421 Stationen wurden in die Landkarte der ČSSR Isolinien der Wärmesumme der Hauptvegetationszeit für die Periode von 1901 bis 1950 eingetragen. Für 9 Gebiete in der ČSSR wurde die Abhängigkeit der Wärmesumme von der Seehöhe festgestellt.

Die durchschnittlichen Werte der Wärmesumme in den Stufen der vertikalen Durchschnittsverbreitung der Waldgemeinschaften in Böhmen und Mähren wurden festgestellt. Dabei erwiesen sich bestimmte Fehler der von Vincent, Špalek und Polnar eingeführten Klimaeinteilung des tschechoslowakischen Territoriums nach der Dauer der Vegetationsperiode.

Bei der Bestimmung der naturgegebenen Waldgebiete empfiehlt der Verfasser, aus der Wärmesumme während einer Vegetationszeit mit durchschnittlichen Tages-temperaturen der Luft $\geq 10^{\circ}\text{C}$ auszugehen.

In Böhmen und Mähren unterscheidet man folgende Stufen:

1. Tieflandstufe mit einer Wärmesumme während der Vegetationsperiode über 2500 °C.
2. Hügellandstufe mit einer Wärmesumme während der Vegetationszeit von 2500 °C bis 2001 °C.
3. Berglandstufe mit einer Wärmesumme während der Vegetationsperiode von 2000 °C bis 1501 °C.
4. Gebirgstufe mit einer Wärmesumme während der Vegetationsperiode von 1500 °C und weniger.

Adresa autora:

Doc. Ing. Vladmír Matějka, CSc., Vysoká škola zemědělská, Praha - Suchbát

Stoupající výřady bažantů v ČSSR jsou i výsledkem chovatelské práce našich myslivců. Další chovatelské úspěchy mohou záležet pouze na důkladném propracování chovatelských zásad se zřetelem na ekonomiku zejména intenzivních bažantích chovů. To předpokládá důkladnou znalost ekologie bažantí zvěře a všech činitelů ovlivňujících kvalitu jejich chovu.

V naší práci jsme se zaměřili na zásadní otázku kvality snůšky, a to na oplozenost vajec ve snůšce bažantů ve voliéroovém chovu, přičemž jsme zjišťovali, jaký má na ni vliv: poměr pohlaví, stáří bažantů, velikost výběhu, individuální dispozice bažantů, hmotnost bažantů, počasí a délka snůšky.

LITERÁRNÍ PŘEHLED

Kvalita snůšky je určena především oplozeností snesených vajec, protože líhnivost, jako další znak kvality snůšky, může být ovlivněna např. líhňářským zařízením. Ve snůšce nalézáme vedle vajec oplozených a čistých také vejce rozbitá.

Touto problematikou se zabývá především drůbežářská literatura. Píše se o ní však i v literatuře myslivecké. Např. oplození vajec a jeho vztahu k poměru pohlaví bažantů se věnoval K. Westerskov (1956), který zjistil u bažantích párů oplozenost 94,8 % a při poměru pohlaví 1 : 50 oplozenost 86,7 % — tedy nepodstatně menší. S. Mottl (1964) uvádí, že v Maďarsku dosahovali při poměru pohlaví 1 : 6 u bažantů oplozenosti 78 %. Jindy zas týž autor uvádí, že podle Greenberga byla oplozena při poměru pohlaví 1 : 10 93 %, při poměru pohlaví 1 : 15 91 % a při poměru pohlaví 1 : 20 83 % (J. Míček, M. Vomáčka 1966). R. Jovetič (1957) navrhuje opět na základě svých výzkumů jako nejvhodnější poměr pohlaví 1 : 16. Otázkám poměru pohlaví se věnovali také M. Jirková a S. Červinka (1968) podobně jako V. Hanuš a Z. Fišer (1969) nebo I. Gajič a V. Jovič (1969), kteří prokázali o 5,3 % vyšší úmrtnost embryí ve vajíčkách pocházejících z kusů chovaných při poměru pohlaví 1 : 12 než z kusů chovaných při poměru pohlaví 1 : 6. Konečně i H. Estienne (1966) doporučuje poměr pohlaví 1 : 6 — 1 : 7, při němž je oplozenost vajec 95 %.

Jiní autoři se zase zabývali vlivem prostředí na oplozenost vajec. Např. I. Gajič a V. Jovič (1969) tvrdí, že bylo o 5,29 % vyšší hynutí zárod-

I. Oplozenost vajec ve snůškách bažantů v letech 1967—1970. — Egg fertilization rate in egg yields of pheasants in the years 1967—1970

Pokus		Poměr		Velikost výběhu v m ² na 1 ks	Průměrná hmotnost v g		Počet dní snůšky	Snůška vajec v kusech					
rok	označení	pohlaví	stáří		♂	♀		celkem	z toho				
									Ø na 1 ♀	rozbitých	čistých	oplozených	
1967	a	1 : 1	—	13,50	1350	850	33	21	—	1	4	16	
	b	1 : 2	—	6,00	1400	750	27	19	9,5	1	3	15	
	c	1 : 3	—	6,75	1450	1033	44	69	23,0	1	13	55	
	d	1 : 4	—	5,40	1300	900	50	75	18,8	—	16	59	
	e	1 : 5	—	4,50	1300	920	34	54	10,8	1	7	46	
	f	1 : 5	—	4,50	1400	910	46	84	16,8	1	11	72	
1968	a	1 : 1	A : A	13,50	1300	900	80	54	—	2	21	31	
	b	1 : 1	B : A	9,00	1400	850	47	18	—	3	6	9	
	c	1 : 5	B : A	4,50	1420	880	66	44	8,8	44	—	—	
	d	1 : 6	A : A	3,86	1100	992	103	124	20,7	8	24	92	
	e	1 : 6	B : B	3,86	1250	992	68	107	17,7	—	30	77	
	f	1 : 8	B : B	3,00	1300	973	73	117	14,6	22	22	73	
	a	1 : 1	A : A	13,50	900	900	63	13	—	7	1	5	
	b	1 : 1	B : A	9,00	1400	850	67	27	—	—	8	19	
	c	1 : 1	C : A	2,25	1350	1000	59	40	—	—	3	37	
	d	1 : 1	A : B	13,50	950	1000	84	56	—	1	30	25	
	e	1 : 1	B : B	13,50	1200	1150	27	20	—	—	2	18	
	f	1 : 1	B : B	2,00	1350	1100	69	43	—	2	13	28	
	g	1 : 1	C : B	2,00	1500	1100	83	61	—	2	12	47	

1969	h	1 : 1	A : C	13,50	1100	1200	53	17	—	1	8	8
	i	1 : 1	B : C	2,25	1400	1350	46	30	—	—	6	24
	j	1 : 1	C : C	13,50	1500	1400	53	35	—	1	11	23
	k	0 : 1	— : B	4,00	—	1200	82	47	—	9	38	—
	l	0 : 1	— : B	4,50	—	1050	50	34	—	—	34	—
	m	0 : 1	— : C	4,00	—	1300	52	19	—	—	19	—
	n	0 : 1	— : C	4,50	—	1300	57	41	—	2	39	—
	o	0 : 3	— : B	1,50	—	1117	83	111	37,0	—	111	—
1970	p	0 : 5	— : C	0,90	—	1080	66	112	22,4	1	111	—
	a	1 : 1	A : A	13,50	1200	1000	47	24	—	1	8	15
	b	1 : 1	B : B	13,50	1000	850	69	35	—	15	2	18
	c	1 : 1	C : B	2,25	1200	800	65	41	—	1	8	32
	d	1 : 1	D : B	2,00	1250	1000	54	38	—	6	26	6
	e	1 : 1	A : C	13,50	1300	1100	64	32	—	16	8	8
	f	1 : 1	A : C	2,00	1300	900	65	46	—	4	22	20
	g	1 : 1	B : C	2,00	1000	950	81	50	—	4	24	22
	h	1 : 1	C : C	2,00	1200	1150	48	35	—	1	15	19
	i	1 : 1	D : C	2,25	1400	1050	76	30	—	2	11	17
	j	1 : 1	A : D	13,50	1300	850	39	26	—	2	3	21
	k	1 : 1	A : D	13,50	1300	1000	34	25	—	1	23	1
	l	1 : 1	A : D	2,25	1350	1200	56	26	—	5	9	12
	m	1 : 1	B : D	2,00	1200	1000	46	7	—	5	2	—
	n	1 : 1	C : D	2,00	1450	1000	52	22	—	3	10	9
	o	1 : 1	C : D	2,25	1200	1050	71	45	—	21	6	18

ků během líhnutí u skupiny bažantů, kde připadala na jeden kus plocha výběhu 2,77 m² než u skupiny s plochou 2,42 m² na 1 kus. H. Estienne (1966) na rozdíl od těchto autorů zastává názor, že v době snůšky musí připadat na jednoho bažanta 5 m² travnatého porostu. Otázkou velikosti voliér se zabýval i R. Benda (1957).

V. Hanuš a B. Temmllová (1968) se snažili ovlivnit snůšku, oplozenost a líhnivost vajec podáváním vitamínů A, D₃ a E. Dosáhli skutečně zvýšení oplozenosti o 210,6 % oproti kontrolní skupině.

Hmotnost slepic měla podle B. Trnkova (1965–1966) vliv na oplozenost vajec potud, že slepice s nejnižší hmotností (průměrně 1038 g) snášely vejce s vyšším procentem oplozenosti než slepice s vyšší hmotností (průměrně 1067 či 1095 g), ale rozdíl hmotnosti slepic je v tomto případě nevýrazný.

V. Možíšek (1946) je toho názoru, že čím více je vajec ve snůšce, tím menší je jejich oplozenost. Autor B. S. (1959) je zase toho názoru, že i v opožděných snůškách mohou být všechna vajíčka oplozena (uvádí příklad jednoho hnízda – 10 vajec – z 6. 9. 1959 v okolí Nitry).

Je zřejmé, že otázka oplozenosti vajec je závislá na mnoha činitelích, jejichž závažnost bude zřejmě v podmínkách volných honiteb poněkud jiná než u voliérových chovů. Podobně je tomu i s otázkou rozbíjení vajec v chovech, čímž se zabývali např. u vajec koroptví v přírodě M. Bouchner a Z. Fišer (1967).

MATERIÁL A METODIKA

Uvedené otázky jsme sledovali na bažantech voliérových v bažantnici Rajhrad (porost lužního lesa o výměře cca 90 ha jižně od Brna na pravém břehu Svratky ve výši asi 200 m n. m.), kterou spravuje Školní lesní podnik Křtiny při lesnické fakultě VŠZ v Brně.

S pokusy bylo započato v roce 1967, kdy jsme přivezli 26 bažantů (6 kohoutů a 20 slepic) odchytaných Interlovem v honitbách v okolí Židlochovic. Sledování jsme ukončili v roce 1970, kdy jsme měli k dispozici již očíslované bažanty jednoleté (A), dvouleté (B), tříleté (C) a čtyř a víceleté (D).

Bažanti byli umístěni v různé velkých venkovních voliérách (6×3×2,2 m; 3×1×1 m; 3×1,5×1 m) s vnitřními kójemi (3×3×2,2 m) nebo s přístřešky, pod něž jim bylo předkládáno krmivo.

Bažanti byli krmeni pšenicí, kukuřicí, granuláty, krmnou kapustou apod. tak, aby byl v krmivu zachován nutný poměr všech látek, zejména uhlohydrátů a bílkovin. Všichni dostávali stejnou potravu v takovém množství, že se mohli najíst dosyta. Tím jsme do značné míry vytvořili všem stejné krmivářské podmínky a vyloučili ze sledování vliv potravin na oplozenost vajec.

Bažanty jsme vážili před snůškou i po ní. Jejich vajíčka byla denně sbírána, očíslována a také vážena před nasazením do líhni.

Úhyny v době snůšky nebyly u bažantů žádné.

Také počasí v době snůšky (duben až červenec) v letech 1967–1970 nevybočilo z dlouhodobého normálu. Měřili jsme soustavně denní teploty, srážky a tlak vzduchu, i když je nám znám zásadní vliv délky slunečního svitu na snůšku (Kostroň, Hromas 1965).

VÝSLEDKY

Uvedené výsledky a měření platí samozřejmě především pro oblast Židlochovicka, kde byli bažanti sledováni. Zobecnění těchto výsledků je možné jen v podobných podmínkách.

Výsledky pokusů konaných v Rajhradě v letech 1967–1970 jsou shrnuty v tabulce I.

VLIV POMĚRU POHLAVÍ NA OPLOZENOST VAJEC

V letech 1967 a 1968 byly sestavovány chovné kmeny bažantů s různým poměrem pohlaví (1 : 1 až 1 : 8). Kvalita snůšky těchto chovných kusů je uvedena v tabulce II a grafu 1.

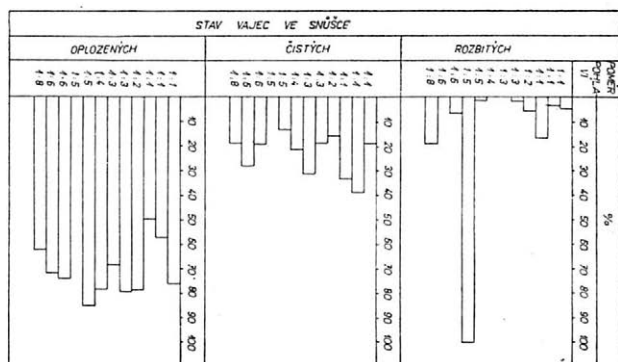
Zdá se, že počet rozbitých vajec není závislý na poměru pohlaví chovných bažantů.

II. Oplozenost vajec ve snůšce při různém poměru pohlaví. — Egg fertilization rate in egg yield in different sex ratio

Pokus		Poměr pohlaví	Snůška vajec v kusech								
rok	označení		cel- kem	z toho							
				průměr na 1 slepici	rozbitých		čistých		oplozených		
					ks	%	ks	%	ks	%	
1967	a	1 : 1	21	—	1	4,8	4	19,0	16	76,2	
1968	a	1 : 1	54	—	2	3,7	21	38,9	31	57,4	
1968	b	1 : 1	18	—	3	16,7	6	33,3	9	50,0	
1967	b	1 : 2	19	9,50	1	5,3	3	15,8	15	78,9	
	c	1 : 3	69	23,00	1	1,5	13	18,8	55	79,7	
	e	1 : 3	32	10,67	—	—	10	31,3	22	68,7	
	d	1 : 4	75	18,75	—	—	16	21,3	59	78,7	
	f	1 : 5	84	16,80	1	1,2	11	13,1	72	85,7	
1968	c	1 : 5	44	8,80	44	100,0	—	—	—	—	
	d	1 : 6	124	20,80	8	6,5	24	19,3	92	74,2	
	e	1 : 6	107	17,67	—	—	30	28,0	77	72,0	
	f	1 : 8	117	14,63	22	18,8	22	18,8	73	62,4	

Nejhorší oplozenost vajec (50,0 %) byla při poměru pohlaví 1 : 1, kdy však byla oplozenost i 76,2 %. Nejvyšší oplozenost byla při poměru pohlaví 1 : 5 (85,7 %).

I když se při poměru pohlaví 1 : 6 a ještě více při poměru 1 : 8 oplozenost vajec snižovala, nelze říci (s přihlédnutím k užším poměrům pohlaví), že je výrazná závislost mezi oplozeností vajec a poměrem pohlaví v chovech bažantů, což není zřejmě platné absolutně — do nekonečna.



1. Oplozenost vajec při různém poměru pohlaví. — Egg fertilization rate in different sex ratio

VLIV STÁŘÍ BAŽANTŮ NA OPLOZENOST VAJEK

Je možno předpokládat také vliv bažantů (především pak kohoutů) na oplozenost vajec ve snůšce. Výsledky tohoto pozorování jsou sestaveny do tabulky III a grafu 2.

III. Oplozenost vajec ve snůšce při různém stáří kohoutů a slepic. — Egg ferti-

Kohouti								
stáří	počet případů	slepice snesly vejce						
		celkem	z toho					
			rozbitých		čistých		oplozených	
			ks	%	ks	%	ks	%
A	10	319	40	12,5	133	41,7	146	45,8
B	8	230	29	12,6	63	27,4	138	60,0
C	7	279	29	10,4	65	23,3	185	66,3
D	2	68	8	11,8	37	54,4	23	33,8

Z uvedených poměrů je patrné, že stáří kohoutů nemá vliv na počet rozbitých vajec ve snůšce, neboť ten se pohyboval ve všech případech mezi 10,4 a 12,6 %. Zdá se však, že stáří kohoutů ovlivňuje oplozenost vajec, která byla malá u snůšky slepic ošlapovaných jednoletými kohouty (45,8 %), větší tam, kde byli kohouti dvouletí (60,0 %), a největší tam, kde byli kohouti tříletí (66,3 %). Nejmenší oplozenost byla u vajec z kmenů, kde byli kohouti čtyř a víceletí (33,8 %).

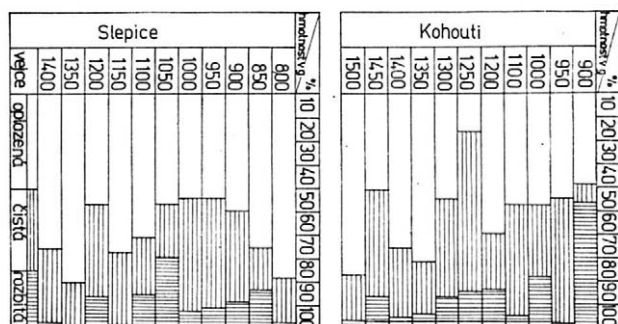
Potvrzuje se tak, že nejvýhodnější v chovu jsou kohouti tříletí a dvouletí.

Stáří slepic se v průměru projevilo až při počtu rozbitých vajec. Čím starší slepice, tím větší počet rozbitých vajec (jednoleté 7,4 % a čtyřleté

24,5 % – rozdíl 17,1 %). Vejce však nebyla vypíjena, jen rozbita. Jsou zde pravděpodobně nepříznivě působící vlivy psychické.

Se stářím slepic se také snižovala oplozenost jejich vajec. Zdá se tedy, že oplozenost vajec nezávisí pouze na stáří, a tím na schopnosti kohoutů, ale také na stáří slepic. Svou roli zde budou hrát faktory nejen psychické, ale také biologické.

2. Oplozenost vajec podle stáří kohoutů a slepic. — Egg fertilization rate by the age of cocks and hens



lization rate in egg yield in different age of cocks and hens

Slepice								
stáří	počet případů	snůška vajec						
		celkem	z toho					
			rozbitých		čistých		oplozených	
			ks	%	ks	%	ks	%
A	6	176	13	7,4	47	26,7	116	65,9
B	7	294	27	9,2	93	31,6	174	59,2
C	8	275	29	10,5	105	38,2	141	51,3
D	6	151	37	24,5	53	35,1	61	40,4

VLIV VELIKOSTI VÝBĚHU NA OPLOZENOST VAJEC

Různá velikost výběhu může do jisté míry také ovlivnit oplozenost vajec, zejména ovlivněním nervové soustavy bažantů. Zejména tak tomu může být při držení více chovných kmenů v jedné voliére, což lze vysvětlit pravděpodobně především ovlivněním nervové soustavy bažantů. Různý poměr pohlaví a s tím související vliv velikosti výběhů při stejné velikosti voliérách (větší poměr pohlaví ve voliérách znamenal zmenšení plochy výběhu) se na oplozenosti vajec nijak neprojevil, proto je v tabulce IV a grafu 3 zaznamenána pro orientaci velikost výběhu pouze u bažantích kmenů chovaných při poměru pohlaví 1 : 1.

Na rozbíjení vajec nemá zřejmě velikost výběhu žádný vliv – prů-

měrně bylo rozbito 11,9 % vajec; ve výběžích o ploše 2,00 a 9,00 m² méně a ve výběžích o ploše 2,25 a 13,50 m² více.

Oplozených vajec bylo nejvíce ve výběhu o velikosti 2,25 m², nejméně pak ve výběžích o ploše 2,00 a 13,50 m².

Velikost výběhu neovlivňuje tedy výrazně ani počet rozbitých, ani počet oplozených vajec.

IV. Oplozenost vajec podle velikosti výběhu. — Egg fertilization rate by the length of run area

Velikost výběhu v m ²	Počet případů	Snůška vajec						
		celkem	z toho					
			rozbitých		čistých		oplozených	
			ks	%	ks	%	ks	%
2,00	8	302	27	8,9	124	41,1	151	50,0
2,25	6	212	29	13,7	43	20,3	140	66,0
9,00	2	45	3	6,7	14	31,1	28	62,2
13,50	11	338	48	14,2	119	35,2	171	50,6
Celkem	27	897	107	11,9	300	33,5	490	54,6

VLIV INDIVIDUÁLNÍ DISPOZICE SLEPIC NA OPLOZENOST JEJICH VAJEC



Pro posouzení otázky, jak dalece jsou jednotlivé slepice schopny udržet oplozenost vajec v následujících letech, byly některé slepice označeny a kontrolovány.

Slepice, jejichž snůška byla sledována při poměru pohlaví 1 : 1 v několika za sebou následujících letech, měly kvalitu vajec jak je uvedeno v tabulce V a grafu 4.

V některých případech by se mohlo zdát, že počet rozbitých vajec souvisí s individualitou té které slepice (např. u slepice č. 1, 3, 4, 5, 7, kde jsou relativní počty rozbitých vajec v jednotlivých letech výrazně odlišné).

3. Oplozenost vajec podle velikosti výběhu. — Egg fertilization rate by the length of run area

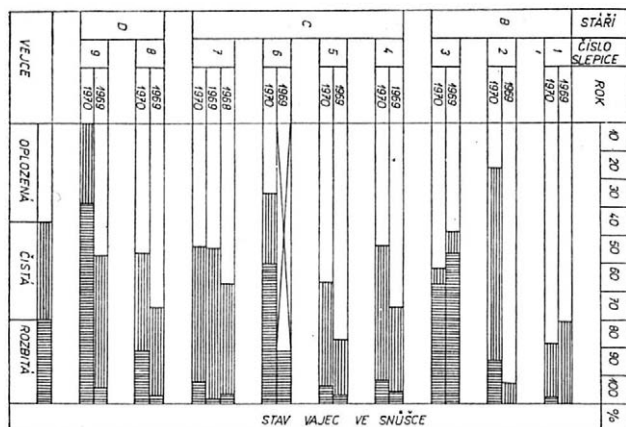
V. Oplozenost vajec podle individuální dispozice slepic. — Egg fertilization rate by individual disposition of hens

Stáří slepice v r. 1970	Číslo slepice	Rok snůšky	Snůška vajec						
			celkem	z toho					
				rozbitých		čistých		oplozených	
				ks	%	ks	%	ks	%
B	1	1969	27	0	—	8	29,6	19	70,4
		1970	41	1	2,4	8	19,5	32	78,1
	2	1969	40	0	—	3	7,5	37	92,5
		1970	38	6	15,8	26	68,4	6	15,8
	3	1969	13	7	53,8	1	7,7	5	38,5
		1970	35	15	42,9	2	5,7	18	51,4
C	4	1969	43	2	4,7	13	30,2	28	65,1
		1970	46	4	8,7	22	47,8	20	43,5
	5	1969	61	2	3,3	12	19,7	47	77,0
		1970	30	2	6,7	11	36,7	17	56,6
	6	1969	47	9	19,1	—	—	—	—
		1970	32	16	50,0	8	25,0	8	25,0
	7	1968	54	2	3,7	21	38,9	31	57,4
		1969	56	1	1,8	30	53,6	25	44,6
		1970	50	4	8,0	24	48,0	22	44,0
	D	8	1969	35	1	2,9	11	31,4	23
1970			26	5	19,2	9	34,6	12	46,2
9		1969	17	1	5,8	8	47,1	8	47,1
		1970	7	5	71,4	2	28,6	—	—
10		1969	19	0	0,0	—	—	—	—
		1970	45	21	46,7	6	13,3	18	40,0

vých letech blízké), ale tuto domněnku vyvrací příklad ostatních slepic (č. 2, 6, 8, 9 a 10), u nichž je počet rozbitých vajec v letech po sobě následujících značně rozdílný.

Podobně je tomu s počtem oplozených vajec — v případě slepic č. 1, 3 a 7 jsou sice relativní počty oplozených vajec blízké, ale u ostatních slepic tomu tak není, a proto se zdá, že otázka oplozenosti vajec a také počtu rozbitých vajec ve snůšce nesouvisí s individuální dispozicí slepic.

Očekávalo by se, že oplozenost vajec by měla být dána více individuální dispozicí kohoutů, ale protože v uvedené tabulce v pokusu č. 1, 2,



4. Oplozenost vajec podle individuální dispozice slepic. — Egg fertilization rate by individual disposition of hens

3, 4, 5, 7 a 9 byli stejní kohouti po oba roky, lze říci, že také individuální dispozice kohoutů se neprojevuje po sobě následující leta výrazně na oplozenosti vajec.

VLIV HMOTNOSTI BAŽANTŮ NA OPLOZENOST SNŮŠKY

Vedle vlivu hmotnosti bažantů (především slepic) na velikost snůšky přisuzuje se hmotnosti také určitý vliv (především u kohoutů) na oplozenost vajec. Pro ověření tohoto názoru byla sestavena tabulka IV a graf 5 z výsledků pokusů konaných při poměru pohlaví 1 : 1 (pro lepší možnost srovnání).

VI. Oplozenost vajec podle hmotnosti kohoutů a slepic. — Egg fertilization rate by

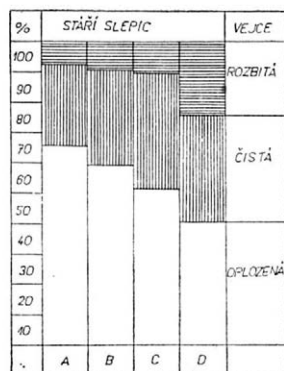
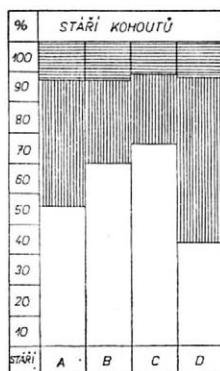
Kohouti								
Hmotnost v g	Počet případů	Snůška vajec jejich slepic						
		celkem	rozbitých		čistých		oplozených	
			ks	%	ks	%	ks	%
900	1	13	7	53,8	1	7,7	5	38,5
950	1	56	1	1,8	30	53,6	25	44,6
1000	2	85	19	22,4	26	30,6	40	47,0
1100	1	17	1	5,8	8	47,1	8	47,1
1200	6	172	29	16,9	41	23,8	102	59,3
1250	1	38	6	15,8	26	68,4	6	15,8
1300	5	183	25	13,7	77	42,1	81	44,2
1350	4	130	8	6,2	29	22,3	93	71,5
1400	4	105	5	4,8	31	29,5	69	65,7
1450	1	22	3	13,6	10	45,5	9	40,9
1500	2	61	2	3,3	12	19,7	47	77,0

Vcelku se neprojevila souvislost mezi hmotností kohoutů a počtem rozbitých vajec ve snůšce. Zato se zdá, že hmotnost kohoutů ovlivňuje oplozenost vajec. S vyšší hmotností kohoutů stoupala v průměru relativní oplozenost vajec (nejvyšší byla u kohoutů vážících 1500 g, tedy u nejtěžších, nejmenší pak u nejlehčích – 900 g – pomineme-li ovšem jediný případ s nízkou oplozeností vajec u kohouta vážícího 1250 g – to byl kohout čtyřletý).

Tato skutečnost by si vyžádala jistě dalšího ověření na větším množství případů, ale v tomto případě se uvedená tendence projevila.

U slepic se zase neprojevil žádný vztah mezi hmotností a rozbitými vejci ve snůšce. Neprojevil se žádný vztah mezi hmotností slepic a oplozeností jejich vajec, což odpovídá logickým předpokladům.

5. Oplozenost vajec podle váhy kohoutů a slepic. — Egg fertilization rate by the weight of cocks and hens



the weight of cocks and hens

Slepice								
hmotnost v g	počet případů	snůška vajec						
		celkem	rozbitých		čistých		oplozených	
			ks	%	ks	%	ks	%
800	1	41	1	2,4	8	19,5	32	78,1
850	5	127	21	16,5	23	18,1	83	65,4
900	3	113	13	11,5	44	38,9	56	49,6
950	1	50	4	8,0	24	48,0	22	44,0
1000	7	212	17	8,0	102	48,1	93	43,9
1050	2	75	23	30,7	17	22,7	35	46,6
1100	3	136	20	14,7	33	24,3	83	61,0
1150	2	55	1	1,8	17	30,9	37	67,3
1200	2	43	6	14,0	17	39,5	20	46,5
1350	1	30	—	0,0	6	20,0	24	80,0
1400	1	35	1	2,9	11	31,4	23	65,7

VII. Oplozenost vajec v průběhu snůšky roku 1970. — Egg fertilization rate in the course of egg yield in 1970

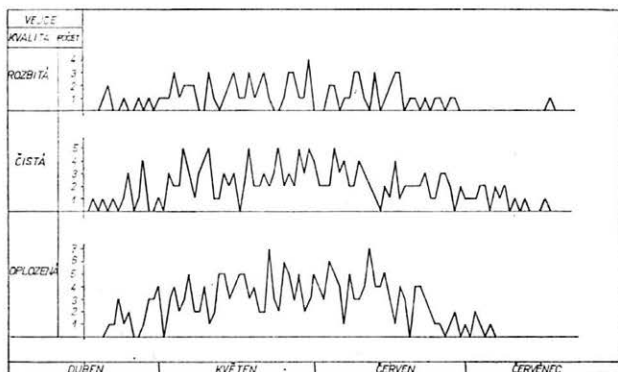
Den snůšky	Snůška vajec								Den snůšky	Snůška vajec							
	rozbitých		čistých		oplozených		celkem			rozbitých		čistých		oplozených		celkem	
	ks	%	ks	%	ks	%	ks	%		ks	%	ks	%	ks	%	ks	%
17. 4.	—	—	1	0,6	—	—	1	0,2	2. 6.	—	—	2	1,1	3	1,4	5	1,0
18. 4.	—	—	—	—	—	—	—	—	3. 6.	2	2,3	2	1,1	6	2,7	10	2,1
19. 4.	1	1,1	1	0,6	—	—	2	0,4	4. 6.	2	2,3	5	2,7	5	2,3	12	2,5
20. 4.	2	2,3	—	—	1	0,5	3	0,6	5. 6.	—	—	3	1,7	4	1,8	7	1,5
21. 4.	—	—	1	0,6	1	0,5	2	0,4	6. 6.	1	1,1	4	2,3	1	0,5	6	1,2
22. 4.	—	—	—	—	3	1,4	3	0,6	7. 6.	1	1,1	2	1,1	5	2,3	8	1,7
23. 4.	1	1,1	1	0,6	1	0,5	3	0,6	8. 6.	3	3,6	2	1,1	3	1,4	8	1,7
24. 4.	—	—	3	1,7	2	0,9	5	1,0	9. 6.	3	3,6	4	2,3	3	1,4	10	2,1
25. 4.	—	—	—	—	—	—	—	—	10. 6.	1	1,1	3	1,7	4	1,8	8	1,7
26. 4.	1	1,1	1	0,6	—	—	2	0,4	11. 6.	—	—	2	1,1	7	3,1	9	1,9
27. 4.	—	—	4	2,3	1	0,5	5	1,0	12. 6.	3	3,6	1	0,6	4	1,8	8	1,7
28. 4.	1	1,1	—	—	3	1,4	4	0,8	13. 6.	—	—	—	—	4	1,8	4	0,8
29. 4.	—	—	—	—	3	1,4	3	0,6	14. 6.	1	1,1	2	1,1	5	2,3	8	1,7
30. 4.	1	1,1	1	0,6	4	1,8	6	1,2	15. 6.	2	2,3	1	0,6	3	1,4	6	1,2
1. 5.	1	1,1	—	—	—	—	1	0,2	16. 6.	3	3,6	4	2,3	1	0,5	8	1,7
2. 5.	1	1,1	3	1,7	3	1,4	7	1,5	17. 6.	3	3,6	1	0,6	4	1,8	8	1,7
3. 5.	3	3,5	2	1,1	4	1,8	9	1,9	18. 6.	—	—	2	1,1	3	1,4	5	1,0
4. 5.	1	1,1	2	1,1	2	0,9	5	1,0	19. 6.	1	1,1	2	1,1	—	—	3	0,6
5. 5.	2	2,3	5	2,8	3	1,4	10	2,1	20. 6.	1	1,1	2	1,1	4	1,8	7	1,5
6. 5.	2	2,3	3	1,7	5	2,3	10	2,1	21. 6.	—	—	2	1,1	4	1,8	6	1,2
7. 5.	2	2,3	1	0,6	2	0,9	5	1,0	22. 6.	1	1,1	3	1,7	3	1,4	7	1,5

8. 5.	—	—	3	1,7	2	0,9	5	1,0	23. 6.	—	—	1	0,6	2	0,9	3	0,6
9. 5.	—	—	4	2,3	4	1,8	8	1,7	24. 6.	1	1,1	1	0,6	1	0,5	3	0,6
10. 5.	3	3,5	5	2,8	1	0,5	9	1,9	25. 6.	1	1,1	3	1,7	1	0,5	5	1,0
11. 5.	1	1,1	1	0,6	2	0,9	4	0,8	26. 6.	—	—	3	1,7	—	—	3	0,6
12. 5.	—	—	1	0,6	5	2,3	6	1,2	27. 6.	1	1,1	2	1,1	1	0,5	4	0,8
13. 5.	1	1,1	3	1,7	5	2,3	9	1,9	28. 6.	1	1,1	—	—	2	0,9	3	0,6
14. 5.	2	2,3	2	1,1	3	1,4	7	1,5	29. 6.	—	—	2	1,1	—	—	2	0,4
15. 5.	3	3,5	3	1,7	4	1,8	10	2,1	30. 6.	—	—	1	0,6	1	0,5	2	0,4
16. 5.	1	1,1	—	—	5	2,3	6	1,2	1. 7.	—	—	1	0,6	—	—	1	0,2
17. 5.	1	1,1	2	1,1	5	2,3	8	1,7	2. 7.	—	—	1	0,6	2	0,9	3	0,6
18. 5.	3	3,5	5	2,8	3	1,4	11	2,3	3. 7.	—	—	2	1,1	1	0,5	3	0,6
19. 5.	1	1,1	2	1,1	4	1,8	7	1,5	4. 7.	—	—	2	1,1	—	—	2	0,4
20. 5.	2	2,3	2	1,1	2	0,9	6	1,3	5. 7.	—	—	—	—	1	0,5	1	0,2
21. 5.	3	3,6	3	1,7	2	0,9	8	1,7	6. 7.	—	—	2	1,1	—	—	2	0,4
22. 5.	1	1,1	2	1,1	7	3,1	10	2,1	7. 7.	—	—	1	0,6	—	—	1	0,2
23. 5.	—	—	3	1,7	3	1,4	6	1,3	8. 7.	—	—	2	1,1	—	—	2	0,4
24. 5.	—	—	5	2,8	2	0,9	7	1,5	9. 7.	—	—	—	—	—	—	—	—
25. 5.	1	1,1	2	1,1	6	2,7	9	1,9	10. 7.	—	—	1	0,6	—	—	1	0,2
26. 5.	3	3,6	3	1,7	5	2,3	11	2,3	11. 7.	—	—	1	—	—	—	—	—
27. 5.	3	3,6	2	1,1	3	1,4	8	1,7	12. 7.	—	—	1	0,6	—	—	1	0,2
28. 5.	1	1,1	5	2,8	5	2,3	11	2,3	13. 7.	—	—	—	—	—	—	—	—
29. 5.	1	1,1	3	1,7	2	0,9	6	1,3	14. 7.	—	—	—	—	—	—	—	—
30. 5.	4	4,6	5	2,8	3	1,4	12	2,5	15. 7.	—	—	—	—	—	—	—	—
31. 5.	—	—	4	2,3	5	2,3	9	1,9	16. 7.	—	—	1	0,6	—	—	1	0,2
1. 6.	—	—	2	1,1	4	1,8	6	1,2	17. 7.	—	1,1	—	—	—	—	1	0,2
Celkem									87	100,0	177	100,0	218	100,0	482	100,0	

VLIV POČASÍ NA OPLOZENOST VAJEC

Vzhledem k tomu, že byly zjišťovány pouze průměrné denní teploty v době snůšky a dále srážky a atmosférický tlak, jsou porovnávány pouze tyto hodnoty s kvalitou vajec ve snůšce. Jsou uvažovány pouze případy bažantů chovaných v poměru pohlaví 1 : 1.

Za všechny roky, v nichž byly konány pokusy, byly porovnány počty vajec oplozených, čistých a rozbitých v roce 1970, kdy bylo v pokusu 15 párů bažantů. Výsledky jsou uvedeny v tabulce VII a grafu 6.



6. Kvalita snůšky všech bažantů chovaných při poměru pohlaví 1:1 v roce 1970. — The quality of egg yields of all pheasants bred in the sex ratio 1:1 in the year 1970

Porovná-li se graf 6 s grafem teplot a srážek nebo tlaku, pak se projeví zřetelné souvislosti mezi teplotou, srážkami nebo atmosférickým tlakem a oplozenými nebo neoplozenými vejci. Porovnáme-li však graf teplot a graf rozbitých vajec, pak se ukazuje určitý vliv vyšší teplot na vyšší počet rozbitých vajec. Podobně je tomu i s atmosférickým tlakem, při jehož stoupání stoupal i počet rozbitých vajec. Tato pozorování je však nutno ověřit na větším počtu případů, i když se tento vztah objevuje i u většiny jednotlivě snášejících slepic, takže není ovlivněn zprůměrováním snůšek všech 15 slepic.

VLIV DÉLKY SNŮSKY NA OPLOZENOST VAJEC

Při zjišťování vlivů různých faktorů na oplozenost vajec nelze pominout ani možný vliv délky snůšky. Bylo použito snůšek 15 slepic v roce 1970 chovaných při poměru pohlaví 1:1, jejichž celková snůška (nejprve ovšem u každé zvlášť) byla rozdělena na desetiny a v těch byla pak zjišťována kvalita vajec.

Výsledky, které je možno považovat pouze za orientační, protože v chovatelské praxi nepřipadá držení bažantních kmenů ve voliérách při poměru 1 : 1 v úvahu, jsou uvedeny v tabulce VIII a grafu 7.

Křivka celkové snůšky vajec, počítaná v desetínách celkové snůšky byla u 15 slepic chovaných při poměru pohlaví 1 : 1 v roce 1970 vyrovnaná. Rozbitých vajec bylo nejvíce na začátku (v první desetíně snůšky), potom jejich počet klesal a více jich bylo zase v osmé desetíně snůšky.

Čistých vajec bylo také nejvíce na začátku (v první desetíně snůšky). Jejich stav se však udržoval vcelku vyrovnaný po celou dobu snůšky obdobně jako u vajec oplozených, jichž bylo zase nejméně na začátku snůš-

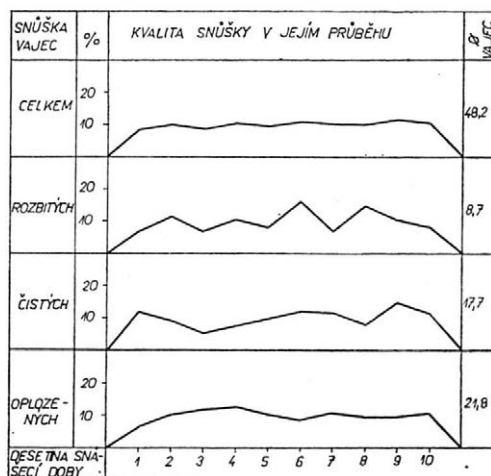
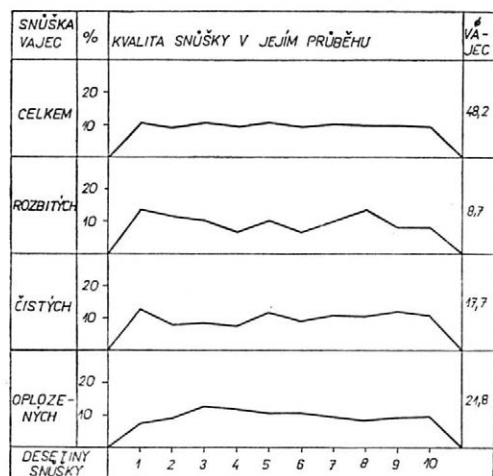
VIII. Oplozenost vajec podle velikosti snůšky. — Egg fertilization rate by the extent of egg yield

Desetina snesených vajec	Stav vajec							
	rozbitých		čistých		oplozených		celkem	
	ks	%	ks	%	ks	%	ks	%
1	12	13,8	22	12,4	17	7,8	51	10,6
2	10	11,5	14	7,9	20	9,2	44	9,1
3	9	10,3	15	8,5	28	12,8	52	10,8
4	6	6,9	13	7,4	26	11,9	45	9,3
5	9	10,3	20	11,3	23	10,6	52	10,8
6	6	6,9	16	9,0	24	11,0	46	9,5
7	9	10,3	19	10,7	21	9,6	49	10,2
8	12	13,8	18	10,2	18	8,3	48	10,0
9	7	8,1	21	11,9	20	9,2	48	10,0
10	7	8,1	19	10,7	21	9,6	47	9,7

ky, načež se jejich počet zvyšoval a od třetí desetiny snůšky klesal prakticky až ke konci snůšky.

Vcelku se tedy zdá, že se v průběhu snůšky udržuje počet čistých i oplozených vajec na stejné výši.

Pro zvýraznění těchto poměrů byla rozdělena na desetiny ještě cel-



7. Oplozenost vajec podle doby jejich snůšky v desetinách celkové snůšky r. 1970. — Egg fertilization rate by the egg-laying duration in the tenths of the total egg yield in 1970

8. Oplozenost vajec podle doby jejich snůšky v desetinách snášení doby. — Egg fertilization rate by the time of egg-laying in the tenths of egg-laying duration

ková snášecí doba uvedených slepic a byla sledována kvalita snůšky v těchto časových úsecích. Výsledky jsou uvedeny v tabulce IX a grafu 8.

Křivka celkové snůšky vajec počítaná v desetinách délky celé snůšky vajec byla opět vcelku vyrovnaná.

Počet rozbitých vajec v průběhu snůšky kolísá a není patrně ovlivňován délkou snůšky.

IX. Oplozenost vajec podle délky snůšky. — Egg fertilization rate by the duration of egg-laying

Desetina snášecí doby	Snůška vajec							
	celkem		rozbitých		čistých		oplozených	
	ks	%	ks	%	ks	%	ks	%
1	41	8,5	6	6,9	21	11,9	14	6,4
2	48	10,0	10	11,5	16	9,0	22	10,1
3	41	8,5	6	6,9	9	5,1	26	11,9
4	50	10,4	9	10,3	13	7,3	28	12,8
5	46	9,5	7	8,1	17	9,6	22	10,1
6	53	11,0	14	16,1	21	11,9	18	8,3
7	49	10,2	6	6,9	20	11,3	23	10,6
8	48	10,0	13	14,9	14	7,9	21	9,6
9	56	11,5	9	10,3	26	14,7	21	9,6
10	50	10,4	7	8,1	20	11,3	23	10,6

Počet čistých vajec byl největší na začátku a na konci snůšky, což je zřejmé i z toho, že z prvních pěti vajec každé z patnácti slepic v roce 1970 bylo 31 čistých (41,3 %), 20 rozbitých (26,7 %) a pouze 24 oplozených (32,0 %). Z posledních pěti vajec ve snůšce těchto patnácti slepic bylo 30 čistých (40,0 %), 12 rozbitých (16,0 %) a 33 oplozených (44,0 %).

Počet oplozených vajec byl tedy nejmenší na začátku, potom stoupal až do čtvrté desetiny celkové snášecí doby, načež v průměru mírně klesal až do konce snůšky.

I když byl zjištěn vyšší počet čistých vajec na začátku a na konci snůšky, lze říci, že průběh snůšky ani její délka nemají významný vliv na kvalitu snůšky.

SOUHRN

Orientační pokusy konané v letech 1967 až 1970 na bažantech voliérovaných v Rajhradě u Brna měly ukázat, jak dalece ovlivňují někteří činitelé oplozenost vajec ve snůšce. Oplozenost vajec je jedním z určujících faktorů kvality každé snůšky, jejímž konečným efektem je líhivost vajec. V tom je význam předložené práce, i když výsledky je nutno vztahovat zejména k obdobným podmínkám na Židlochovicku, kde byly pokusy konány.

Poměr pohlaví (až do 1 : 8) neovlivnil zřejmě oplozenost vajec a počet rozbitých vajec.

Stáří kohoutů neovlivnilo počet rozbitých vajec ve snůšce, ale ukázalo se, že nejvíce oplozených vajec měly slepice, které byly v párech s tříletými a dvouletými kohouty.

Ukázalo se, že čím starší slepice, tím více měly ve snůšce rozbitých vajec.

Starší slepice měly také menší procento oplozených vajec.

Velikost výběhu neovlivnila rozbíjení vajec a výrazně ani oplozenost vajec, i když se zvětšujícím se výběhem oplozenost vajec klesala.

Individuální dispozice slepic a kohoutů nesouvisí patrně s oplozeností jejich vajec.

Hmotnost kohoutů a slepic nemá zřejmě vliv na počet rozbitých vajec.

Zdá se, že se zvyšující se hmotností kohoutů stoupá i oplozenost vajec ve snůšce jejich slepic. Vliv hmotnosti slepic na oplozenost jejich vajec se neprojevil.

Zdá se, že denní teploty, dešťové srážky nebo atmosférický tlak neovlivňují oplozenost vajec. Objevil se však vyšší počet rozbitých vajec při stoupání teploty nebo atmosférického tlaku.

Délka snůšky nesouvisí s počtem rozbitých vajec ve snůšce.

Nejvíce čistých vajec bylo na začátku a na konci snůšky, i když tyto počty čistých vajec nejsou statisticky významné.

Počet rozbitých vajec ve snůšce tedy byl ovlivněn stářím slepic a počasím (vyššími teplotami a stoupajícím tlakem). Neprojevil se však vliv poměru pohlaví, stáří kohoutů, velikosti výběhu, hmotnosti bažantů nebo délky snůšky.

Oplozenost vajec byla ovlivněna nejen stářím kohoutů, ale i stářím slepic. Vliv měla i stoupající hmotnost kohoutů a částečně i délka snůšky. Neprokázal se vliv poměru pohlaví, velikosti výběhu, individuální dispozice bažantů, hmotnosti slepic nebo počasí na oplozenost vajec.

Došlo dne 19. 8. 1974

Literatura

1. BENDA, R.: Einzelfragen der Rebhuhn- und Fasanenhege. Wild und Hund, 1. 60, 1957, č. 15, s. 277-279
2. BENDA, R.: Gründe für schlechte Schlupf. Ergebnisse bei Fasanengelegen. Wild und Hund, r. 60, 1957, č. 3, s. 65
3. BOUCHNER, M. — FIŠER, Z.: Příspěvek ke hnízdní bionomii koroptví a ke ztrátám na hnízdech a vejcích. Lesn. čas., 1. 13, 1967, č. 8, s. 713-728
4. ESTIENNE, H.: Aménagement des territoires de chasse au petit gibier. Le repeuplement artificiel en faisans. Roy. St. Hubert Club Belg., 1. 5, 1966, s. 13-18
5. GAJIČ, I. — JOVIČ, V.: The effect of the number and sex ratio of the pheasants in a cage on the quantity of laid eggs and the number of fecundated ones among them. Biotechniga, 1969, s. 7-8
6. GAJIČ, I. — JOVIČ, V.: Uticaj broja fazana u boksu i ujegove površine na nosivost, oplodjenost jaja i smrtnost embriona. Jelen, 1969, č. 8, s. 83-97
7. HANUŠ, V. — FIŠER, Z.: Výsledky velkochovů bažantů u SL Konopiště. Lesnictví, r. 15, 1969, č. 2, s. 85-98
8. HANUŠ, V. — TEMMLOVÁ, B.: Vliv Trivitaminu (A, D₃, E) na snůšku a líhňivost vajec bažantích slepic. Lesn. čas., r. 14, 1968, č. 9/10, s. 853-862

9. HROMAS, J.: Některé otázky hnízdní biologie lovného bažanta ve voliérovém chovu. Kand. dis. práce, 1971, les. fak. VŠZ Brno, 316 s.
10. HROMAS, J.: Zur Biologie der Eiablage beim Jagdfasan. Zschr. f. Jagdwissenschaft, r. 19, 1973, č. 3, s. 132-136
11. JIRKOVÁ, M. — ČERVINKA, S.: Zkušenosti pro letošek. Myslivost, r. 16, 1968, č. 2, s. 33-34, č. 3, s. 58-59
12. JOVETIČ, R.: Prilog proučavanja optimalnog omera polova pri veštačkom uzgaju. Godišnjak Inst. za nauč. Istraživanja u Lovstvu, 1957, č. 3, s. 119-158
13. KOSTROŇ, K. — HROMAS, J.: Nejvhodnější způsoby komorování koroptví. Závěrečná zpráva, 1965, les. fak. VŠZ Brno, 414 s.
14. MÍČEK, J. — VOMÁČKA, M.: Prvá veľkoodchovňa pre bažanty v Palárikov. Poľovníctvo a rybárstvo, 1. 17, 1966, č. 3, s. 7, č. 4, s. 6-7
15. MOTTL, S. a kol.: Chov drobné zvěře. 1964, SZN Praha, 336 s.
16. MOŽÍŠEK, V.: Bažanti. Stráž myslivosti, r. 24, 1946, č. 4, s. 41-43, č. 5, s. 49-53
17. S. B.: Oneskorená snáška. Poľovníctvo a rybárstvo, 1. 11, 1959, č. 11, s. 11
18. TRPKOV, B.: Vlijanieto na vremeispiluvanjeto na fazanskite piliča vrz veštačkovu proizvodstvo na fazanska diveč. Godišen Zb. zemledel. — šumar. fak. Skoplje, 1965/66, č. 19, s. 217-224
19. WESTERSKOV, K.: Productivity of New Zealand pheasant populations. Wildlife Publication No. 403, Wright and Carmen Ltd., 1956, Wellington, 144 s.

Некоторые результаты наблюдений за факторами, влияющими на оплодотворенность яиц в кладке фазанов при фермском разведении

Оплодотворенность яиц определяет качество каждой яйцекладки. Наблюдение за ней у фазанов, разводимых в вольерах, осуществлялось ориентировочно. Оплодотворенность яиц зависела не только от возраста самцов, но и самок фазанов. Более высокий процент оплодотворенности наблюдался там, где самцы имели больший телесный вес, с другой стороны мало на оплодотворенность яиц влияла продолжительность периода яйцекладки. Не было установлено влияние ни соотношения полов, ни размера выгульной площадки, ни индивидуального предрасположения фазанов к оплодотворенности кладки. Также вес кур и погода, очевидно, не повлияли на оплодотворенность яиц.

Число битых яиц в кладке вероятно зависело от возраста самок и от погоды (повышенными температурами и возрастающим давлением воздуха). Однако на число битых яиц не повлияло ни соотношение полов, ни возраст самцов, ни величина выгульной площадки или веса фазанов, но и ни продолжительности периода яйцекладки.

Some results obtained from investigation of factors affecting the fertilization rate of eggs in the egg yields of penned pheasants

The fertilization rate of eggs determines the quality of each egg yield. Preliminary studies were performed on the pheasants bred in the pens. The egg fertilization rate was influenced not only by the age of cocks, but also by the age of hens. A higher fertilization rate of eggs was found in cases when the cocks were heavier, whereas the duration of egg-laying affected the egg fertilization rate to a small degree only. No evidence was found on the influence of sex ratio, run area length, and individual disposition of pheasants on the fertilization rate of eggs.

The number of broken eggs in individual egg yields was obviously affected by the age of hens and by the weather (higher temperature and rising atmospheric pressure). It was found, however, no influence of sex ratio, cock age, running length, weight of pheasants and egg-laying duration on the number of broken eggs.

Adresa autora:

Ing. Josef Hromas, CSc., lesnická fakulta VŠZ, Brno

Průša E., Holuša J.: Prales Razula	343
Matějka V.: Suma teplot hlavního vegetačního období jako ukazatel klimatu	369
Hromas J.: Některé výsledky ze sledování činitelů ovlivňujících oplozenost vajec ve snůšce bažantů ve voliérovém chovu	385

Příloha

Matematické metody v lesnictví

Puchýřová H.: Vybrané statě z analytické geometrie v rovině a prostoru	45
--	----

СОДЕРЖАНИЕ

Пруша Э., Голуша Й.: Девственный лес Разула	368
Матейка В.: Сумма температур главного вегетационного периода как критерий климата	382
Громас Й.: Некоторые результаты наблюдений за факторами, влияющими на оплодотворенность яиц в кладке фазанов при фермском разведении	402

Приложение

Математические методы в лесном хозяйстве

Пухиржова Г.: Набранные статьи по аналитической геометрии в плоскости и пространстве	45
--	----

CONTENTS

Průša E., Holuša J.: The Virgin Forest Razula	368
Matějka V.: Summation of Temperatures of the Main Growing Period as a Climatic Criterion	383
Hromas J.: Some Results Obtained from Investigation of Factors Affecting the Fertilization Rate of Eggs in the Egg Yields of Pened Pheasants	402

Annex

Mathematic Methods in Forestry

Puchýřová H.: Selected Texts from Analytic Geometry in the Level and in Space	45
---	----

INHALT

Průša E., Holuša J.: Der Urwald Razula	En 368
Matějka V.: Wärmesumme der Hauptvegetationsperiode als Maßstab des Klimas	383
Hromas J.: Ergebnisse der Untersuchung der die Eierbefruchtung im Eierertrag der in Volieren gehaltenen Fasane beeinflussenden Faktoren	En 402

Beilage

Mathematische Methoden in der Forstwirtschaft

Puchýřová H.: Ausgewählte Aufsätze aus analytischer Geometrie in der Ebene und im Raum	45
--	----

TABLE DES MATIÈRES

Průša E., Holuša J.: Forêt vierge Razula	An 368
Matějka V.: La somme des températures de la période principale de végétation en tant que facteur de climat	An, Al 383
Hromas J.: Quelques résultats de l'étude des facteurs qui influencent la fécondation des oeufs dans la ponte des faisans élevés en parquet . .	An 402

Annexe

Méthodes mathématiques en sylviculture

Puchýřová H.: Chapitres choisis de géométrie analytique plane et spatiale	45
---	----

LESNICTVÍ č. 6/1976

otiskuje tyto práce:

Mráz K.: Vliv půdní vlhkosti na tloušťkový přírůst dubu letního v nezaplavovaném luhu
Fanta J.: Morfologická proměnlivost původních populací smrku v Krkonoších
Rypák M., Kamenická A.: Vplyv močoviny na klíčenie semien borovice sosny (<i>Pinus silvestris</i> L.)
Prudič Z.: Růst osiky v některých souborech lesních typů
Žďárský J.: Prostředky racionalizace pěstební činnosti
Lochman J.: Přezimovací obory pro jelení zvěř
Bartoš Z.: Byty a bydlení lesních dělníků

Aktuality

Leontovyc R.: Očekávané změny ve výskytu houbových chorob lesních dřevin
Musil I.: Semena dřevin Spojených států amerických. 1974, Washington, D.C.
Křištof J.: IX. Mezinárodní sympozium na téma vědeckotechnický rozvoj a technologie v těžebně výrobním a dopravním procesu lesního hospodářství

Lesnictví č. 6/1976 stojí 12,— Kčs. Objednávky přijímá

Ústav vědeckotechnických informací, Slezská 7, 120 56 Praha 2

Poštovní novinová služba, Jindřišská 14, 110 00 Praha 1

Rozšiřuje Poštovní novinová služba. Objednávky a předplatné přijímá PNS - ústřední expedice tisku, administrace odborného tisku, Jindřišská ulice 14, 110 00 Praha 1. Lze též objednat u každé pošty i poštovního doručovatele. Objednávky do zahraničí vyřizuje PNS - ústřední expedice tisku, oddělení vývozu tisku, Jindřišská ulice 14, 110 00 Praha 1. Vytiskl MÍR, novinářské závody, n. p., závod 6, Legerova ulice 22, 120 00 Praha 2.

MATEMATICKÉ METODY V LESNICTVÍ

H. Puchýřová: Vybrané statě z analytické geometrie v rovině a prostoru.

PŘÍLOHA LESNICTVÍ 22 (XLIX), 1976, ČÍSLO 5

Analytická geometrie studuje vlastnosti geometrických útvarů pomocí algebraických výpočtů.

Pro nahrazení geometrických pojmů pojmy aritmetickými se zavádí soustava souřadnic, pomocí níž se každému bodu prostoru přiřazují čísla tzv. souřadnice bodu. Geometrické útvary jsou pak popsány algebraickými rovnicemi tak, že množina všech bodů daného útvaru je množinou všech bodů, jejichž souřadnice vyhovují příslušným algebraickým rovnicím.

Důležitým pojmem v analytické geometrii je pojem vektoru, jehož geometrická interpretace je podána v tomto odstavci.

ZÁKLADY VEKTOROVÉ ALGEBRY

ZÁKLADNÍ POJMY

Definice 1.1.: Vázaným vektorem rozumíme uspořádanou dvojici bodů A, B , v níž bod A nazýváme počátečním bodem, bod B bodem koncovým.

Vázaný vektor určený těmito body označujeme $\overrightarrow{AB}$ a graficky jej znázorníme úsečkou AB s šipkou u koncového bodu B .

Je-li $A \neq B$, pak přímkou $\overleftrightarrow{AB}$ nazýváme nositelkou vektoru $\overrightarrow{AB}$. Vektor $\overrightarrow{AA}$ nazýváme nulový vektor a jeho nositelku nedefinujeme. Vázaný vektor $\overrightarrow{AB}$, kde $A \neq B$, nazýváme nenulový.

Definice 1.2.: Velikost vektoru $\overrightarrow{AB}$ značíme $|\overrightarrow{AB}|$ a rozumíme jí vzdálenost bodů A, B . Tedy lze psát $|\overrightarrow{AB}| = \overline{AB}$.

Definice 1.3.: Jsou-li nositelky vektorů $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ rovnoběžné (též splývající) řekneme, že vektory $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ jsou spolu rovnoběžné.

Jsou-li tyto nositelky od sebe různé, pak určují rovinu, která je přímkou $\overleftrightarrow{AC}$ rozdělena na dvě poloroviny. Leží-li body B a D v téže polovině (resp. v opačných polovinách), řekneme, že vektory $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ jsou rovnoběžné souhlasně (resp. nesouhlasně).

Jestliže nositelky vektorů $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ splynou, pak mluvíme o souhlasně (resp. nesouhlasně) rovnoběžných vektorech, když aspoň jedna z obou polopřímek AB a CD je částí druhé (resp. žádná z obou polopřímek není částí druhé).

Definice 1.4.: Vázané vektory $\overrightarrow{AB}$ a $\overrightarrow{CD}$ se nazývají rovné, jsou-li souhlasně rovnoběžné a mají-li stejnou velikost. Píšeme pak $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Definice 1.5.: Volným vektorem $\vec{u}$ nazýváme množinu všech navzájem si rovných vázaných vektorů. Libovolný vázaný vektor z této množiny pak nazýváme umístěním volného vektoru.

Velikostí volného vektoru $\vec{u}$ rozumíme velikost libovolného jeho umístění, značíme ji $|\vec{u}|$. Volný vektor, jehož velikost se rovná jedné, se nazývá jednotkový.

Poznámka 1.1.: Volné vektory značíme písmeny malé abecedy s šipkou nahoře. Je-li vázaný vektor $\vec{AB}$ umístěním volného vektoru $\vec{u}$, vyjádříme tento vztah symbolickou rovnicí $\vec{u} = \vec{AB}$.

Definice 1.6.: Zaměníme-li v každém umístění volného vektoru $\vec{u}$ počáteční a koncový bod, dostaneme umístění volného vektoru, který nazýváme opačným vektorem k volnému vektoru $\vec{u}$ a značíme jej $-\vec{u}$.

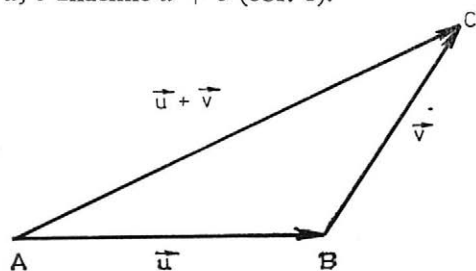
Definice 1.7.: Úhlem dvou nenulových vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ umístěných tak, že $\vec{u} = \vec{AB}$, $\vec{v} = \vec{AC}$, nazýváme úhel φ polopřímek AB, AC měřený v mezích

$$0 \leq \varphi \leq \pi.$$

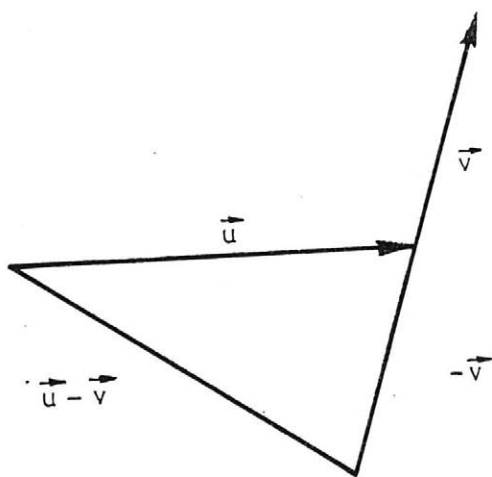
Je-li $\varphi = \frac{\pi}{2}$, řekneme, že vektory $\vec{u}, \vec{v}$ jsou na sebe kolmé.

ZÁKLADNÍ OPERACE S VEKTORY

Definice 1.8.: Jsou-li $\vec{u}, \vec{v}$ libovolné vektory a je-li $\vec{AB}$ umístění vektoru $\vec{u}$ a $\vec{BC}$ umístění vektoru $\vec{v}$, nazýváme součtem vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ vektor, který má umístění $\vec{AC}$. Součet vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ značíme $\vec{u} + \vec{v}$ (obr. 1).



obr. 1



obr. 2

Poznámka 1.2.: Volný nulový vektor budeme dále značit $\vec{o}$.

Věta 1.1.: Pro součet vektorů platí:

- 1) $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ (zákon komutativní)
- 2) $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$ (zákon asociativní)
- 3) $\vec{u} + \vec{o} = \vec{u}$.

Poznámka 1.3.: Z věty 1.1. lze odvodit obecný komutativní zákon, podle něhož součet konečného počtu vektorů nezávisí na pořadí sčítanců.

Definice 1.9.: Součet $\vec{u} + (-\vec{v})$ vektoru $\vec{u}$ s vektorem opačným k vektoru $\vec{v}$ nazýváme rozdíl vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ a značíme jej $\vec{u} - \vec{v}$ (obr. 2).

Definice 1.10.: Je-li a od nuly různé reálné číslo a $\vec{u}$ nenulový vektor, nazýváme součinem čísla a s vektorem $\vec{u}$ vektor, který má velikost $|a| \cdot |\vec{u}|$, a je pro $a > 0$ (resp. $a < 0$) souhlasně (resp. nesouhlasně) rovnoběžný s vektorem $\vec{u}$.

Je-li buď $a = 0$ nebo $\vec{u} = \vec{o}$, rozumíme součinem čísla a s vektorem $\vec{u}$ nulový vektor.

Součin čísla a s vektorem $\vec{u}$ značíme $a \cdot \vec{u}$ nebo též $\vec{u} \cdot a$ resp. $a\vec{u}, \vec{u}a$.

Věta 1.2.: Pro základní operace s vektory platí dále tato pravidla:

$$1) k_1(k_2\vec{u}) = (k_1k_2)\vec{u} = k_2(k_1\vec{u})$$

$$2) (k_1 + k_2)\vec{u} = k_1\vec{u} + k_2\vec{u} \quad 1. \text{ distributivní zákon}$$

$$3) k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v} \quad 2. \text{ distributivní zákon}$$

kde k_1, k_2 jsou reálná čísla.

Poznámka 1.4.: Z uvedených distributivních zákonů lze odvodit obecný distributivní zákon, podle něhož se součin tvaru

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)(\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \dots + \vec{u}_m)$$

vypočte tím způsobem, že každé číslo a_i ($i = 1, \dots, n$) se vynásobí každým vektorem $\vec{u}_j$ ($j = 1, \dots, m$) a všechny takto vzniklé součiny $a_i\vec{u}_j$ se pak sečtou.

Definice 1.11.: Vektor $\vec{v}$, který lze psát ve tvaru

$$\vec{v} = a_1\vec{u}_1 + a_2\vec{u}_2 + \dots + a_n\vec{u}_n \quad (a_i \in R; i = 1, \dots, n), \quad (1.1.)$$

nazýváme lineární kombinací vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_n$. Čísla a_i jsou libovolná, nazýváme je koeficienty lineární kombinace.

Říkáme také, že vektor $\vec{v}$ je lineárně závislý na vektorech $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_n$.

Poznámka 1.5.: Nulový vektor je lineární kombinací libovolných vektorů $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n$ položíme-li v rovnici (1.1.) $a_i = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$), této lineární kombinaci říkáme triviální. Je-li alespoň jeden koeficient a_i od nuly různý, nazveme vektor $\vec{v}$ z rovnice (1.1.) netriviální lineární kombinací vektorů $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n$.

Poznámka 1.6.: Nulový vektor může být i netriviální kombinací vektorů. Uvažujeme-li např. v trojúhelníku ABC vektory $\vec{u} = \vec{AB}, \vec{v} = \vec{BC}, \vec{w} = \vec{CA}$, platí $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{o}$.

Definice 1.12.: Je-li nulový vektor netriviální lineární kombinací vektorů $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots, \vec{u}_n$, říkáme, že tyto vektory jsou lineárně závislé.

VEKTORY KOLINEÁRNÍ A KOMPLANÁRNÍ

Definice 1.12.: Má-li vektor $\vec{u}$ takové umístění, že jeho počáteční i koncový bod leží na přímce p , řekneme, že vektor $\vec{u}$ je rovnoběžný s přímkou p (nebo, že leží na přímce p).

Definice 1.13.: Dva vektory $\vec{u}, \vec{v}$, které jsou rovnoběžné s touž přímkou, se nazývají kolineární.

V opačném případě říkáme, že vektory $\vec{u}, \vec{v}$ jsou nekolineární.

Poznámka 1.7.: Podle této definice, jsou-li vektory $\vec{u}, \vec{v}$ kolineární, pak jsou buď rovnoběžné, nebo je alespoň jeden z nich nulový vektor.

Věta 1.3.: Je-li $\vec{u}$ nenulový vektor a x libovolný vektor kolineární s vektorem $\vec{u}$, pak existuje právě jedno číslo x takové, že platí

$$\vec{x} = x \cdot \vec{u}. \quad (1.2.)$$

Příklad 1.1.: Je-li $\vec{a}$ nenulový vektor, pak vektory $\vec{u}, \vec{v}$, kde $\vec{u} = 2 \cdot \vec{a}$, $\vec{v} = 3 \cdot \vec{a}$, jsou kolineární, neboť platí $\vec{u} = \frac{2}{3} \vec{v}$. Tento vztah lze přepsat ve tvaru $3\vec{u} - 2\vec{v} = \vec{0}$.

Definice 1.14.: Říkáme, že vektor $\vec{u}$ je rovnoběžný s rovinou ρ (též, že leží v rovině ρ), je-li rovnoběžný s některou přímkou roviny ρ .

Definice 1.15.: Tři vektory $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$, které jsou rovnoběžné s touž rovinou, se nazývají komplanární.

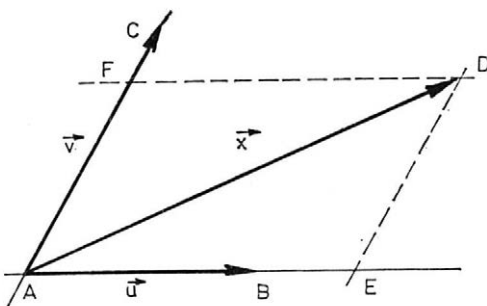
V opačném případě říkáme, že vektory $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ jsou nekomplanární.

Věta 1.5.: Jsou-li $\vec{u}, \vec{v}$ nekolineární vektory a je-li x libovolný vektor komplanární s vektory $\vec{u}, \vec{v}$, pak existuje právě jedna dvojice čísel x, y takových, že platí

$$\vec{x} = x \cdot \vec{u} + y \cdot \vec{v}. \quad (1.3.)$$

Obráceně každý vektor x , pro který platí rovnice (1.3.), je komplanární s vektory $\vec{u}, \vec{v}$.

Poznámka 1.8.: Význam věty 1.5. je patrný z obr. 3.



obr. 3

Ve smyslu definice 1.12 lze říci, že každý vektor $\vec{x}$, který je komplanární s nekolineárními vektory $\vec{u}, \vec{v}$, je jejich lineární kombinací.

Neboli všechny vektory rovnoběžné s danou rovinou lze vyjádřit jako lineární kombinace dvou nekolineárních vektorů s danou rovinou rovnoběžných.

Příklad 1.2.: Vektor x , pro nějž platí $\vec{x} = \frac{2}{3}\vec{u} + \frac{4}{2}\vec{v}$, kde $\vec{u}, \vec{v}$ jsou nelineární vektory, je

s vektory $\vec{u}, \vec{v}$ komplanární. Tuto podmínku lze jinak také napsat $6\vec{x} - 4\vec{u} - 12\vec{v} = \vec{0}$.

Poznámka 1.9.: Snadno lze nahlédnout, že jsou-li dva z vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ kolinéární, pak trojice vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ je komplanární. Což ale neplatí obráceně (viz poznámka 1.6.: $\vec{u} = \vec{AB}, \vec{v} = \vec{BC}, \vec{w} = \vec{CA}$ v trojúhelníku ABC jsou komplanární, ale žádné dva z nich nejsou kolinéární).

Věta 1.6.: Dva vektory jsou lineárně závislé, právě když jsou kolinéární, tři vektory jsou lineárně závislé, právě když jsou komplanární.

Věta 1.7.: Jsou-li $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ nekomplanární vektory a $\vec{x}$ libovolný vektor, pak existuje právě jedna trojice čísel x, y, z takových, že platí

$$\vec{x} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}. \quad (1.4.)$$

Poznámka 1.10.: Stručně lze tvrzení věty 1.7. formulovat tak, že čtyři vektory v prostoru jsou vždy lineárně závislé (což lze dále zobecnit pro pět a více vektorů v prostoru).

SKALÁRNÍ SOUČIN VEKTORŮ

Definice 1.16.: Skalární součin vektorů $\vec{u}, \vec{v}$, které svírají úhel α , značíme $\vec{u} \cdot \vec{v}$ a definujeme:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos \alpha. \quad (1.5.)$$

Věta 1.8.: Jsou-li $\vec{u}, \vec{v}$ nenulové vektory, pak platí $|\vec{u}| > 0, |\vec{v}| > 0$ a znaménko skalárního součinu závisí na znaménku $\cos \alpha$. Tedy

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &> 0 & \text{pro} & \quad 0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}, \\ \vec{u} \cdot \vec{v} &< 0 & \text{pro} & \quad \frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi, \\ \vec{u} \cdot \vec{v} &= 0 & \text{pro} & \quad \alpha = \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

Poznámka 1.11.: Podle definice 1.16. je skalární součin dvou vektorů číslo.

Věta 1.9.: Pro skalární součin dále platí:

- 1) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ zákon komutativní
- 2) $(a \cdot \vec{u}) \cdot \vec{v} = a \cdot (\vec{u} \cdot \vec{v})$ $a \in R$
- 3) $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w}$ zákon distributivní

Poznámka 1.12.: Distributivní zákon ve větě 1.9. lze rozšířit na libovolný počet sčítanců (vektorů) v závorce.

Poznámka 1.13.: Skalární součin $\vec{u} \cdot \vec{v}$ se někdy krátce značí uv . Skalární součin $\vec{u} \cdot \vec{u}$ značíme u^2 (tzv. skalární čtverec vektoru $\vec{u}$).

Pro velikost vektoru $\vec{u}$ lze z rovnice (1.5.) odvodit vztah

$$|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \sqrt{u^2}. \quad (1.6.)$$

Z definice 1.16 dále plyne vztah platící pro úhel α nenulových vektorů $\vec{u}, \vec{v}$:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}; \quad (1.7.)$$

Věta 1.10.: Nenulové vektory $\vec{u}, \vec{v}$ jsou k sobě kolmé tehdy a jen tehdy, když

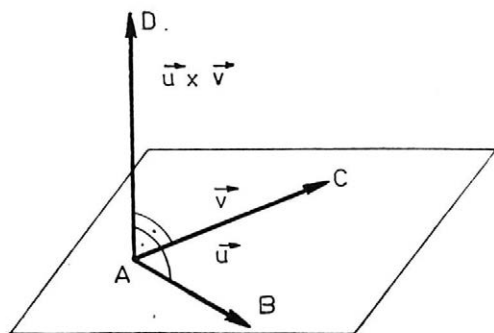
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0. \quad (1.8.)$$

VEKTOROVÝ SOUČIN

Definice 1.17.: Vektorový součin vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ značíme $\vec{u} \times \vec{v}$ a definujeme jej takto:

a) Jsou-li vektory $\vec{u}, \vec{v}$ různoběžné a je-li α jejich úhel, pak vektorovým součinem $\vec{u} \times \vec{v}$ rozumíme vektor $\vec{w}$, který má velikost $|\vec{w}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \sin \alpha$, je kolmý k oběma vektorům $\vec{u}, \vec{v}$ a tvoří s nimi v pořadí $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ pravotočivou trojici vektorů (obr. 4).

b) Jsou-li vektory $\vec{u}, \vec{v}$ rovnoběžné, pak rozumíme jejich vektorovým součinem nulový vektor.



obr. 4

Poznámka 1.14.: Nekomplanární vektory $\vec{u} = \vec{AB}$, $\vec{v} = \vec{AC}$, $\vec{w} = \vec{AD}$ tvoří pravotočivou trojici vektorů, když otočení polopřímky AB do polopřímky AC se jeví z bodu D jako otočení v kladném smyslu (tj. proti směru pohybu hodinových ručiček). V opačném případě vektory $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ tvoří levotočivou trojici.

Věta 1.11.: Pro vektorový součin platí:

- 1) $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$ zákon antikomutativní
- 2) $(a\vec{u}) \times \vec{v} = a(\vec{u} \times \vec{v})$
- 3) $(\vec{u} + \vec{v}) \times \vec{w} = \vec{u} \times \vec{w} + \vec{v} \times \vec{w}$ zákon distributivní

SMÍŠENÝ SOUČIN VEKTORŮ

Definice 1.18.: Smíšeným součinem vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ rozumíme skalární součin vektoru $\vec{u}$ s vektorovým součinem vektorů $\vec{v}, \vec{w}$. Značíme jej $[\vec{u} \vec{v} \vec{w}]$.

Je tedy $\vec{u} \cdot \vec{v} \times \vec{w} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v} \times \vec{w}| \cdot \cos \beta = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos \beta \cdot \sin \gamma$,
kde γ je úhel vektorů $\vec{v}$, $\vec{w}$ a β je úhel vektoru $\vec{u}$ a vektoru $\vec{z} = \vec{v} \times \vec{w}$.

Poznámka 1.15.: Pořadí vektorů ve výrazu $[\vec{u} \vec{v} \vec{w}]$ je důležité, např. záměnou vektorů $\vec{v}$ a $\vec{w}$ dostáváme podle věty 1.11.:

$$[\vec{u} \vec{w} \vec{v}] = \vec{u} \cdot (\vec{w} \times \vec{v}) = -\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = -[\vec{u} \vec{v} \vec{w}].$$

Věta 1.12.: Pro smíšený součin vektorů platí:

$$1) [(\vec{u}_1 + \vec{u}_2) \vec{v} \vec{w}] = [\vec{u}_1 \vec{v} \vec{w}] + [\vec{u}_2 \vec{v} \vec{w}],$$

$$2) [(a \vec{u}) \vec{v} \vec{w}] = a \cdot [\vec{u} \vec{v} \vec{w}],$$

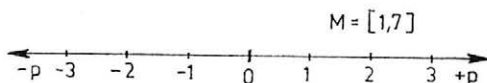
$$3) [\vec{u} \vec{v} \vec{w}] = [\vec{v} \vec{w} \vec{u}] = [\vec{w} \vec{u} \vec{v}] = -[\vec{u} \vec{w} \vec{v}] = -[\vec{v} \vec{u} \vec{w}] = -[\vec{w} \vec{v} \vec{u}].$$

ANALYTICKÁ GEOMETRIE V ROVINĚ

SOUSTAVA SOUŘADNIC NA PŘÍMCE

Definice 2.1.: Přímku p rozdělme bodem O na dvě polopřímky, z nichž jednu nazvěme kladnou poloosou (označme ji $+p$) a druhou zápornou poloosou ($-p$). Na přímce p zvolme jednotku délky.

Souřadnicí x bodu $M \in p$ rozumíme vzdálenost bodu M od bodu O mající znaménko plus, resp. minus podle toho, leží-li bod M na $+p$, resp. $-p$. Pro $M = O$ je $x = 0$. Píšeme $M = [x]$.



obr. 5

Poznámka 2.1. Souřadnicí x je poloha bodu M na přímce p jednoznačně určena a naopak. Říkáme, že na přímce p je zavedena soustava souřadnic, kterou stručně označujeme $\langle O; p \rangle$. Přímka p se nazývá osa soustavy souřadnic, bod O počátek soustavy souřadnic.

Přímku p rozdělenou bodem O na $+p$ a $-p$ nazýváme orientovaná přímka.

Věta 2.1.: Vzdálenost d dvou bodů $A = [x_1]$, $B = [x_2]$ na přímce p je rovna číslu

$$d = |x_2 - x_1|. \quad (2.1.)$$

Věta 2.2.: Pro střed S úsečky AB , kde $A = [x_1]$, $B = [x_2]$ platí

$$S = \left[\frac{x_1 + x_2}{2} \right]. \quad (2.2.)$$

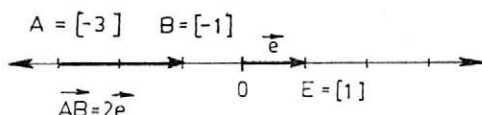
Definice 2.2.: Vektor $\vec{e} = \vec{OE}$, kde $O = [0]$, $E = [1]$ se nazývá jednotkový vektor osy p . Každý vektor $\vec{u}$ ležící na přímce p lze (podle věty 1.3.) vyjádřit ve tvaru $\vec{u} = u \cdot \vec{e}$.

Číslo u nazýváme souřadnice vektoru $\vec{u}$ na přímce p , což vyjádříme stručným zápisem

$$u = \{u\}.$$

Věta 2.3.: Pro vektor $\vec{AB}$, kde $A = [x_1]$, $B = [x_2]$ platí

$$\vec{AB} = \{x_2 - x_1\}. \quad (2.3.)$$



obr. 6

Poznámka 2.2.: Všechna umístění $\vec{AB}$ volného vektoru $\vec{u} = \{u\}$ na přímce p mají stejnou souřadnici $u = x_2 - x_1$, kde $A = [x_1]$, a $B = [x_2]$ (obr. 6).

Pro velikost vektoru $\vec{u}$ platí

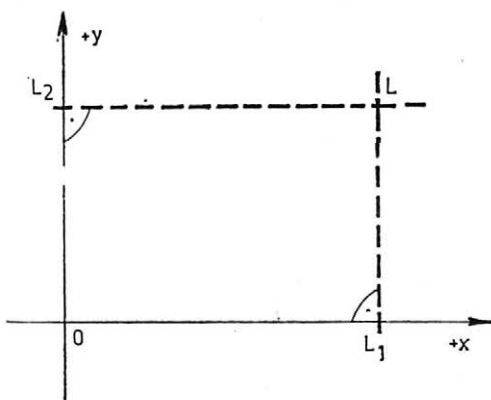
$$|\vec{u}| = |\vec{AB}| = |(x_2 - x_1)e| = |x_2 - x_1| = \overline{AB}.$$

Soustava souřadnic v rovině

Definice 2.3.: Libovolným bodem O v rovině vedme dvě k sobě kolmé přímky x , y a na každé z nich zvolme soustavu souřadnic se společným počátkem O a se stejně velkou jednotkou délky. Kartézskými souřadnicemi bodu L budeme nazývat uspořádanou dvojici čísel x , y takových, že první číslo x je souřadnicí pravoúhlého průmětu L_1 bodu L na osu x ($LL_1 \perp x$) v soustavě $\langle O; x \rangle$ a druhé číslo y je souřadnicí pravoúhlého průmětu L_2 bodu L na osu y ($LL_2 \perp y$) v soustavě $\langle O; y \rangle$ (obr. 7).

Píšeme

$$L = [x, y]$$



obr. 7

Poznámka 2.3.: Kartézskými souřadnicemi $[x, y]$ je poloha bodu L v rovině jednoznačně určena a naopak ke každému bodu v rovině lze přiřadit uvedeným způsobem jedinou uspořádanou dvojici čísel $[x, y]$. Číslo x nazýváme první souřadnice bodu L , číslo y druhá souřadnice bodu L .

Přímku x nazýváme první osa souřadnic, přímku y druhá osa souřadnic a jejich průsečík O počátkem kartézské soustavy souřadnic $\langle O; x, y \rangle$.

Tuto soustavu nazýváme pravotočivou, jestliže lze poloosu $+x$ otočit do poloosy $+y$ v kladném smyslu, v opačném případě mluvíme o soustavě levotočivé.

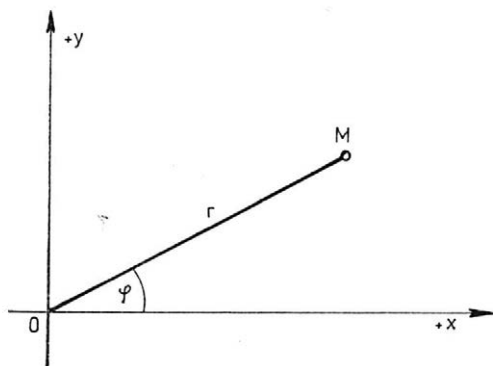
Věta 2.4.: Vzdálenost d dvou bodů $A = [x_1, y_1]$, $B = [x_2, y_2]$ je v kartézské soustavě souřadnic rovna číslu

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}. \quad (2.4.)$$

Věta 2.5.: Pro střed S úsečky AB , kde $A = [x_1, y_1]$, $B = [x_2, y_2]$ platí

$$S = \left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right]. \quad (2.5.)$$

Poznámka 2.4.: Polárními souřadnicemi bodu M v rovině rozumíme uspořádanou dvojici čísel r, φ přiřazených jednoznačně bodu M tak, že $r = \overline{OM}$ a φ je úhel, měřený v kladném smyslu, který svírá polopřímka OM s kladnou poloosou x . Obr. 8.



obr. 8

Mezi kartézskými a polárními souřadnicemi bodu v rovině platí tyto vztahy

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi \\ y &= r \sin \varphi \end{aligned} \quad (\text{kde } r \leq 0; 0 \leq \varphi < 2\pi), \quad (2.6.)$$

z nichž lze obráceně vyjádřit $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}$.

VEKTORY V KARTÉZSKÉ SOUSTAVĚ SOUŘADNIC

Definice 2.4.: Buď $\vec{e}_1$ jednotkový vektor osy x a $\vec{e}_2$ jednotkový vektor osy y . Pro každý volný vektor $\vec{u}$ roviny existuje (podle věty 1.5.) právě jedna dvojice čísel u_1, u_2 tak, že platí

$$\vec{u} = u_1 \cdot \vec{e}_1 + u_2 \cdot \vec{e}_2. \quad (2.7.)$$

Uspořádanou dvojici čísel u_1, u_2 , pro něž platí rovnice (2.7.), nazýváme souřadnice vektoru $\vec{u}$ v soustavě souřadnic $\langle O; x, y \rangle$ (u_1 je první, u_2 je druhá souřadnice). Stručně budeme psát

$$\vec{u} = (u_1, u_2). \quad (2.7'.)$$

Věta 2.6.: Pro vektor $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, kde $A = [x_1, y_1]$, $B = [x_2, y_2]$ platí

$$\vec{u} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1).$$

Poznámka 2.5.: Říkáme, že dvojice vektorů $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ tvoří vektorovou bázi soustavy souřadnic $\langle O; x, y \rangle$, tuto bázi značíme $\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2 \rangle$.

Všechna umístění téhož volného vektoru $\vec{u}$ mají stejné souřadnice (u_1, u_2) . Pro vektory báze plyne z rovnice (2.7.):

$$\vec{e}_1 = (1, 0); \quad \vec{e}_2 = (0, 1).$$

Vektor $\vec{OA}$, kde $A = [x, y]$, má souřadnice $(x - O, y - O)$, tedy $\vec{OA} = [x, y]$. Nazýváme jej polohový vektor bodu A .

Věta 2.7.: Pro součin čísla $a \in R$ s vektorem $\vec{u} = (u_1, u_2)$ platí

$$a \cdot \vec{u} = (au_1, au_2).$$

Věta 2.8.: Pro součet vektorů $\vec{u} = (u_1, u_2), \vec{v} = (v_1, v_2)$ platí

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

a pro jejich rozdíl

$$\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1, u_2 - v_2).$$

Věta 2.9.: Pro skalární součin vektorů báze platí:

$$\vec{e}_1^2 = \vec{e}_2^2 = 1 \quad (2.8.)$$

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 0 \quad (2.9.)$$

Věta 2.10.: Skalární součin vektorů $\vec{u} = (u_1, u_2), \vec{v} = (v_1, v_2)$ se vypočte podle vzorce

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2. \quad (2.10.)$$

Věta 2.11.: Pro velikost vektoru $\vec{u} = \vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1) = (u_1, u_2)$ platí

$$|\vec{u}| = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}. \quad (2.11.)$$

Věta 2.12.: Jsou-li $\vec{u} = (u_1, u_2), \vec{v} = (v_1, v_2)$ nenulové vektory, pak pro jejich úhel α platí

$$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{u_1 v_1 + u_2 v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}. \quad (2.12.)$$

Věta 2.13.: Vektory $\vec{u} = (u_1, u_2), \vec{v} = (v_1, v_2)$ jsou kolinéární právě tehdy, když platí

$$\begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.13.)$$

Poznámka 2.6.: Z věty 1.8. a věty 2.10. plyne: Vektory $\vec{u} = (u_1, u_2), \vec{v} = (v_1, v_2)$ jsou na sebe kolmé, právě když platí

$$u_1 v_1 + u_2 v_2 = 0. \quad (2.14.)$$

Příklad 2.1.: Vypočítejte úhel vektorů $\vec{u}, \vec{v}$, je-li $\vec{u} = (-2, -1), \vec{v} = (-1, -3)$.

Řešení: Dosazením do vzorce (2.12.) dostaneme

$$\cos \alpha = \frac{-2 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-3)}{\sqrt{4 + 1} \cdot \sqrt{1 + 9}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

odtud $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

Definice 2.4.: Rovnicí křivky se nazývá vztah (rovnice), jemuž vyhovují souřadnice x, y bodů ležících na dané křivce (a jen těchto bodů).

Poznámka 2.7.: Křivka v kartézské soustavě souřadnic může být popsána těmito rovnicemi:

- Implicitní rovnici tvaru $F(x, y) = 0$,
- Explicitní rovnici tvaru $y = f(x)$,
- Parametrickými rovnicemi $x = x(t), y = y(t)$, kde parametr $t \in I \subset \mathbb{R}$,
- Vektorovou rovnici $\vec{x} = x(t) \vec{e}_1 + y(t) \vec{e}_2, (t \in I)$, kde $\vec{x}$ je polohový vektor bodů $[x, y]$ křivky.

Příklad 2.2.: Určete rovnici křivky, obsahující všechny body v rovině, jejichž vzdálenost od bodu $O = [0, 0]$ je $d = 3$.

Řešení: Buď $M = [x, y]$ libovolný bod křivky, pak podle vzorce (2.4.) musí platit

$$\sqrt{(x - 0)^2 + (y - 0)^2} = 3 \quad (2.15.)$$

umocněním rovnice (2.15.) dostaneme rovnici křivky (kružnice)

$$x^2 + y^2 = 9.$$

ROVNICE PŘÍMKY V ROVINĚ

Definice 2.5.: Libovolný vektor $\vec{u} \neq \vec{0}$ rovnoběžný s přímkou p nazýváme směrovým vektorem přímky p .

Věta 2.14.: Přímka určená bodem $A = [x_1, y_1]$ a směrovým vektorem $\vec{u} = (u_1, u_2)$ má:

a) Vektorovou rovnici

$$\vec{x} = \vec{a} + t \vec{u}, \quad t \in (-\infty, \infty), \quad (2.16.)$$

kde $\vec{a}$ je polohový vektor bodu A a $\vec{x}$ je polohový vektor libovolného bodu $L = [x, y]$ křivky.

b) Parametrické rovnice

$$x = x_1 + tu_1 \quad y = y_1 + tu_2 \quad t \in (-\infty, \infty). \quad (2.17.)$$

Věta 2.15.: V kartézské soustavě souřadnic má přímka rovnici

$$ax + by + c = 0, \quad (2.18.)$$

přičemž alespoň jedno z čísel a, b je různé od nuly. Obráceně každá rovnice tvaru (2.18.), v níž je alespoň jedno z čísel a, b různé od nuly, je rovnicí právě jedné přímky v rovině.

Poznámka 2.3.: Rovnici přímky p tvaru (2.18.) říkáme obecná rovnice přímky p , stručně píšeme $p \equiv ax + by + c = 0$. Čísla a, b, c jsou její koeficienty.

Je-li dána přímka p a je-li (2.18.) její rovnice, je také každá rovnice tvaru $k(ax + by + c) = 0$, kde $k \neq 0$, rovnicí téže přímky.

Věta 2.16.: Přímka určená bodem $A = [x_1, y_1]$ a směrovým vektorem $\vec{u} = (u_1, u_2)$ má rovnici

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 \\ u_1 & u_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (2.19.)$$

Věta 2.17.: Přímka určená body $A = [p, O]$, $B = [O, q]$, kde $p, q \neq O$, má rovnici

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1. \quad (2.20.)$$

Definice 2.6.: Rovnici (2.20.) říkáme úsekový tvar rovnice přímky, číslo p je tzv. úsek na ose x , číslo q je úsek na ose y .

Věta 2.18.: Přímka určená bodem $A = [x_1, y_1]$ a kolmá k vektoru $\vec{u} = (a, b)$ má rovnici

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) = 0. \quad (2.21.)$$

Věta 2.19.: Vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ je kolmý k přímce $p = ax + by + c = 0$ právě tehdy, když platí

$$\begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ a & b \end{vmatrix} = 0, \quad (2.22.)$$

neboli $u_1 = ka$, $u_2 = kb$ pro $k \neq 0$.

Věta 2.20.: Vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ je rovnoběžný s přímkou $p \equiv ax + by + c = 0$ tehdy a jen tehdy, je-li

$$au_1 + bu_2 = 0, \quad (2.23.)$$

neboli $u_1 = -k \cdot b$, $u_2 = k \cdot a$ ($k \neq 0$).

Poznámka 2.4.: Rozvedením determinantu (2.19.) můžeme rovnici přímky, která není rovnoběžná s osou y , upravit na tvar

$$y - y_1 = k(x - x_1), \quad (2.24.)$$

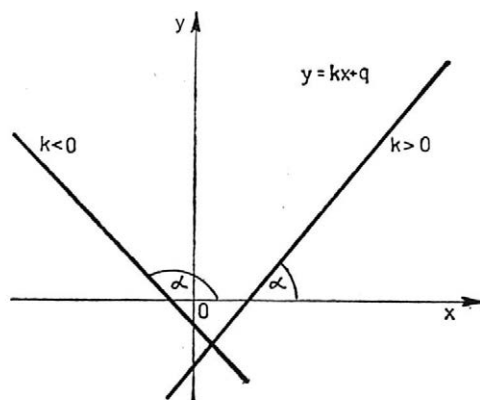
kde $k = \frac{u_2}{u_1}$ je tzv. směrnice přímky.

Zvláštní případ rovnice (2.24.) dostaneme, když bod A má souřadnice $A = [O, q]$. Rovnice (2.24.) se zjednoduší na tzv. směrnicový tvar

$$y = kx + q. \quad (2.25.)$$

Geometrický význam směrnice k je patrný z obr. 9.

Platí $k = \frac{u_2}{u_1} = \operatorname{tg} \alpha$, kde α je orientovaný úhel, který svírá přímka s osou x .



obr. 9

Poznámka 2.5.: Z věty 2.20. plyne, že přímka rovnoběžná s osou x má rovnici $by + c = 0$ nebo též $y = -\frac{c}{b}$ a přímka rovnoběžná s osou y má rovnici $ax + c = 0$ nebo $x = -\frac{c}{a}$.

Bod $O = [0,0]$ leží na přímce právě když $c = 0$, tj. rovnice přímky má tvar:

$$ax + by = 0.$$

Zvláštními případy předcházejících výsledků jsou osa x , která má rovnici $y = 0$ a osa y , která má rovnici $x = 0$.

Příklad 2.3.: Nalezněte rovnici přímky procházející body $A = [3; 7]$, $B = [-2; 1]$.

Řešení: Směrový vektor této přímky je vektor $\vec{u} = \vec{AB} = (-2 - 3; 1 - 7) = (-5; -6)$ a podle vztahu (2.19.) je její rovnice

$$\begin{vmatrix} x - 3 & y - 7 \\ -5 & -6 \end{vmatrix} = 0,$$

z níž, vypočteme-li determinant na levé straně, dostáváme obecnou rovnici přímky

$$6x - 5y + 17 = 0.$$

Chceme-li určit parametrické rovnice této přímky, použijeme vztahy (2.17.) a dostaneme $x = 3 - 5t$, $y = 7 - 6t$.

VZÁJEMNÁ POLOHA DVOU PŘÍMEK

Věta 2.21.: Přímky $p = a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $q = a_2x + b_2y + c_2 = 0$ jsou:

a) Rovnoběžné právě tehdy, když determinant

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

je roven nule.

Má-li dále matice

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix}$$

hodnost $h = 1$, jde o přímky splývající.

b) Různoběžné, je-li $D \neq 0$.

Souřadnice průsečíku $P = [x_0, y_0]$ přímek p, q pak určíme pomocí vztahů

$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}; \quad y_0 = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}.$$

ODCHYLKA DVOU PŘÍMEK V ROVINĚ

Definice 2.7.: Odchylkou dvou přímek v rovině rozumíme velikost každého z ostrých nebo pravých úhlů určených danými přímkami.

Poznámka 2.7.: Odchylku φ dvou přímek určíme pomocí úhlů α jejich směrových vektorů: $\cos \varphi = |\cos \alpha|$, kde pro $\cos \alpha$ platí vztah (2.12.).

Příklad 2.4.: Určete úhel přímky $p: x - y + 7 = 0$ s přímkou q , která má parametrické rovnice $x = 3, y = t, t \in (-\infty, \infty)$.

Řešení: Směrový vektor přímky p je podle (2.23.) $\vec{u} = (-1, -1)$, směrový vektor přímky q je $\vec{v} = (0, 1)$. S použitím vzorce (2.12.) dostáváme

$$\cos \varphi = |\cos \alpha| = \frac{|\vec{u}| |\vec{v}|}{|\vec{u} \cdot \vec{v}|} = \frac{|-1 \cdot 0 + 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{1+1} \cdot \sqrt{0+1}} = \frac{|-1|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Směřují tedy přímky p, q úhel $\frac{\pi}{4}$.

Věta 2.22.: Podmínkou rovnoběžnosti přímek $y = k_1 x + q_1, y = k_2 x + q_2$ je $k_1 = k_2$.

Věta 2.23.: Podmínkou kolmosti přímek z věty 2.22. je $k_2 = -\frac{1}{k_1}$.

TRANSFORMACE KARTÉZSKÉ SOUSTAVY SOUŘADNIC V ROVINĚ

Věta 2.23.: Necht' $\langle O; x, y \rangle$ je kartézská soustava souřadnic s vektorovou bází $\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2 \rangle$ a $\langle O'; x', y' \rangle$ je kartézská soustava souřadnic s vektorovou bází $\langle \vec{j}_1, \vec{j}_2 \rangle$, kde bod O má v původní soustavě souřadnice $O = [x_1, y_1]$ a vektory $\vec{j}_1, \vec{j}_2$ mají vzhledem k původní soustavě $\langle O; x, y \rangle$ souřadnice

$$\vec{j}_1 = (a_{11}, a_{12}), \vec{j}_2 = (a_{21}, a_{22}),$$

kde $|\vec{j}_1| = |\vec{j}_2| = 1; \vec{j}_1 \cdot \vec{j}_2 = 0$, tj. platí rovnice

$$a_{11}^2 + a_{12}^2 = a_{21}^2 + a_{22}^2 = 1;$$

$$a_{11}a_{21} + a_{12}a_{22} = 0,$$

pak platí:

1) Vektory $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ mají v soustavě $\langle O'; x', y' \rangle$ souřadnice $\vec{e}_1 = (a_{11}, a_{21}), \vec{e}_2 = (a_{12}, a_{22})$, pro něž platí

$$a_{11}^2 + a_{21}^2 = a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1,$$

$$a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22} = 0.$$

2) Je-li $P = [x, y]$ libovolný bod v rovině, pak mezi jeho souřadnicemi x, y v původní soustavě souřadnic a souřadnicemi x', y' v nové soustavě souřadnic platí:

$$x = a_{11}x' + a_{21}y' + x_0 \quad (2.26.)$$

$$y = a_{12}x' + a_{22}y' + y_0$$

$$x' = a_{11}(x - x_0) + a_{12}(y - y_0) \quad (2.27.)$$

$$y' = a_{21}(x - x_0) + a_{22}(y - y_0)$$

Poznámka 2.8.: Rovnice (2.26.) vyjadřují transformaci ze soustavy $\langle O; x, y \rangle$ do soustavy $\langle O'; x', y' \rangle$, rovnice (2.27.) vyjadřují transformaci obrácenou (inverzní). Determinant

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

se nazývá determinantem transformace (2.26.), resp. (2.27.), má pro obě soustavy stejnou hodnotu, a to $D = \pm 1$. Znaménko plus (resp. minus) znamená, že obě soustavy souřadnic jsou pravotočivé nebo levotočivé (resp., že jedna je pravotočivá a druhá levotočivá).

Poznámka 2.9.: Mají-li obě soustavy souřadnic stejné vektorové báze, tj. platí $\vec{e}_i = \vec{j}_i$ pro $i = 1, 2$ (tj. $a_{ij} = 1$ pro $i = j$ a $a_{ij} = 0$ pro $i \neq j$), pak jde o posunutí soustavy souřadnic. Z rovnic (2.26.), (2.27.) dostaneme rovnice posunutí:

$$x = x' + x_0 \quad y = y' + y_0, \quad (2.28.)$$

$$\text{nebo:} \quad x' = x - x_0 \quad y' = y - y_0 \quad (2.29.)$$

Poznámka 2.10.: Je-li v rovnicích (2.26.), (2.27.) $x_0 = y_0 = 0$ a $D = 1$, jde o otočení soustavy souřadnic kolem bodu $O = [0, 0]$.

KRUŽNICE

Definice 2.8.: Kružnice je množina všech bodů v rovině, které mají od daného bodu (středu) stálou vzdálenost (tzv. poloměr kružnice).

Věta 2.24.: Kružnice o středu v bodě $O = [0, 0]$ a poloměru r má rovnici

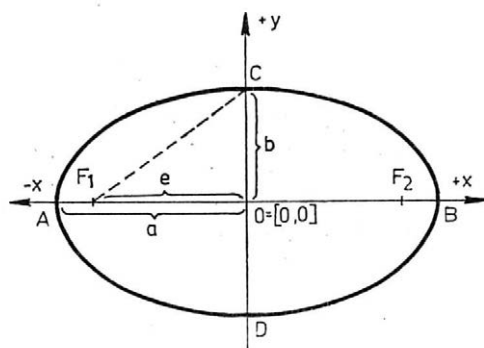
$$x^2 + y^2 = r^2.$$

Věta 2.25.: Kružnice o středu v bodě $S = [x_0, y_0]$ a poloměru r má rovnici

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2.$$

ELIPSA

Definice 2.9.: Elipsa je množina bodů v rovině, jejichž součet vzdáleností do dvou pevných bodů F_1, F_2 , zvaných ohniska, je roven konstantě $2a$ (přičemž $F_1 F_2 < 2a$) — obr. 10.



obr. 10

Poznámka 2.11.: Zvolíme-li soustavu souřadnic $\langle O; x, y \rangle$ tak, aby osou x byla přímka $\overleftrightarrow{F_1 F_2}$ a počátek O byl ve středu úsečky $F_1 F_2$, řekneme, že elipsa je v osové poloze. Označíme-li velikost shodných úseček $\overline{OF_1} = \overline{OF_2}$ jako e , pak platí $F_1 = [-e, 0]$, $F_2 = [e, 0]$. Snadno lze spočítat, že body $A = [-a, 0]$, $B = [a, 0]$ jsou body elipsy, neboť vyhovují definici (tj. $\overline{AF_1} + \overline{AF_2} = 2a$).

Věta 2.26.: Rovnice elipsy v osové poloze je

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (2.30.)$$

kde jsme položili $a^2 - e^2 = b^2$, přičemž předpokládáme $b > 0$.

Poznámka 2.11.: Také body $C = [0, b]$, $D = [0, -b]$ vyhovují definici 2.9. a jsou to průsečíky elipsy (2.30.) s osou y . Body $A = [-a, 0]$, $B = [a, 0]$ jsou hlavní vrcholy elipsy, přímka $\overleftrightarrow{AB}$ je její hlavní osa, délku a nazýváme délkou hlavní poloosy. Body $C = [0, b]$, $D = [0, -b]$ jsou vedlejší vrcholy elipsy, přímka $\overleftrightarrow{CD}$ je vedlejší osa, délka b je délkou vedlejší poloosy. Číslo $e = \sqrt{a^2 - b^2}$ se nazývá excentricita (výstřednost) elipsy. Bod $S = O$ je střed elipsy.

Elipsa je osově souměrná podle hlavní i podle vedlejší osy a středově souměrná podle svého středu.

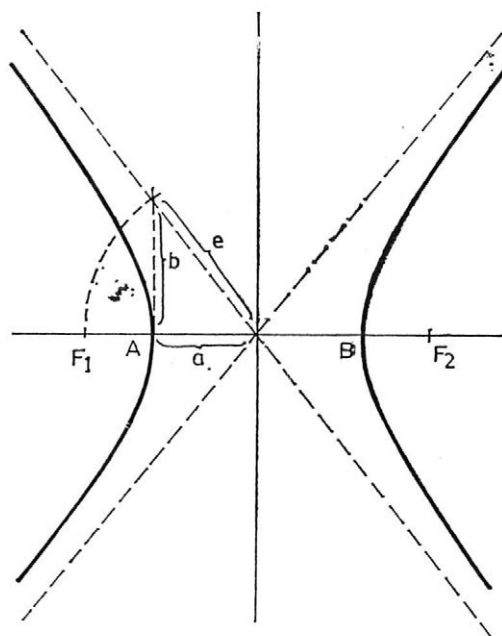
Poznámka 2.12.: Jsou-li osy elipsy rovnoběžné s osami souřadnic a je-li střed v bodě $S = [x_0, y_0]$, přejde rovnice (2.30.) v rovnici

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1.$$

HYPERBOLA

Definice 2.10.: Hyperbola je množina všech bodů v rovině, jejichž rozdíl vzdáleností od dvou pevných bodů F_1, F_2 (ohnisek) je v absolutní hodnotě roven konstantě $2a$ ($0 < 2a < F_1F_2$) [resp. $2b$, je-li b délka reálné poloosy, viz dále poznámku 2.13.].

Věta 2.27.: Rovnice hyperboly v osové poloze (tj. osy hyperboly leží v osách souřadnic) je



obr. 11

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{nebo} \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1, \quad (2.31.)$$

kde $b^2 + a^2 = e^2$, ($b > 0$).

Poznámka 2.13.: Hyperbola v osové poloze je např. na obr. 11.

Osou x je přímka $\overleftrightarrow{F_1F_2}$, střed úsečky F_1F_2 je počátkem soustavy souřadnic, body $A = [-a, 0]$, $B = [a, 0]$ jsou hlavní vrcholy hyperboly o rovnici $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, a je délka reálné poloosy, b je délka imaginární poloosy, na níž neleží žádný bod hyperboly.

Je-li na pravé straně rovnice -1 , jsou hlavní vrcholy $C = [0, b]$, $D = [0, -b]$ na ose y (také ohniska F_1, F_2 leží na ose y), reálná osa je osa y , imaginární osou je osa x .

Číslo $e = \sqrt{a^2 + b^2}$ je excentricita hyperboly.

Poznámka 2.14.: Hyperbola se skládá ze dvou částí (větví), jejichž body se s rostoucí vzdáleností od ohnisek stále více přibližují k přímkám $y = \pm \frac{b}{a} x$, tzv. asymptotám hyperboly.

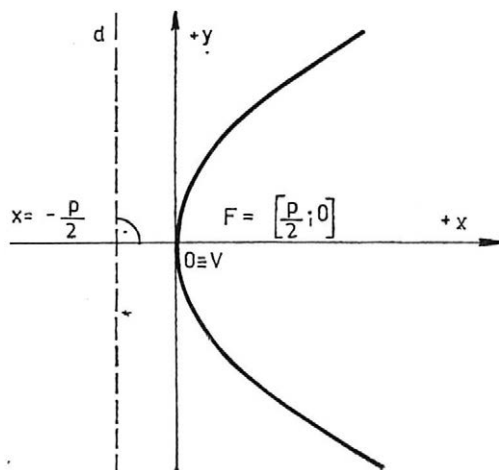
Poznámka 2.15.: Jsou-li osy hyperboly rovnoběžné s osami souřadnic a je-li její střed v bodě $S = [x_0, y_0]$, přejde rovnice (2.31.) v rovnici

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = \pm 1.$$

PARABOLA

Definice 2.11.: Parabolou nazýváme množinu bodů v rovině, které jsou stejně vzdáleny od pevného bodu F (ohniska) a pevné přímky d (tzv. přímky řídící), která bodem F neprochází.

Poznámka 2.16.: Parabola je osově souměrná podle přímky, která prochází bodem F a je kolmá na řídící přímce d . Osou souměrnosti nazýváme osou paraboly. Osa protne parabolu v bodě, který je nejbližší řídící přímce, v tzv. vrcholu V paraboly (obr. 12).



obr. 12

Věta 2.28.: Parabola, která má vrchol v počátku soustavy souřadnic a jejíž osa leží v ose x , resp. v ose y , má v kartézské soustavě souřadnic rovnici

$$y^2 = 2px, \quad \text{resp. } x^2 = 2py. \quad (2.32.)$$

Věta 2.29.: Parabola $y^2 = 2px$ má ohnisko $F = \left[\frac{p}{2}, O \right]$ a řídící přímku $x = -\frac{p}{2}$.

Parabola $x^2 = 2py$ má ohnisko $F = \left[O, \frac{p}{2} \right]$ a řídící přímku $y = -\frac{p}{2}$.

Poznámka 2.17.: Je-li osa paraboly rovnoběžná s osou x , resp. y , a je-li vrchol v bodě $V = [x_0, y_0]$ přejdou rovnice (2.32.) v rovnice

$$(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0); \quad \text{resp. } (x - x_0)^2 = 2p(y - y_0).$$

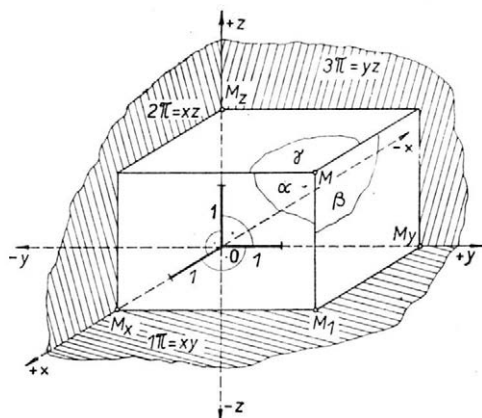
ANALYTICKÁ GEOMETRIE V PROSTORU

SOUSTAVA SOUŘADNIC V PROSTORU

Definice 3.1.: Zvolme trojici navzájem kolmých přímek x, y, z procházejících jedním bodem O a na každé z nich soustavu souřadnic s počátkem v bodě O a se stejně velkou jednotkou délky. Libovolným bodem M vedme tři roviny α, β, γ kolmé po řadě na osy x, y, z a protínající je v bodech $M_x = \alpha \cap x, M_y = \beta \cap y, M_z = \gamma \cap z$. Kartézskými souřadnicemi bodu M nazýváme uspořádanou trojici čísel $[x, y, z]$ takových, že číslo x je souřadnicí bodu M_x v soustavě $\langle O, x \rangle$, číslo y je souřadnicí bodu M_y v soustavě $\langle O, y \rangle$ a číslo z je souřadnicí bodu M_z v soustavě $\langle O, z \rangle$ (obr. 13).

Píšeme

$$M = [x, y, z].$$



obr. 13

Poznámka 3.1.: Kartézskými souřadnicemi $[x, y, z]$ je poloha bodu M v prostoru jednoznačně určena a obráceně ke každému bodu v prostoru lze přiřadit uvedeným způsobem jedinou uspořádanou trojici čísel $[x, y, z]$. Číslo x se nazývá první souřadnice bodu M , číslo y je druhá souřadnice a číslo z třetí souřadnice bodu M . Přímka x je první osa, přímka y druhá a přímka z třetí osa souřadnic. Průsečík os, bod $O = [O, O, O]$, je počátek kartézské soustavy souřadnic $\langle O; x, y, z \rangle$.

Věta 3.1.: Vzdálenost d dvou bodů $A = [x_1, y_1, z_1]$, $B = [x_2, y_2, z_2]$ je v kartézské soustavě souřadnic $\langle O; x, y, z \rangle$ rovna číslu

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \quad (3.1.)$$

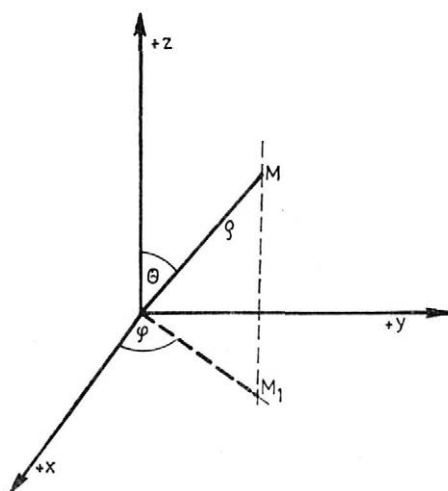
Věta 3.2.: Pro střed S úsečky AB , kde $A = [x_1, y_1, z_1]$, $B = [x_2, y_2, z_2]$, platí

$$S = \left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \quad \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad \frac{z_1 + z_2}{2} \right].$$

Poznámka 3.2.: Semipolární (cylindrické) souřadnice bodu v prostoru: Mějme danu kartézskou soustavu souřadnic $\langle O; x, y, z \rangle$. Označme M_1 kolmý průmět bodu $M = [x, y, z]$ do roviny os x, y , tuto označujeme ${}^1\pi$. Bod M_1 má v rovině ${}^1\pi$ kartézské souřadnice $M_1 = [x, y]$ v soustavě $\langle O; x, y \rangle$ a polární souřadnice r, φ (viz pozn. 2.4.). Semipolárními souřadnicemi bodu M rozumíme uspořádanou trojici čísel r, φ, z , kde r, φ jsou polární souřadnice bodu M_1 a z je třetí souřadnice bodu M v soustavě $\langle O; x, y, z \rangle$. Mezi kartézskými a semipolárními souřadnicemi bodu M platí:

$$x = r \cos \varphi; \quad y = r \sin \varphi; \quad z = z.$$

Poznámka 3.3.: Polární (sférické) souřadnice bodu v prostoru: Vyjděme opět od kartézské soustavy souřadnic v prostoru $\langle O; x, y, z \rangle$. Buď $M_1 = [x, y]$ pravoúhlý průmět bodu $M = [x, y, z]$ do roviny ${}^1\pi = xy$. Vzdálenost OM označme $\varrho = OM$ (zřejmě $\varrho \geq 0$), úhel polopřímky OM_1 a poloosy $+x$ (měřený v kladném smyslu) označme φ a úhel polopřímky OM s poloosou $+z$ označme Θ (obr. 14).



obr. 14

Uspořádanou trojici čísel ϱ, φ, Θ budeme nazývat polární souřadnice bodu M v prostoru. Vztahy mezi kartézskými a polárními souřadnicemi:

$$x = \varrho \cos \varphi \sin \Theta$$

$$y = \varrho \sin \varphi \sin \Theta$$

$$z = \varrho \cos \Theta.$$

Definice 3.2.: Budte $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ jednotkové vektory os x, y, z . Pro každý vektor $\vec{u}$ v prostoru existuje (podle věty 1.7.) právě jedna trojice čísel u_1, u_2, u_3 tak, že platí

$$\vec{u} = u_1\vec{e}_1 + u_2\vec{e}_2 + u_3\vec{e}_3. \quad (3.2.)$$

Uspořádanou trojici čísel (u_1, u_2, u_3) , pro něž platí rovnice (3.2.), budeme nazývat souřadnice vektoru $\vec{u}$ v soustavě souřadnic $\langle O; x, y, z \rangle$ (u_1 je první, u_2 je druhá, u_3 je třetí souřadnice vektoru $\vec{u}$).

Stručně budeme psát

$$\vec{u} = (u_1, u_2, u_3). \quad (3.2')$$

Věta 3.3.: Pro vektor $\vec{u} = \vec{AB}$, kde $A = [x_1, y_1, z_1]$, $B = [x_2, y_2, z_2]$ platí

$$\vec{u} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1).$$

Poznámka 3.4.: Jednotkové vektory os tvoří bázi $\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \rangle$ soustavy souřadnic $\langle O; x, y, z \rangle$. Pro vektory báze plyne z rovnic (3.2.), (3.2'):

$$\vec{e}_1 = (1, 0, 0); \quad \vec{e}_2 = (0, 1, 0); \quad \vec{e}_3 = (0, 0, 1). \quad (3.3.)$$

Polohový vektor $\vec{OA}$ bodu $A = [x, y, z]$ má souřadnice $\vec{OA} = (x, y, z)$.

Věta 3.4.: Je-li a libovolné reálné číslo, pak pro dané vektory $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$, $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ platí

- 1) $a \cdot \vec{u} = (au_1, au_2, au_3)$,
- 2) $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2, u_3 + v_3)$,
- 3) $\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1, u_2 - v_2, u_3 - v_3)$,
- 4) $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$ (skalární součin).

Věta 3.5.: Pro vektory báze platí

$$\begin{aligned} \vec{e}_v^2 &= 1, \text{ kde } v = 1, 2, 3; \\ \vec{e}_v \cdot \vec{e}_k &= 0, \text{ pro } k \neq v, k = 1, 2, 3; v = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Věta 3.6.: Pro velikost vektoru $\vec{u} = \vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1) = (u_1, u_2, u_3)$ platí

$$|\vec{u}| = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}. \quad (3.4.)$$

Věta 3.7.: Úhel α nenulových vektorů $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$, $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ se vypočte podle vzorce

$$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \frac{u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}. \quad (3.5.)$$

Věta 3.8.: Vektory $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$, $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ jsou na sebe kolmé, právě když platí

$$u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 0. \quad (3.6.)$$

Poznámka 3.5.: Soustavu souřadnic $\langle O; x, y, z \rangle$ nazveme pravotočivou, právě tehdy, jestliže její vektorová báze $\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \rangle$ je pravotočivá. V opačném případě mluvíme o levotočivé soustavě souřadnic. V dalším budeme předpokládat, že jde o soustavu pravotočivou.

Věta 3.9.: Pro vektorový součin vektorů báze $\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \rangle$ platí

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 \times \vec{e}_1 &= \vec{e}_2 \times \vec{e}_2 = \vec{e}_3 \times \vec{e}_3 = \vec{0}; \\ \vec{e}_1 \times \vec{e}_2 &= \vec{e}_3; \quad \vec{e}_2 \times \vec{e}_3 = \vec{e}_1; \quad \vec{e}_3 \times \vec{e}_1 = \vec{e}_2; \\ \vec{e}_2 \times \vec{e}_1 &= -\vec{e}_3; \quad \vec{e}_3 \times \vec{e}_2 = -\vec{e}_1; \quad \vec{e}_1 \times \vec{e}_3 = -\vec{e}_2. \end{aligned}$$

Věta 3.10.: Jsou-li vektory u, v dány souřadnicemi $u = (u_1, u_2, u_3)$, $v = (v_1, v_2, v_3)$, platí

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} u_2 v_3 - u_3 v_2 \\ u_3 v_1 - u_1 v_3 \\ u_1 v_2 - u_2 v_1 \end{pmatrix} \quad (3.7.)$$

Věta 3.11.: Vektory u, v z věty 3.10. jsou kolineární, právě když je hodnota matice

$$\begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{pmatrix}$$

menší než 2.

Věta 3.12.: Jsou-li dány vektory $u = (u_1, u_2, u_3)$, $v = (v_1, v_2, v_3)$, $w = (w_1, w_2, w_3)$, pak pro jejich smíšený součin platí

$$[\vec{u} \vec{v} \vec{w}] = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix} \quad (3.8.)$$

Věta 3.13.: Vektory u, v, w ve větě 3.12. jsou komplanární, právě když platí $[\vec{u} \vec{v} \vec{w}] = 0$.

ROVNICE PLOCHY

Definice 3.3.: Rovnicí plochy se nazývá vztah (rovnice), jemuž vyhovují souřadnice x, y, z bodů ležících na dané ploše (a jen těchto bodů).

Poznámka 3.6.: Plocha je nejčastěji v kartézské soustavě souřadnic popsána těmito typy rovnic:

- Implicitní rovnici $F(x, y, z) = 0$,
- Explicitní rovnici: $z = f(x, y)$,
- Parametrickými rovnicemi: $x = x(u, v)$; $y = y(u, v)$; $z = z(u, v)$, v nichž funkce $x(u, v)$, $y(u, v)$, $z(u, v)$ jsou definovány ve všech bodech $[u, v]$ dvourozměrného oboru D . Proměnné u, v se nazývají parametry,
- Vektorovou rovnici: $\vec{x} = x(u, v) \vec{e}_1 + y(u, v) \vec{e}_2 + z(u, v) \vec{e}_3$, v níž vektor $\vec{x}$ je polohovým vektorem bodů plochy.

ROVNICE KŘIVKY V PROSTORU

Poznámka 3.7.: Křivka v prostoru je určena buď svými parametrickými rovnicemi vyjadřujícími závislost souřadnic x, y, z bodů křivky na jednom parametru:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t), \quad t \in I \subset \mathbb{R};$$

nebo jako průniková křivka dvou ploch o rovnicích $F(x, y, z) = 0$, $G(x, y, z) = 0$. Pak píšeme

$$\gamma = \begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases} \quad \text{nebo} \quad \gamma : F(x, y, z) = 0, G(x, y, z) = 0.$$

Věta 3.14.: V kartézské soustavě souřadnic v prostoru má rovina rovnici

$$ax + by + cz + d = 0, \quad (3.9.)$$

v níž alespoň jedno z čísel a, b, c je od nuly různé. Obráceně je každá rovnice tvaru (3.9.), v níž je alespoň jedno z čísel a, b, c od nuly různé, rovnicí právě jedné roviny.

Poznámka 3.8.: Rovnice (3.9.) se nazývá obecná rovnice roviny α , čísla a, b, c, d jsou její koeficienty. Stručně píšeme $\alpha \equiv ax + by + cz + d = 0$. Rovina α má v kartézské soustavě souřadnic nekonečně mnoho rovnic tvaru $k(ax + by + cz + d) = 0$, kde $k \neq 0$.

Definice 3.4.: Nenulový vektor rovnoběžný s rovinou nazýváme směrovým vektorem roviny.

Věta 3.15.: Rovina určená bodem $A = [x_1, y_1, z_1]$ a dvěma nekolineárními světovými vektory $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$, $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ má:

a) parametrické rovnice

$$\begin{aligned} x &= x_1 + t_1 u_1 + t_2 v_1, \\ y &= y_1 + t_1 u_2 + t_2 v_2, \\ z &= z_1 + t_1 u_3 + t_2 v_3, \end{aligned} \quad (3.10.)$$

kde $t_1, t_2 \in (-\infty; \infty)$;

b) obecnou rovnicí

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (3.11.)$$

Poznámka 3.9.: Je-li rovina určena třemi body $A = [x_1, y_1, z_1]$, $B = [x_2, y_2, z_2]$, $C = [x_3, y_3, z_3]$, které neleží v jedné přímce, pak za směrové vektory položíme např. $\vec{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$, $\vec{AC} = (x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - z_1)$ a použijeme vztahů (3.10.) nebo (3.11.).

Poznámka 3.10.: Rovnici roviny určené body $A = [p, 0, 0]$, $B = [0, q, 0]$, $C = [0, 0, r]$ můžeme zapsat v tzv. úsekovém tvaru (pro $pqr \neq 0$):

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} + \frac{z}{r} = 1,$$

kde čísla p, q, r nazýváme úseky na příslušných osách souřadnic.

Věta 3.16.: Rovina o rovnici $ax + by + cz + d = 0$ je kolmá k vektoru $\vec{n} = (a, b, c)$, který nazýváme normálovým vektorem roviny.

Věta 3.17.: Vzdálenost v bodu $A = [x_0, y_0, z_0]$ od roviny $\rho = ax + by + cz + d = 0$ se vypočte podle vzorce

$$v = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}. \quad (3.12.)$$

Poznámka 3.11.: Rovina $\rho = ax + by + cz + d = 0$ je rovnoběžná s osou x právě tehdy, je-li $a = 0$; s osou y , je-li $b = 0$; s osou z , je-li $c = 0$.

Rovina ρ prochází počátkem soustavy souřadnic $0 = [0, 0, 0]$ právě tehdy, je-li $d = 0$.

Odtud plyne, že souřadnicové roviny mají tyto rovnice:

Rovina $^1\pi = xy$ má rovnici $z = 0$,

Rovina $^2\pi = yz$ má rovnici $x = 0$,

Rovina $^3\pi = xz$ má rovnici $y = 0$.

Věta 3.18.: Roviny $a_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$,
 $a_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$

mohou být:

a) Rovnoběžné (různé nebo splývající), což nastane právě tehdy, když matice

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{pmatrix} \quad (3.13.)$$

má hodnotu $h = 1$.

V případě, že také matice

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \end{pmatrix}$$

má hodnotu rovnou jedné, jde o roviny splývající.

b) Různoběžné, právě když matice (3.13.) má hodnotu $h = 2$.

Poznámka 3.12.: V případě různoběžných rovin určíme odchylku α těchto rovin pomocí úhlu φ normálových vektorů tak, že $\cos \alpha = |\cos \varphi|$.

Věta 3.19.: Odchylku rovin a_1, a_2 z věty 3.18. určíme podle vzorce

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}; \quad (3.14.)$$

speciálně platí pro tyto roviny:

$$a_1 \perp a_2 \text{ právě tehdy, je-li } a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0.$$

Příklad 3.1.: Určete odchylku rovin $a_1 \equiv x - y + z \sqrt{2} + 2 = 0$, $a_2 \equiv x + y + z \sqrt{2} - 3 = 0$.

Řešení: Normálové vektory daných rovin jsou $\vec{n}_1 = (1, -1, \sqrt{2})$, $\vec{n}_2 = (1, 1, \sqrt{2})$. Pro hledanou odchylku α bude podle (3.14.) platit

$$\cos \alpha = \frac{|1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}|}{\sqrt{1 + 1 + 2} \cdot \sqrt{1 + 1 + 2}} = \frac{1}{2}, \text{ tedy } \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

ROVNICE PŘÍMKY V PROSTORU

Věta 3.20.: Přímka p , jakožto průsečnice dvou různoběžných rovin $a_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$, $a_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$, má tyto zároveň platící obecné rovnice:

$$p \equiv \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 \end{cases} \quad (3.15.)$$

Pro směrový vektor $\vec{m}$ přímky p platí

$$\vec{m} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \quad (2.16.)$$

Poznámka 3.13.: Na rozdíl od analytické geometrie v rovině, kde pro určení přímky stačí jedna lineární rovnice $ax + by + c = 0$, v prostoru je tato rovnice rovnicí roviny rovnoběžné s osou z . K určení přímky obecnými rovnicemi, je zapotřebí dvou rovnic (3.15.).

Věta 3.21.: Přímka p , která prochází bodem $P = [x_1, y_1, z_1]$ a má směrový vektor $\vec{m} = (a, b, c)$, má tyto parametrické rovnice

$$x = x_1 + at, \quad y = y_1 + bt, \quad z = z_1 + ct, \quad t \in (-\infty, \infty). \quad (3.17.)$$

Poznámka 3.14.: Někdy se také používají tzv. kanonické rovnice přímky, které pro přímku p z věty 3.21. mají tvar

$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}.$$

TRANSFORMACE KARTÉZSKÉ SOUSTAVY SOUŘADNIC V PROSTORU

Mějme v prostoru dánu kartézskou soustavu souřadnic $\langle O; x, y, z \rangle$ s vektorovou bází $\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \rangle$. Buď dále $P = [x, y, z]$ libovolný bod v prostoru. Zabývejme se otázkou, jaké souřadnice bude mít bod P v nové kartézské soustavě $\langle O'; x', y', z' \rangle$, jejíž vektorovou bází označme $\langle \vec{j}_1, \vec{j}_2, \vec{j}_3 \rangle$.

Věta 3.22.: Mají-li vektory báze $\langle \vec{j}_1, \vec{j}_2, \vec{j}_3 \rangle$ vzhledem k původní soustavě souřadnic $\langle O; x, y, z \rangle$ souřadnice

$$\begin{aligned} \vec{j}_1 &= (a_{11}, a_{12}, a_{13}), & \vec{j}_2 &= (a_{21}, a_{22}, a_{23}), \\ \vec{j}_3 &= (a_{31}, a_{32}, a_{33}), \end{aligned} \quad (3.18.)$$

pak platí:

$$a_{v1}^2 + a_{v2}^2 + a_{v3}^2 = 1, \quad \text{kde } v = 1, 2, 3;$$

$$a_{v1}a_{k1} + a_{v2}a_{k2} + a_{v3}a_{k3} = 0 \quad \text{pro } v \neq k.$$

Věta 3.23.: Platí-li předpoklady věty 3.22., pak vektory $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ budou mít v soustavě $\langle O'; x', y', z' \rangle$ souřadnice:

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &= (a_{11}, a_{21}, a_{31}), & \vec{e}_2 &= (a_{12}, a_{22}, a_{32}), \\ \vec{e}_3 &= (a_{13}, a_{23}, a_{33}). \end{aligned} \quad (3.19.)$$

a platí

$$a_{1v}^2 + a_{2v}^2 + a_{3v}^2 = 1, \quad \text{kde } v = 1, 2, 3;$$

$$a_{1v} \cdot a_{1k} + a_{2v} \cdot a_{2k} + a_{3v} \cdot a_{3k} = 0 \quad \text{pro } v \neq k.$$

Věta 3.24.: Mezi souřadnicemi bodu v soustavě $\langle O; x, y, z \rangle$ s bází $\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \rangle$ a souřadnicemi téhož bodu v soustavě $\langle O'; x', y', z' \rangle$ s bází $\langle \vec{j}_1, \vec{j}_2, \vec{j}_3 \rangle$ platí rovnice

$$\begin{aligned} x &= a_{11}x' + a_{21}y' + a_{31}z' + x_1 \\ y &= a_{12}x' + a_{22}y' + a_{32}z' + y_1 \\ z &= a_{13}x' + a_{23}y' + a_{33}z' + z_1 \end{aligned} \quad (3.20.)$$

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}(x - x_1) + a_{12}(y - y_1) + a_{13}(z - z_1) \\ y' &= a_{21}(x - x_1) + a_{22}(y - y_1) + a_{23}(z - z_1) \\ z' &= a_{31}(x - x_1) + a_{32}(y - y_1) + a_{33}(z - z_1) \end{aligned} \quad (3.21.)$$

za předpokladu, že čísla x_1, y_1, z_1 jsou souřadnice bodu O' vzhledem k soustavě $\langle O; x, y, z \rangle$ a že pro vektory báze platí vztahy (3.18.), resp. (3.19.).

Poznámka 3.15.: Protože jsou vektory báze kartézské soustavy souřadnic nekomplanární je determinant

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

od nuly různý.

Lze dále odvodit, že platí $[\vec{j}_1, \vec{j}_2, \vec{j}_3] = D [\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3]$, odtud plyne, že $D = 1$, právě když obě kartézské soustavy jsou pravotočivé nebo levotočivé a $D = -1$, je-li jedna z nich pravotočivá a druhá levotočivá.

VÁLCOVÁ PLOCHA

Definice 3.5.: Válcová plocha je plocha vytvořená množinou přímek rovnoběžných s vektorem $\vec{m} = (a, b, c)$ a protínajících danou rovinnou křivku (tzv. křivku řídící).

Je-li vektor $\vec{m}$ kolmý k rovině křivky, mluvíme o přímé válcové ploše, v opačném případě o šikmé válcové ploše.

Věta 3.25.: Válcová plocha s řídící křivkou $F(x, y) = 0, z = 0$ a s tvořícími přímkami rovnoběžnými s vektorem $\vec{m} = (a, b, c)$ má rovnici

$$F\left(x - \frac{az}{c}; y - \frac{bz}{c}\right) = 0. \quad (3.22.)$$

Speciálně přímá válcová plocha s řídící křivkou $F(x, y) = 0, z = 0$ má rovnici

$$F(x, y) = 0. \quad (3.23.)$$

Příklad 3.2.: Rovnice $x^2 - y^2 = 4$ je rovnicí přímého hyperbolického válce nad hyperbolou $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1, z = 0$ (tj. povrchové přímky válce protínají tuto hyperbolu a jsou rovnoběžné s osou z).

KUŽELOVÁ PLOCHA

Definice 3.6.: Kuželovou plochu rozumíme plochu vytvořenou množinou přímek procházejících daným bodem (vrcholem) a protínajících danou rovinnou křivku (tzv. křivku řídící).

Věta 3.26.: Kuželová plocha s řídící křivkou $F(x, y) = 0, z = 0$ a s vrcholem v bodě $V = [a, b, c]$ má rovnici

$$F\left(\frac{az - cx}{z - c}; \frac{bz - cy}{z - c}\right) = 0. \quad (3.24.)$$

Příklad 3.3.: Určete rovnici kuželové plochy s řídící křivkou $x^2 + y^2 = 9, z = 0$ a vrcholem $V = [1, -2, 4]$.

Řešení: Po dosazení do rovnice (3.24.) dostaneme hledanou rovnici kuželové plochy

$$\left(\frac{z - 4x}{z - 4}\right)^2 + \left(\frac{-2z - 4y}{z - 4}\right)^2 = 9$$

neboli

$$(z - 4x)^2 + (2z + 4y)^2 - 9(z - 4)^2 = 0.$$

ROTAČNÍ PLOCHY

Definice 3.7.: Plochy vzniklé rotací rovinné křivky kolem pevné přímky se nazývají rotační plochy. Křivka, která rotuje, se nazývá řídící křivka, pevná přímka je osa rotace.

Věta 3.27.: Rotační plocha o rovnici

- 1) $x^2 + z^2 = f^2(y)$ vznikne rotací křivky $z = f(y)$, resp. $x = f(y)$, kolem osy y
 $x = 0$ $z = 0$
- 2) $x^2 + y^2 = f^2(z)$ vznikne rotací křivky $x = f(z)$, resp. $y = f(z)$ kolem osy z
 $y = 0$ $x = 0$
- 3) $y^2 + z^2 = f^2(x)$ vznikne rotací křivky $y = f(x)$, resp. $z = f(x)$ kolem osy x .
 $z = 0$ $y = 0$

Příklad 3.4.: Určete rovnici plochy vzniklé rotací elipsy $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, z = 0$ kolem osy x .

Řešení: Osa x je osou souměrnosti dané elipsy, stačí tedy uvažovat jen polovinu elipsy, jejíž rovnice je $y = 2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{9}}$.

Podle věty 3.27. je hledaná rovnice plochy

$$y^2 + z^2 = \left(2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{9}}\right)^2,$$

neboli $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2 + z^2}{4} = 1$.

Poslední rovnice je rovnicí plochy nazývané rotační elipsoid.

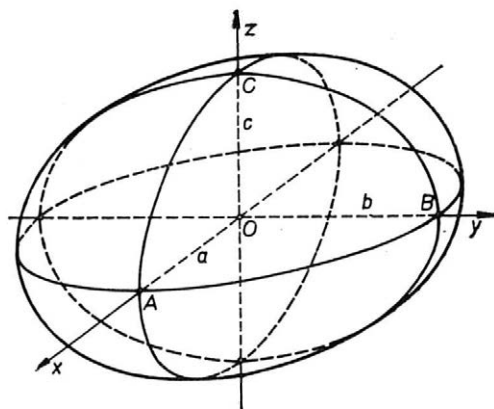
KULOVÁ PLOCHA

Poznámka 3.16.: Kulová plocha o středu $S \equiv 0 = [0, 0, 0]$ a poloměru r je zvláštním případem rotační plochy. Její rovnice je

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2. \quad (3.25.)$$

Má-li její střed S souřadnice $S = [x_1, y_1, z_1]$, má kulová plocha rovnici

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = r^2. \quad (3.26.)$$



obr. 15

VÝZNAČNÉ KVADRATICKÉ PLOCHY

Definice 3.8.: Elipsoidem v osově poloze nazýváme plochu o rovnici

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (3.27.)$$

veličiny $a > 0, b > 0, c > 0$ nazýváme poloosy a rozlišujeme tyto typy elipsoidů: a) trojosý, je-li $a \neq b \neq c \neq a$, b) rotační, jsou-li dvě z čísel a, b, c stejná, c) kulová plocha, je-li $a = b = c (= r)$.

Poznámka 3.17.: Názornou představu o elipsoidu získáme pomocí jeho průseků se souřadnicovými rovinami (obr. 15):

rovina $z = 0$ jej protne v elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = 0,$

rovina $x = 0$ jej protne v elipse $\frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, x = 0,$

rovina $y = 0$ jej protne v elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, y = 0.$

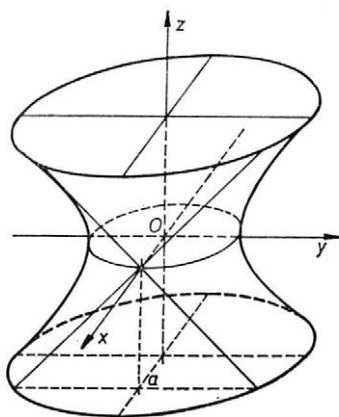
Definice 3.9.: Necht $a > 0, b > 0, c > 0$ jsou libovolná čísla. Plochu o rovnici

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (3.28.)$$

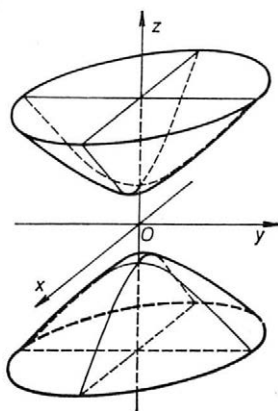
nazýváme jednodílný hyperboloid v osové poloze (obr. 16a). Plochu o rovnici

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1 \quad (3.29.)$$

nazýváme dvojdílný hyperboloid v osové poloze (obr. 16b).



obr. 16a



obr. 16b

Poznámka 3.18.:

Rovina $z = 0$ protne jednodílný hyperboloid v elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = 0;$

Rovina $x = 0$ jej protne v hyperbole $\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, x = 0;$

Rovina $y = 0$ jej protne v hyperbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, y = 0.$

Definice 3.10.: Necht $a < 0, b < 0$ jsou reálná čísla. Rovnici

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z \quad (3.30.)$$

je určena plocha zvaná eliptický paraboloid v osové poloze, obr. 17a. Rovnici

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z \quad (3.31.)$$

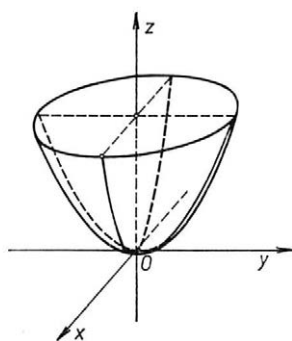
je určen tzv. hyperbolický paraboloid v osové poloze, obr. 17b.

Poznámka 3.19.: Z věty 3.25 plyne, že přímé válce, jejichž řídící křivkou je a) elipsa, b) hyperbola, c) parabola v rovině $z = 0$ mají tyto rovnice:

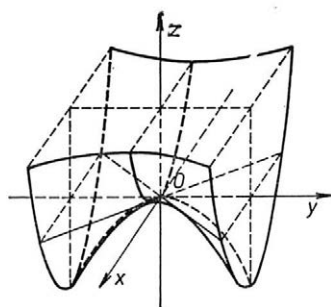
a) eliptický válec $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; (pro $a = b$ je rotační)

b) hyperbolický válec $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$,

c) parabolický válec $y^2 = 2px$.



obr. 17a



obr. 17b

Věta 3.28.: Význačné průřezy eliptického paraboloidu (3.30.) jsou tyto:

- 1) rovinou $z = 0$ v bodě $O = [0, 0, 0]$,
- 2) rovinou $x = 0$ v parabole $y^2 = 2b^2z, x = 0$,
- 3) rovinou $y = 0$ v parabole $x^2 = 2a^2z, y = 0$,
- 4) rovinou $z = k$ v elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2k, z = k$.
($k > 0$)

Věta 3.29.: Význačné průřezy hyperbolického paraboloidu (3.31.) jsou tyto:

- 1) rovinou $z = 0$ ve dvou přímkách o parametrických rovnicích $x = at, y = bt, z = 0$,
- 2) rovinou $x = 0$ v parabole $y^2 = -2b^2z, x = 0$,
- 3) rovinou $y = 0$ v parabole $x^2 = 2a^2z, y = 0$,
- 4) rovinou $z = k$ v hyperbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2k, z = k$.

Věta 3.30.: Kuželová plocha s vrcholem v počátku, jejíž řídící křivkou je elipsa

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ v rovině $z = c$, má rovnici

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0.$$

Speciálně pro $a = b$ (řídící křivka je kružnice $x^2 + y^2 = a^2$) a $z = 1$ dostáváme rovnici rotačního kužele:

$$x^2 + y^2 - z^2 = 0.$$